

1.1 Janjang Aritmetik (J.A.)

A. Cari dua sebutan seterusnya bagi setiap janjang aritmetik berikut.
Find the next two terms of each of the following arithmetic progressions.

Janjang aritmetik Arithmetic progression	Beza sepunya Common difference	Dua sebutan seterusnya The next two terms
CONTOH 2, 8, ...	$8 - 2 = 6$	$8 + 6 = 14$ $14 + 6 = 20$
1. 3, 6.2, ...	$6.2 - 3 = 3.2$	$6.2 + 3.2 = 9.4$ $9.4 + 3.2 = 12.6$
2. ... , $p + 1, 3(p + 2), \dots$	$3(p + 2) - (p + 1)$ $= 3p + 6 - p - 1$ $= 2p + 5$	$3p + 6 + 2p + 5 = 5p + 11$ $5p + 11 + 2p + 5 = 7p + 16$
3. ... , $10\sqrt{x}, 8\sqrt{x}, \dots$	$8\sqrt{x} - 10\sqrt{x} = -2\sqrt{x}$	$8\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 6\sqrt{x}$ $6\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$
4. ... , $\log_{10} x^3, \log_{10} x^6, \dots$	$\log_{10} x^6 - \log_{10} x^3$ $= \log_{10} (x^6 / x^3)$ $= \log_{10} x^3$	$\log_{10} x^6 + \log_{10} x^3 = \log_{10} [x^6(x^3)]$ $= \log_{10} x^9$ $\log_{10} x^9 + \log_{10} x^3 = \log_{10} [x^9(x^3)]$ $= \log_{10} x^{12}$

B. Tentukan sama ada setiap jujukan berikut merupakan J.A.
Determine whether each of the following sequences is an A.P.

Jujukan Sequence	Beza antara dua sebutan berturutan Difference between two consecutive terms	Kesimpulan dan sebab Conclusion and reason
CONTOH 7, 11, 15, 19, ...	$T_2 - T_1 = 11 - 7 = 4$ $T_3 - T_2 = 15 - 11 = 4$ $T_4 - T_3 = 19 - 15 = 4$	Jujukan ini ialah J.A. sebab beza antara sebarang dua sebutan berturutan adalah sama, iaitu 4.
1. 31, 24, 17, 10, ...	$T_2 - T_1 = 24 - 31 = -7$ $T_3 - T_2 = 17 - 24 = -7$ $T_4 - T_3 = 10 - 17 = -7$	Jujukan ini ialah J.A. sebab beza antara sebarang dua sebutan berturutan adalah sama, iaitu -7.
2. 2.1, 3.3, 4.5, 5.6, ...	$T_2 - T_1 = 3.3 - 2.1 = 1.2$ $T_3 - T_2 = 4.5 - 3.3 = 1.2$ $T_4 - T_3 = 5.6 - 4.5 = 1.1$	Jujukan ini bukan J.A. sebab beza antara sebarang dua sebutan berturutan adalah tidak sama.
3. Lilian bulatan berjerari 3 cm, 8 cm, 13 cm, 18 cm, ...	$T_2 - T_1 = 2\pi(8) - 2\pi(3) = 10\pi$ $T_3 - T_2 = 2\pi(13) - 2\pi(8) = 10\pi$ $T_4 - T_3 = 2\pi(18) - 2\pi(13) = 10\pi$	Jujukan ini ialah J.A. sebab beza antara sebarang dua sebutan berturutan adalah sama, iaitu 10π .

C. Cari sebutan ke- n bagi setiap J.A. berikut dengan menggunakan rumus $T_n = a + (n - 1)d$.
Find the n th term of each of the following A.P. using the formula $T_n = a + (n - 1)d$.

Janjang aritmetik Arithmetic progression	Sebutan pertama, a First term, a	Beza sepunya, d Common difference, d	Sebutan ke- n , T_n n th term, T_n
CONTOH 12, 9, ...	12	$9 - 12 = -3$	$T_8 = 12 + (8 - 1)(-3)$ $= -9$
1. $3\frac{1}{2}, 6, \dots$	$3\frac{1}{2}$	$6 - 3\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$	$T_{12} = 3\frac{1}{2} + (12 - 1)(2\frac{1}{2})$ $= 31$
2. $2p, 3p - 1, \dots$	$2p$	$3p - 1 - 2p = p - 1$	$T_7 = 2p + (7 - 1)(p - 1)$ $= 2p + 6p - 6$ $= 8p - 6$
3. $2k^2, 7k^2, \dots$	$2k^2$	$7k^2 - 2k^2 = 5k^2$	$T_{15} = 2k^2 + (15 - 1)(5k^2)$ $= 72k^2$

D. Tentukan sama ada sebutan yang dinyatakan ialah sebutan bagi J.A. yang diberi.
Determine whether the stated term is a term of the given A.P.

CONTOH 4, 10, ... , 123	$a = 4, d = 10 - 4 = 6$ $T_n = 123$ $4 + (n - 1)(6) = 123$ $4 + 6n - 6 = 123$ $6n = 125$ $n = 20\frac{5}{6}$	FAKTA UTAMA $T_n = a + (n - 1)d$
1. 50, 42, ... , -72	$a = 50, d = 42 - 50 = -8$ $T_n = -72$ $50 + (n - 1)(-8) = -72$ $50 - 8n + 8 = -72$ $-8n = -130$ $n = 16.25$	Nilai n bukan satu integer positif. Maka, -72 bukan sebutan bagi J.A. itu.
2. 8, 15, ... , 218	$a = 8, d = 15 - 8 = 7$ $T_n = 218$ $8 + (n - 1)(7) = 218$ $8 + 7n - 7 = 218$ $7n = 217$ $n = 31$	Nilai n ialah satu integer positif. Maka, 218 ialah sebutan bagi J.A. itu.
3. $3x, 2(2x + 1), \dots, 6(3x + 5)$	$a = 3x, d = 2(2x + 1) - 3x$ $= 4x + 2 - 3x$ $= x + 2$ $T_n = 6(3x + 5)$ $3x + (n - 1)(x + 2) = 18x + 30$ $3x + (x + 2)n - x - 2 = 18x + 30$ $(x + 2)n = 16x + 32$ $n = 16$	Nilai n ialah satu integer positif. Maka, $6(3x + 5)$ ialah sebutan bagi J.A. itu.

E. Cari bilangan sebutan bagi setiap J.A. berikut.

CONTOH 11, 16, ... , 131	$a = 11, d = 16 - 11 = 5$ $11 + (n - 1)(5) = 131$ $5(n - 1) = 120$ $n - 1 = 24$ $n = 25$	1. 9, 15, ... , 195 $a = 9, d = 15 - 9 = 6$ $9 + (n - 1)(6) = 195$ $6(n - 1) = 186$ $n - 1 = 31$ $n = 32$
2. 21.5, 18, ... , -122	$a = 21.5, d = 18 - 21.5 = -3.5$ $21.5 + (n - 1)(-3.5) = -122$ $-3.5(n - 1) = -143.5$ $n - 1 = 41$ $n = 42$	3. $\lg x^4, \lg x^7, \dots, \lg x^{38}$ $a = \lg x^4, d = \lg x^7 - \lg x^4 = \lg x^3$ $\lg x^4 + (n - 1)(\lg x^3) = \lg x^{38}$ $(n - 1)(3 \lg x) = 58 \lg x - 4 \lg x$ $= 54 \lg x$ $n - 1 = 18$ $n = 19$

F. Tentukan sebutan pertama yang kurang atau lebih daripada nilai yang diberi.
Determine the first term that is less than or more than the given value.

CONTOH 2, 5, 8, ... Tentukan sebutan pertama yang lebih daripada 101. Determine the first term that is more than 101.	$a = 2, d = 5 - 2 = 3$ $T_n = 2 + (n - 1)(3) > 101$ $3(n - 1) > 99$ $n - 1 > 33$ $n > 34$ Maka, sebutan pertama yang lebih daripada 101 $= T_{35}$ $= 2 + (35 - 1)(3)$ $= 104$	1. 6, 9.5, 13, ... Tentukan sebutan pertama yang lebih daripada 90. Determine the first term that is more than 90.
2. 25, 21, 17, ... Tentukan sebutan pertama yang kurang daripada -50. Determine the first term that is less than -50.	$a = 25, d = 21 - 25 = -4$ $T_n = 25 + (n - 1)(-4) < -50$ $-4(n - 1) < -75$ $n - 1 > 18.75$ $n > 19.75$ Maka, sebutan pertama yang kurang daripada -50 $= T_{20}$ $= 25 + (20 - 1)(-4)$ $= -51$	3. -7, -10, -13, ... Tentukan sebutan pertama yang kurang daripada -80. Determine the first term that is less than -80.

G. Diberi dua sebutan tertentu bagi suatu J.A., cari T_n untuk nilai n yang diberi.

CONTOH $T_3 = 17, T_7 = 45, T_{11} = ?$	$T_3 = a + 2d = 17$ ① $T_7 = a + 6d = 45$ ② ② - ①: $4d = 28$ $d = 7$ Gantikan $d = 7$ ke dalam ①. $a + 2(7) = 17$ $a = 3$ $T_{11} = 3 + 10(7)$ $= 73$	1. $T_4 = 21, T_8 = 41, T_{15} = ?$ $T_4 = a + 3d = 21$ ① $T_8 = a + 7d = 41$ ② ② - ①: $4d = 20$ $d = 5$ Gantikan $d = 5$ ke dalam ①. $a + 3(5) = 21$ $a = 6$ $T_{15} = 6 + 14(5)$ $= 76$
2. $T_6 = -62, T_{12} = -128, T_{18} = ?$	$T_6 = a + 5d = -62$ ① $T_{12} = a + 11d = -128$ ② ② - ①: $6d = -66$ $d = -11$ Gantikan $d = -11$ ke dalam ①. $a + 5(-11) = -62$ $a = -7$ $T_{18} = -7 + 17(-11)$ $= -194$	3. $T_6 = 0.5, T_{10} = -7.5, T_{22} = ?$ $T_6 = a + 5d = 0.5$ ① $T_{10} = a + 9d = -7.5$ ② ② - ①: $4d = -8$ $d = -2$ Gantikan $d = -2$ ke dalam ①. $a + 5(-2) = 0.5$ $a = 10.5$ $T_{22} = 10.5 + 21(-2)$ $= -31.5$

H. Cari hasil tambah n sebutan pertama, S_n , bagi setiap J.A. berikut.
Find the sum of the first n terms, S_n , of each of the following A.P.

CONTOH 21, 32, ... ; S_8	$a = 21, d = 32 - 21 = 11$ $S_8 = \frac{8}{2}[2(21) + (8 - 1)(11)]$ $= 476$	FAKTA UTAMA $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
1. 5, 12, ... ; S_{21}	$a = 5, d = 12 - 5 = 7$ $S_{21} = \frac{21}{2}[2(5) + (21 - 1)(7)]$ $= 1575$	
2. 80, 72, ... ; S_{25}	$a = 80, d = 72 - 80 = -8$ $S_{25} = \frac{25}{2}[2(80) + (25 - 1)(-8)]$ $= -400$	
3. $\lg 2, \lg 16, \dots$; S_{15} dalam sebutan $\lg 2$	$a = \lg 2, d = \lg 16 - \lg 2$ $= \lg \frac{16}{2} = \lg 8$ $S_{15} = \frac{15}{2}[2(\lg 2) + (15 - 1)(\lg 8)]$ $= \frac{15}{2}[2 \lg 2 + 14 \lg 2^3]$ $= \frac{15}{2}[2 \lg 2 + 42 \lg 2]$ $= \frac{15}{2}[44 \lg 2] = 330 \lg 2$	

I. Tentukan bilangan sebutan bagi jujukan berikut. Seterusnya, cari hasil tambah semua sebutan itu.
Determine the number of terms of the following sequences. Hence, find the sum of all the terms. [14.6]

CONTOH

28, 37, 46, ..., +145

$a = 28$ $28 + (n-1)(9) = 145$
 $d = 37 - 28 = 9$ $9(n-1) = 117$
 $n = 14$

FAKTA UTAMA

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ $S_{14} = \frac{14}{2}(28 + 145) = 1211$

1. 37, 30, 23, ..., -145

$a = 37$, $d = 30 - 37 = -7$
 $37 + (n-1)(-7) = -145$
 $-7(n-1) = -182$
 $n-1 = 26$
 $n = 27$

$S_{27} = \frac{27}{2}(37 + (-145)) = -458$

2. $10\frac{2}{3}, 9\frac{5}{6}, 9, \dots, -4\frac{1}{3}$

$a = 10\frac{2}{3}$, $d = 9\frac{5}{6} - 10\frac{2}{3} = -\frac{5}{6}$
 $10\frac{2}{3} + (n-1)(-\frac{5}{6}) = -4\frac{1}{3}$ $S_{19} = \frac{19}{2}(10\frac{2}{3} + (-4\frac{1}{3})) = 60\frac{1}{6}$
 $-\frac{5}{6}(n-1) = -15$
 $n = 19$

3. $10x, 9x + 2, 8x + 4, \dots, 30 - 5x$

$a = 10x$, $d = (9x + 2) - 10x = 2 - x$
 $10x + (n-1)(2-x) = 30 - 5x$ $S_{16} = \frac{16}{2}(10x + 30 - 5x) = 40x + 240$
 $(n-1)(2-x) = 30 - 15x$
 $= 15(2-x)$
 $n-1 = 15$
 $n = 16$

J. Cari hasil tambah dari sebutan T_m hingga sebutan T_n seperti yang dinyatakan dalam setiap J.A. berikut.
Find the sum from T_m term to T_n term as stated in each of the following A.P. [14.6]

CONTOH

36, 30, 24, ..., T_{10} hingga/ T_{25}

$a = 36$, $d = 30 - 36 = -6$
 $T_{10} = a + 9d = 36 + 9(-6) = -18$
 $T_{25} = a + 24d = 36 + 24(-6) = -108$
Bilangan sebutan = $n - m + 1 = 25 - 10 + 1 = 16$
Hasil tambah dari T_{10} hingga T_{25}
 $= \frac{16}{2}(-18 + (-108)) = -1008$

1. 29, 36, 43, ..., T_{12} hingga/ T_{35}

$a = 29$, $d = 36 - 29 = 7$
 $T_{12} = a + 11d = 29 + 11(7) = 106$ $T_{35} = a + 34d = 29 + 34(7) = 267$
Bilangan sebutan = $35 - 12 + 1 = 24$
Hasil tambah dari T_{12} hingga T_{35}
 $= \frac{24}{2}(106 + 267) = 4476$

2. 15.5, 14.2, 12.9, ..., T_9 hingga/ T_{30}

$a = 15.5$, $d = 14.2 - 15.5 = -1.3$
 $T_9 = a + 8d = 15.5 + 8(-1.3) = 5.1$ $T_{30} = a + 29d = 15.5 + 29(-1.3) = -22.2$
Bilangan sebutan = $30 - 9 + 1 = 22$
Hasil tambah dari T_9 hingga T_{30}
 $= \frac{22}{2}(5.1 + (-22.2)) = -188.1$

3. $2x + 2, 3x - 1, 4x - 4, \dots, T_{10}$ hingga/ T_{28}

$a = 2x + 2$, $d = (3x - 1) - (2x + 2) = x - 3$
 $T_{10} = a + 9d = (2x + 2) + 9(x - 3) = 11x - 25$ $T_{28} = a + 27d = (2x + 2) + 27(x - 3) = 29x - 79$
Bilangan sebutan = $28 - 10 + 1 = 19$
Hasil tambah dari T_{10} hingga T_{28}
 $= \frac{19}{2}((11x - 25) + (29x - 79)) = \frac{19}{2}(40x - 104) = 380x - 988$

M. Selesaikan masalah berikut yang melibatkan J.A.
Solve the following problems involving A.P. [15]

1. Seutas dawai dengan panjang 60 m dipotong kepada beberapa bahagian supaya panjangnya membentuk suatu jujukan aritmetik. Jika bahagian terpendek dan bahagian terpanjang masing-masing ialah 56 cm dan 184 cm, cari bilangan bahagian dan beza sepunya.
A wire with a length of 60 m is cut into several pieces so that the lengths form an arithmetic progression. If the shortest piece and the longest piece is 56 cm and 184 cm respectively, find the number of pieces and the common difference.

Katakan bahagian terpendek dan bahagian terpanjang ialah a dan b .

$a = 56$
 $b = a + (n-1)d = 184$
 $\frac{n}{2}(a + b) = 6000$
 $\frac{n}{2}(56 + 184) = 6000$
 $n = 50$
Bilangan bahagian = 50
 $56 + (50-1)d = 184$
 $49d = 128$
 $d = \frac{128}{49}$
 $= 2\frac{30}{49}$

2. Seorang penternak mempunyai 4 000 ekor itik. Dia menjual secara berperingkat 300 ekor itik setiap hari sehingga tertinggal 100 ekor itik. Cari bilangan hari yang diperlukan. Jika setiap itik memerlukan RM0.40 sehari untuk makanannya, hitung jumlah perbelanjaan penternak itu dalam tempoh itu.
A farmer has 4 000 ducks. He sells in stages 300 ducks per day until 100 ducks are left. Find the number of days needed. If each duck requires RM0.40 per day for its food, calculate the total expenditure of the farmer in that period.

$a = 4\,000$, $d = -300$, $T_n = 100$
 $100 = 4\,000 + (n-1)(-300)$
 $300(n-1) = 3\,900$
 $n-1 = 13$
 $n = 14$
Bilangan hari yang diperlukan = 14
Jumlah perbelanjaan
 $= (4\,000 + 3\,700 + 3\,400 + \dots + 100) \times \text{RM}0.40$
 $= \frac{14}{2}(4\,000 + 100) \times \text{RM}0.40$
 $= \text{RM}11\,480$

K. Cari sebutan tertentu bagi suatu J.A. dengan hasil tambah n sebutan pertama, S_n , yang diberi.
Find the specific term of an A.P. with the given sum of the first n terms, S_n . [14.6]

CONTOH

$S_n = \frac{n}{2}(8n + 7)$ $T_n = S_n - S_{n-1}$

$T_{15} = S_{15} - S_{14}$
 $= \frac{15}{2}(8(15) + 7) - \frac{14}{2}(8(14) + 7)$
 $= 952\frac{1}{2} - 833$
 $= 119.5$

2. $S_n = 3n(4 - n)$

$T_{32} = S_{32} - S_{31}$
 $= 3(32)(4 - 32) - 3(31)(4 - 31)$
 $= -2\,688 + 2\,511$
 $= -177$

3. $S_n = 2n(7n - 18)$

$T_n = S_n - S_{n-1}$
 $= 2n(7n - 18) - 2(n-1)(7(n-1) - 18)$
 $= 14n^2 - 36n - 2(n-1)(7n-25)$
 $= 14n^2 - 36n - 2(7n^2 - 32n + 25)$
 $= 28n - 50$

L. Cari nilai n , diberi hasil tambah n sebutan pertama, S_n , bagi suatu J.A.
Find the value of n , given the sum of the first n terms, S_n , of an A.P. [14.6]

CONTOH

-17, -11, -5, ..., $S_n = 375$

$a = -17$, $d = -11 - (-17) = 6$
 $\frac{n}{2}[2(-17) + (n-1)(6)] = 375$
 $\frac{n}{2}(6n - 40) = 375$
 $n(3n - 20) = 375$
 $3n^2 - 20n - 375 = 0$
 $(3n + 25)(n - 15) = 0$
 $n = -\frac{25}{3}$ atau $n = 15$
Oleh sebab n mesti integer positif, maka $n = 15$.

2. $10, 2, 9, 1, 8, \dots; S_n = -43.7$

$a = 10$, $d = 9 - 10 = -1$
 $\frac{n}{2}[2(10) + (n-1)(-1)] = -43.7$
 $\frac{n}{2}(21.5 - 1.1n) = -43.7$
 $\times 10: \frac{n}{2}(215 - 11n) = -437$
 $n(215 - 11n) = -874$
 $11n^2 - 215n - 874 = 0$
 $(n - 23)(11n + 38) = 0$
 $n = 23$ atau $n = -\frac{38}{11}$
Oleh sebab n mesti integer positif, maka $n = 23$.

3. $5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{12}, 7\frac{1}{12}, \dots; S_n = 156\frac{1}{4}$

$a = 5\frac{3}{4}$, $d = 6\frac{5}{12} - 5\frac{3}{4} = \frac{2}{3}$
 $\frac{n}{2}[2(5\frac{3}{4}) + (n-1)(\frac{2}{3})] = 156\frac{1}{4}$
 $\times 12: \frac{n}{2}(10\frac{3}{2} + \frac{2}{3}n) = 187\frac{1}{2}$
 $4n^2 + 65n - 1875 = 0$
 $(n - 15)(4n + 125) = 0$
 $n = 15$ atau $n = -\frac{125}{4}$
Oleh sebab n mesti integer positif, maka $n = 15$.

1.2 Janjang Geometri (J.G.)
A. Tulis tiga sebutan pertama bagi setiap J.G. berikut, diberi sebutan pertama, a , dan nisbah sepunya, r .
Write the first three terms of each of the following G.P., given the first term, a , and the common ratio, r . [21]

CONTOH

1. $a = 7; r = -2$
 $T_1 = a = 7$
 $T_2 = T_1 r = 7(-2) = -14$
 $T_3 = T_2 r = -14(-2) = 28$

2. $a = 24; r = \frac{1}{2}$
 $T_1 = a = 24$
 $T_2 = T_1 r = 24(\frac{1}{2}) = 12$
 $T_3 = T_2 r = 12(\frac{1}{2}) = 6$

3. $a = p^2; r = -2p$
 $T_1 = a = p^2$
 $T_2 = T_1 r = p^2(-2p) = -2p^3$
 $T_3 = T_2 r = -2p^3(-2p) = 4p^4$

4. $a = 2y; r = 3y^2$
 $T_1 = a = 2y$
 $T_2 = T_1 r = 2y(3y^2) = 6y^3$
 $T_3 = T_2 r = 6y^3(3y^2) = 18y^5$

5. $a = 48x^3; r = -\frac{1}{2x}$
 $T_1 = a = 48x^3$
 $T_2 = T_1 r = 48x^3(-\frac{1}{2x}) = -24x^2$
 $T_3 = T_2 r = -24x^2(-\frac{1}{2x}) = 12x$

B. Tentukan sama ada setiap jujukan berikut merupakan J.G.
Determine whether each of the following sequences is a G.P. [22]

Jujukan Sequence	Nisbah antara dua sebutan berturutan Ratio between two consecutive terms	Kesimpulan dan sebab Conclusion and reason
CONTOH	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{-54}{36} = -\frac{3}{2}$, $\frac{T_3}{T_2} = \frac{81}{-54} = -\frac{3}{2}$, $\frac{T_4}{T_3} = \frac{-243}{81} = -\frac{3}{2}$	Jujukan ini ialah J.G. sebab nisbah antara berturutan adalah sama, iaitu $-\frac{3}{2}$.
36, -54, 81, $\frac{243}{2}, \dots$	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{-54}{36} = -\frac{3}{2}$, $\frac{T_3}{T_2} = \frac{81}{-54} = -\frac{3}{2}$, $\frac{T_4}{T_3} = \frac{\frac{243}{2}}{\frac{243}{2}} = 1$	Jujukan ini bukan J.G. sebab nisbah antara berturutan adalah tidak sama.
1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$, $\frac{T_3}{T_2} = \frac{1/6}{1/4} = \frac{2}{3}$, $\frac{T_4}{T_3} = \frac{1/8}{1/6} = \frac{3}{4}$	Jujukan ini ialah J.G. sebab nisbah antara berturutan adalah sama, iaitu $-\frac{3}{2}$.
2. $4x, -8x^2, 16x^3, -32x^4, \dots$	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{-8x^2}{4x} = -2x$, $\frac{T_3}{T_2} = \frac{16x^3}{-8x^2} = -2x$ $\frac{T_4}{T_3} = \frac{-32x^4}{16x^3} = -2x$	Jujukan ini ialah J.G. sebab nisbah antara berturutan adalah sama, iaitu $-2x$.
3. $\log_{10} x, \log_{10} x^2, \log_{10} x^3, \log_{10} x^4, \dots$	$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\log_{10} x^2}{\log_{10} x} = \frac{2 \log_{10} x}{\log_{10} x} = 2$ $\frac{T_3}{T_2} = \frac{\log_{10} x^3}{\log_{10} x^2} = \frac{3 \log_{10} x}{2 \log_{10} x} = \frac{3}{2}$ $\frac{T_4}{T_3} = \frac{\log_{10} x^4}{\log_{10} x^3} = \frac{4 \log_{10} x}{3 \log_{10} x} = \frac{4}{3}$	Jujukan ini ialah J.G. sebab nisbah antara berturutan adalah sama, iaitu 2.

C. Cari sebutan ke- n , T_n , bagi setiap J.G. berikut dengan nilai n yang diberi. Find the n th term, T_n , of each of the following G.P. with the given value of n .

Janjang geometri Geometric progression	a	r	$T_n = ar^{n-1}$
CONTOH 24, -12, 6, -3, ... ; $n = 8$	24	$-\frac{12}{24} = -\frac{1}{2}$	$T_8 = 24 \left(-\frac{1}{2}\right)^{8-1}$ $= 24 \left(-\frac{1}{2}\right)^7 = -\frac{3}{16}$
1. 162, -54, 18, -6, ... ; $n = 10$	162	$r = -\frac{54}{162} = -\frac{1}{3}$	$T_{10} = 162 \left(-\frac{1}{3}\right)^{10-1}$ $= 162 \left(-\frac{1}{3}\right)^9$ $= -\frac{2}{243}$
2. 0.7, -0.14, 0.028, -0.0056 ... ; $n = 12$	0.7	$-\frac{0.14}{0.7} = -0.2$	$T_{12} = 0.7(-0.2)^{12-1}$ $= 0.7(-0.2)^{11}$ $= -1.4336 \times 10^{-8}$
3. $k + 3, 2k + 6, 4k + 12, \dots$; $n = 11$	$k + 3$	$\frac{2k + 6}{k + 3} = 2$	$T_{11} = (k + 3)(2^{11-1})$ $= 1\,024(k + 3)$

D. Cari bilangan sebutan bagi setiap J.G. berikut. Find the number of terms of each of the following G.P.

CONTOH	
4, 12, 36, 108, ... , 26 244	1. 40, 20, 10, 5, ... , $\frac{5}{64}$
$a = 4, r = \frac{12}{4} = 3, T_n = 26\,244$ $4(3)^{n-1} = 26\,244$ $3^{n-1} = 6\,561$ $= 3^8$ $n - 1 = 8$ $n = 9$	$a = 40, r = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}, T_n = \frac{5}{64}$ $40\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{5}{64}$ $\frac{40}{2^{n-1}} = \frac{5}{64}$ $2^{n-1} = 40 \times \frac{64}{5}$ $= 512$ $= 2^9$ $n - 1 = 9$ $n = 10$
FAKTA UTAMA $T_n = ar^{n-1}$	
2. 7, -14, 28, -56, ... , -14 336	3. $4x^2, 12x^3, 36x^4, 108x^5, \dots, 8\,748x^9$
$a = 7, r = -\frac{14}{7} = -2, T_n = -14\,336$ $7(-2)^{n-1} = -14\,336$ $(-2)^{n-1} = -2\,048$ $= (-2)^{11}$ $n - 1 = 11$ $n = 12$	$a = 4x^2, r = \frac{12x^3}{4x^2} = 3x, T_n = 8\,748x^9$ $4x^2(3x)^{n-1} = 8\,748x^9$ $(3x)^{n-1} = 2\,187x^7$ $= (3x)^7$ $n - 1 = 7$ $n = 8$

9

E. Diberi tiga sebutan berturut-turut bagi suatu J.G., cari nilai x . Given the three consecutive terms of a G.P. find the value of x .

CONTOH	
... , $x + 1, 3x - 2, 5x, \dots$ $r = \frac{3x - 2}{x + 1} = \frac{5x}{3x - 2}$ $(3x - 2)^2 = 5x(x + 1)$ $9x^2 - 12x + 4 = 5x^2 + 5x$ $4x^2 - 17x + 4 = 0$ $(4x - 1)(x - 4) = 0$ $x = \frac{1}{4}$ atau $x = 4$	1. ... , $3x, 6, x - 4, \dots$ $\frac{6}{3x} = \frac{x - 4}{6}$ $36 = 3x(x - 4)$ $3x^2 - 12x - 36 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x - 6)(x + 2) = 0$ $x = 6$ atau $x = -2$
2. ... , $x + 1, 2x, 4x - 3, \dots$ $\frac{2x}{x + 1} = \frac{4x - 3}{2x}$ $4x^2 = (x + 1)(4x - 3)$ $4x^2 = 4x^2 + x - 3$ $x - 3 = 0$ $x = 3$	3. ... , $2x - 5, 4 - 3x, 5x - 2, \dots$ $\frac{4 - 3x}{2x - 5} = \frac{5x - 2}{4 - 3x}$ $(4 - 3x)^2 = (2x - 5)(5x - 2)$ $16 - 24x + 9x^2 = 10x^2 - 29x + 10$ $x^2 - 5x - 6 = 0$ $(x - 6)(x + 1) = 0$ $x = 6$ atau $x = -1$

F. Diberi dua sebutan tertentu bagi suatu J.G., cari sebutan pertama dan nisbah sepunya janjang itu. Given the two specific terms of a G.P. find the first term and the common ratio of the progression.

CONTOH	
$T_3 = 48, T_4 = -3\,072$ $T_3 = ar^2 = 48$ ① $T_4 = ar^3 = -3\,072$ ② ② \div ①: $\frac{ar^3}{ar^2} = \frac{-3\,072}{48}$ $r = -64$ Gantikan $r = -64$ dalam ①: $a(-64)^2 = 48$ $a = 3$	1. $T_2 = 15, T_5 = 405$ $T_2 = ar = 15$ ① $T_5 = ar^4 = 405$ ② ② \div ①: $\frac{ar^4}{ar} = \frac{405}{15}$ $r^3 = 27$ $r = 3$ Gantikan $r = 3$ dalam ①: $a(3) = 15$ $a = 5$
2. $T_7 = \frac{5}{4}, T_{11} = \frac{5}{64}$ Semua sebutan adalah positif. All the terms are positive. $T_7 = ar^6 = \frac{5}{4}$... ① Gantikan $r = \frac{1}{2}$ ke dalam ①: $T_{11} = ar^{10} = \frac{5}{64}$... ② $a\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{5}{64}$ ② \div ①: $r^4 = \frac{1}{16}$ $= \left(\frac{1}{2}\right)^4$ $r = \frac{1}{2}$	3. $T_4 = -56, T_9 = 1\,792$ $T_4 = ar^3 = -56$ ① $T_9 = ar^8 = 1\,792$ ② ② \div ①: $r^5 = \frac{1\,792}{-56}$ $= -32$ $= (-2)^5$ $r = -2$ Gantikan $r = -2$ ke dalam ①: $a(-2)^3 = -56$ $a = 7$

10

G. Bagi setiap J.G. berikut, cari bilangan sebutan yang kurang atau lebih daripada nilai yang diberi. For each of the following G.P. find the number of terms that is less than or more than the given value.

1. 4, 12, 36, ... Cari bilangan sebutan yang kurang daripada 60 000. Find the number of terms that is less than 60 000. $a = 4, r = \frac{12}{4} = 3$ $4(3)^{n-1} < 60\,000$ $3^{n-1} < 15\,000$ $(n - 1) \log_{10} 3 < \log_{10} 15\,000$ $n - 1 < \frac{\log_{10} 15\,000}{\log_{10} 3}$ $n - 1 < 8.75$ $n < 9.75$ Bilangan sebutan yang kurang daripada 60 000 ialah 9.	2. 80, 16, 3.2, ... Cari bilangan sebutan yang lebih daripada 10^{-5} . Find the number of terms that is more than 10^{-5} . $a = 80, r = \frac{16}{80} = 0.2$ $80(0.2)^{n-1} > 10^{-5}$ $(0.2)^{n-1} > 1.25 \times 10^{-7}$ $(n - 1) \log_{10} 0.2 > \log_{10} (1.25 \times 10^{-7})$ $n - 1 < \frac{\log_{10} (1.25 \times 10^{-7})}{\log_{10} 0.2}$ $n - 1 < 9.88$ $n < 10.88$ Bilangan sebutan yang lebih daripada 10^{-5} ialah 10.
--	--

H. Cari hasil tambah n sebutan pertama, S_n , bagi setiap J.G. berikut dengan nilai n yang diberi. Find the sum of the first n terms, S_n , of each of the following G.P. with the given value of n .

CONTOH	
6, -18, 54, ... ; $n = 10$ $a = 6, r = -\frac{18}{6} = -3$ $S_{10} = \frac{6[1 - (-3)^{10}]}{1 - (-3)}$ $= -88\,572$	1. 12, 48, 192, ... ; $n = 8$ $a = 12, r = \frac{48}{12} = 4$ $S_8 = \frac{12(4^8 - 1)}{4 - 1}$ $= 262\,140$
2. 0.6, -0.24, 0.096, ... ; $n = 9$ $a = 0.6, r = -\frac{0.24}{0.6} = -0.4$ $S_9 = \frac{0.6[1 - (-0.4)^9]}{1 - (-0.4)}$ $= 0.4287$	3. 112, 56, 28, ... ; $n = 10$ $a = 112, r = \frac{56}{112} = \frac{1}{2}$ $S_{10} = \frac{112\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}}$ $= 223\frac{25}{32}$

11

I. Cari hasil tambah dari sebutan T_m hingga sebutan T_n seperti yang dinyatakan dalam setiap J.G. berikut. Find the sum from T_m term to T_n term as stated in each of the following G.P.

CONTOH	
5, -10, 20, ... ; T_4 hingga/to T_{10} $a = 5, r = -\frac{10}{5} = -2$ Hasil tambah dari T_4 hingga T_{10} $= S_{10} - S_3$ $= \frac{5[1 - (-2)^{10}]}{1 - (-2)} - \frac{5[1 - (-2)^3]}{1 - (-2)}$ $= \frac{5}{3}[1 - (-2)^{10} - 1 + (-2)^3]$ $= \frac{5}{3}(-1\,024 - 8)$ $= -1\,720$	1. 8, 24, 72, ... ; T_8 hingga/to T_{10} $a = 8, r = \frac{24}{8} = 3$ Hasil tambah dari T_8 hingga T_{10} $= S_{10} - S_7$ $= \frac{8(3^{10} - 1)}{3 - 1} - \frac{8(3^7 - 1)}{3 - 1}$ $= 4(3^{10} - 3^7)$ $= 227\,448$
2. 144, 72, 36, ... ; T_7 hingga/to T_{12} $a = 144, r = \frac{72}{144} = \frac{1}{2}$ Hasil tambah dari T_7 hingga T_{12} $= S_{12} - S_6$ $= \frac{144\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{12}\right]}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{144\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1 - \frac{1}{2}}$ $= 288\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{12} + \left(\frac{1}{2}\right)^6\right] = 4\frac{55}{128}$	3. $(x + 1), 2(x + 1), 4(x + 1), \dots$; T_6 hingga/to T_{10} $a = x + 1, r = \frac{2(x + 1)}{x + 1} = 2$ Hasil tambah dari T_6 hingga T_{10} $= S_{10} - S_5$ $= \frac{(x + 1)(2^{10} - 1)}{2 - 1} - \frac{(x + 1)(2^5 - 1)}{2 - 1}$ $= (x + 1)(2^{10} - 2^5)$ $= 992(x + 1)$

J. Cari sebutan tertentu bagi suatu J.G. dengan hasil tambah n sebutan pertama, S_n , yang diberi. Find the specific term of a G.P. with the given sum of the first n terms, S_n .

CONTOH	
$S_n = \frac{8}{3}(3^n - 1)$ $T_8 = S_8 - S_7$ $= \frac{8}{3}(3^8 - 1) - \frac{8}{3}(3^7 - 1)$ $= \frac{8}{3}(3^8 - 3^7)$ $= 10\,935$	1. $S_n = 1 - (-2)^n$ $T_{15} = S_{15} - S_{14}$ $= [1 - (-2)^{15}] - [1 - (-2)^{14}]$ $= 32\,768 + 16\,384$ $= 49\,152$
2. $S_n = \frac{8}{3}[1 - (0.7)^n]$ $T_7 = S_7 - S_6$ $= \frac{8}{3}[1 - (0.7)^7] - \frac{8}{3}[1 - (0.7)^6]$ $= \frac{8}{3}[-(0.7)^7 + (0.7)^6]$ $= 0.0941$	3. $S_n = \frac{3}{2}(1 - 3^{-n})$ $T_n = S_n - S_{n-1}$ $= \frac{3}{2}[1 - 3^{-n}] - \frac{3}{2}[1 - 3^{-(n-1)}]$ $= \frac{3}{2}[-3^{-n} + 3^{-(n-1)}]$ $= \frac{3}{2}(3^{-n})(-1 + 3) = 3^{1-n}$

12

K. Cari nilai n , diberi hasil tambah n sebutan pertama, S_n , bagi suatu J.G.
Find the value of n , given the sum of the first n terms, S_n , of a G.P. [24.6]

CONTOH
 $96, 144, 216, 324, \dots; S_n = 4\ 728\frac{3}{4}$
 $a = 96, r = \frac{144}{96} = 1.5$
 $\frac{96(1.5^n - 1)}{1.5 - 1} = 4\ 728\frac{3}{4}$
 $1.5^n - 1 = \frac{6\ 305}{256}$
 $1.5^n = \frac{6\ 561}{256}$
 $n \log_{10} 1.5 = \log_{10} \left(\frac{6\ 561}{256}\right)$
 $n = 8$

1. $24, 48, 96, \dots; S_n = 24\ 552$
 $a = 24, r = \frac{48}{24} = 2$
 $\frac{24(2^n - 1)}{2 - 1} = 24\ 552$
 $2^n - 1 = 1\ 023$
 $2^n = 1\ 024$
 $n \log_{10} 2 = \log_{10} 1\ 024$
 $n = \frac{\log_{10} 1\ 024}{\log_{10} 2} = 10$

2. $12, -36, 108, -324, \dots; S_n = 59\ 052$
 $a = 12, r = \frac{-36}{12} = -3$
 $\frac{12[1 - (-3)^n]}{1 - (-3)} = 59\ 052$
 $1 - (-3)^n = 19\ 684$
 $(-3)^n = -19\ 683$
 $n = 9$

3. $x^2, \frac{1}{2}x^2, \frac{1}{4}x^2, \frac{1}{8}x^2, \dots; S_n = \frac{127}{128}x^2$
 $a = x^2, r = \frac{\frac{1}{2}x^2}{x^2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{x^2[1 - (\frac{1}{2})^n]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{128}x^2$
 $\frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{128}$
 $1 - (\frac{1}{2})^n = \frac{255}{256}$
 $(\frac{1}{2})^n = \frac{1}{256}$
 $n = 8$

L. Cari hasil tambah hingga ketakterhinggaan, S_∞ , bagi setiap J.G. berikut.
Find the sum to infinity, S_∞ , of the following G.P. [25.0]

CONTOH
 $36, -24, 16, -\frac{32}{3}, \dots$
 $a = 36, r = \frac{-24}{36} = -\frac{2}{3}$
 $S_\infty = \frac{36}{1 - (-\frac{2}{3})} = 36 \times \frac{3}{5} = 21\frac{3}{5}$

FAKTA UTAMA
 $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$

1. $135, 45, 15, 5, \dots$
 $a = 135, r = \frac{45}{135} = \frac{1}{3}$
 $S_\infty = \frac{135}{1 - \frac{1}{3}} = 135 \times \frac{3}{2} = 202\frac{1}{2}$

2. $60, 12, 2.4, 0.48, \dots$
 $a = 60, r = \frac{12}{60} = 0.2$
 $S_\infty = \frac{60}{1 - 0.2} = 75$

3. $0.8, -0.6, 0.45, -0.3375, \dots$
 $a = 0.8, r = \frac{-0.6}{0.8} = -0.75$
 $S_\infty = \frac{0.8}{1 - (-0.75)} = \frac{16}{35}$

O. Selesaikan masalah berikut yang melibatkan J.G.
Solve the following problems involving J.G. [26]

1. Sebiji bola dilepaskan dari suatu ketinggian 18 m. Selepas mengenai tanah, bola itu melantun ke titik setinggi $\frac{2}{3}$ daripada ketinggian bola itu dilepaskan dan seterusnya bagi setiap lantunan berikutnya. Berapakah jumlah jarak yang dilalui oleh bola itu sehingga berhenti?
A ball is dropped from a height of 18 m. After touching the ground, it rebounds to $\frac{2}{3}$ of the height it dropped from and so on for each of the subsequent bounce. What is the total distance travelled by the ball until it stops?
 $a = 18, r = \frac{2}{3}$
Jumlah jarak yang dilalui = $18 + 2[18(\frac{2}{3}) + 18(\frac{2}{3})^2 + 18(\frac{2}{3})^3 \dots]$
 $= 18 + 2 \left[\frac{18(\frac{2}{3})}{1 - \frac{2}{3}} \right]$
 $= 18 + 72$
 $= 90\text{ m}$

2. Seorang pekebun ditugaskan untuk mencangkul satu kawasan dengan luas 900 m². Pada hari pertama, dia mencangkul seluas 10 m². Bagi setiap hari yang berikutnya, dia mencangkul keluasan 1.2 kali keluasan yang dicangkulkannya pada hari sebelumnya sehingga tugasnya selesai. Cari bilangan hari yang diperlukan untuk menghabiskan tugas itu.
A gardener has a task to dig an area of 900 m². On the first day, he digs an area of 10 m². For each of the subsequent day, he digs an area of 1.2 times the area that he digs on the previous day until his task is completed. Find the number of days needed to complete the task.
 $10 + 10(1.2) + 10(1.2)^2 + \dots + 10(1.2)^{n-1} > 900$
 $10(1 + 1.2 + 1.2^2 + \dots + 1.2^{n-1}) > 900$
 $10 \left(\frac{1.2^n - 1}{1.2 - 1} \right) > 900$
 $1.2^n - 1 > 18$
 $1.2^n > 19$
 $n \log_{10} 1.2 > \log_{10} 19$
 $n > \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} 1.2}$
 $n > 16.15$
Bilangan hari yang diperlukan ialah 17.

M. Cari sebutan tertentu bagi suatu J.G, diberi S_n dan sebutan pertama atau nisbah sepunya jangjang itu.
Find the specific term of a G.P, given S_n and the first term or the common ratio of the progression. [25.0]

CONTOH
Hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu J.G ialah 14 dan sebutan pertamanya ialah 10.
Cari T_4 .
The sum to infinity of a G.P is 14 and its first term is 10.
Find T_4 .
 $S_\infty = 14, a = 10$
 $\frac{10}{1 - r} = 14$
 $1 - r = \frac{10}{14}$
 $r = \frac{4}{7}$
 $T_4 = ar^3 = 10 \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{80}{343}$

1. Hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu J.G ialah 32 dan sebutan pertamanya ialah 40.
Cari T_4 .
The sum to infinity of a G.P is 32 and its first term is 40.
Find T_4 .
 $S_\infty = 32, a = 40$
 $\frac{40}{1 - r} = 32$
 $1 - r = \frac{40}{32}$
 $r = -\frac{1}{4}$
 $T_4 = ar^3 = 40 \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{5}{32}$

2. Hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu J.G ialah 45 dan nisbah sepunya jangjang itu ialah $\frac{2}{3}$. Cari T_6 .
The sum to infinity of a G.P is 45 and its common ratio is $\frac{2}{3}$. Find T_6 .
 $S_\infty = 45, r = \frac{2}{3}$
 $\frac{a}{1 - \frac{2}{3}} = 45$
 $a = 45 \left(\frac{1}{3}\right) = 15$
 $T_6 = ar^5 = 15 \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{129}{81}$

3. Hasil tambah hingga ketakterhinggaan bagi suatu J.G ialah 50 dan nisbah sepunya jangjang itu ialah -0.3 . Cari T_4 .
The sum to infinity of a G.P is 50 and its common ratio is -0.3 . Find T_4 .
 $S_\infty = 50, r = -0.3$
 $\frac{a}{1 - (-0.3)} = 50$
 $a = 50(1.3) = 65$
 $T_4 = ar^3 = 65(-0.3)^3 = -1.755$

N. Ungkapkan setiap perpuluhan jadi semula berikut dalam bentuk pecahan termudah.
Express each of the following recurring decimals as a fraction in its simplest form. [25.0] [B]

CONTOH
 $0.\dot{1}\dot{8} = 0.181818 \dots = 0.18 + 0.0018 + 0.000018 + \dots$
 $a = 0.18, r = \frac{0.0018}{0.18} = 0.01$
 $S_\infty = \frac{0.18}{1 - 0.01} = \frac{0.18}{0.99} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}$

1. $0.\dot{2}\dot{4} = 0.242424 \dots = 0.24 + 0.0024 + 0.000024 + \dots$
 $a = 0.24, r = \frac{0.0024}{0.24} = 0.01$
 $S_\infty = \frac{0.24}{1 - 0.01} = \frac{0.24}{0.99} = \frac{8}{33}$

2. $5.\dot{8} = 5.888 \dots = 5 + 0.8 + 0.08 + 0.008 + \dots$
 $a = 0.8, r = 0.1$
 $S_\infty = \frac{0.8}{1 - 0.1} = \frac{8}{9}$
Oleh itu, $5.\dot{8} = 5 + \frac{8}{9} = 5\frac{8}{9}$

3. $0.5\dot{1}\dot{2} = 0.5 + 0.01212 \dots = 0.5 + 0.012 + 0.00012 + 0.0000012 + \dots$
 $a = 0.012, r = 0.01$
 $S_\infty = \frac{0.012}{1 - 0.01} = \frac{12}{990} = \frac{2}{165}$
Oleh itu, $0.5\dot{1}\dot{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{165} = \frac{169}{330}$

PRAKTIS FOMATIF Kertas 1

Subtopik	2013	2014	2015	2016
1.1	S. 8.10	S. 9	S. 8	S. 21
1.2	S. 11	S. 8.10	S. 8	S. 22.23

ANALISIS SOALAN SPM

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Diberi bahawa $12, y + 5$ dan $3y - 2x$ ialah tiga sebutan berturutan bagi suatu jangjang aritmetik.
It is given that $12, y + 5$ and $3y - 2x$ are three consecutive terms of an arithmetic progression.
(a) Ungkapkan y dalam sebutan x . Express y in terms of x .
(b) Cari beza sepunya jika $x = 3$. Find the common difference if $x = 3$. [4]

(a) $(y + 5) - 12 = (3y - 2x) - (y + 5)$
 $y - 7 = 2y - 2x - 5$
 $y = 2x - 2$

(b) Apabila $x = 3, y = 2(3) - 2 = 4$
Beza sepunya = $(4 + 5) - 12 = -3$

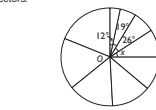
2. Tiga sebutan pertama bagi suatu jangjang aritmetik ialah $p, 15$ dan q . Cari nilai $p + q$.
The first three terms of an arithmetic progression are $p, 15$ and q . Find the value of $p + q$. [2]

$15 - p = q - 15$
 $p + q = 15 + 15$
 $p + q = 30$

3. Dalam suatu jangjang aritmetik, beza sepunya ialah -4 . Diberi hasil tambah 12 sebutan pertama jangjang itu ialah 84. Cari
In an arithmetic progression, the common difference is -4 . Given the sum of the first 12 terms of the progression is 84. Find
(a) sebutan pertama jangjang itu, the first term of the progression.
(b) sebutan kedua belas jangjang itu, the twelfth term of the progression. [4]

(a) $S_{12} = \frac{12}{2}[2a + (12 - 1)(-4)] = 84$
 $6(2a - 4) = 84$
 $2a - 4 = 14$
 $2a = 18$
 $a = 9$

(b) $T_{12} = 29 + 11(-4) = -15$

4. Rajah di bawah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O yang telah dibahagi kepada sembilan sektor.
The diagram shows a circle with centre O which is divided into nine sectors.

Sudut sektor-sektor itu membentuk suatu jangjang dengan sebutan pertama 12°. The angles of the sectors form a progression with the first term of 12°.
(a) Nyatakan sama ada jangjang itu ialah suatu jangjang aritmetik atau jangjang geometri. State whether the progression is an arithmetic progression or a geometric progression.
(b) Cari nilai x . Find the value of x .
(c) Cari hasil tambah semua sebutan dalam jangjang itu. Find the sum of all the terms in the progression. [3]

(a) $19^\circ - 12^\circ = 7^\circ$ $26^\circ - 19^\circ = 7^\circ$
Maka, jangjang itu ialah jangjang aritmetik.

(b) $x = 26^\circ + 7^\circ = 33^\circ$

(c) $S_9 = \frac{9}{2}[2(12) + (8)(7)] = 360^\circ$

5. Dalam suatu jangjang aritmetik, hasil tambah empat sebutan pertama ialah 52 dan sebutan ketujuh ialah -5 . Cari sebutan pertama dan beza sepunya jangjang itu.
In an arithmetic progression, the sum of the first four terms is 52 and the seventh term is -5 . Find the first term and the common difference of the progression. [3]

$S_4 = \frac{4}{2}[2a + (4 - 1)d] = 52$
 $2a + 3d = 26$ ①
 $T_7 = a + 6d = -5$ ②
① × 2: $4a + 6d = 52$ ③
③ - ②: $3a = 57$
 $a = 19$
Gantikan $a = 19$ ke dalam ②.
 $19 + 6d = -5$
 $6d = -24$
 $d = -4$

6. Sebuah gerai menjual minuman kotak soya dan kopi. Pada suatu hari tertentu, gerai itu mempunyai 120 minuman kotak soya dan 90 minuman kotak kopi. Gerai itu menjual 8 minuman kotak soya dan 5 minuman kotak kopi dalam sehari. Selepas berapa hari, baki minuman kotak bagi kedua-dua jenis minuman itu adalah sama banyak?

A stall sells packet drink with flavour soya and coffee. On a certain day, the stall has 120 packets of soya drink and 90 packets of coffee drink. The stall sells 8 packets of soya drink and 5 packets of coffee drink in a day. After how many days, the remainder packets of drink of both types of drink are the same?

$$120 + (n-1)(-8) = 90 + (n-1)(-5)$$

$$120 - 8n + 8 = 90 - 5n + 5$$

$$3n = 33$$

$$n = 11$$

7. Diberi bahawa $x^3, x^6, x^9, x^{12}, \dots$ ialah suatu jang geometri dengan keadaan $0 < x < 1$. Hasil tambah hingga ketakterhinggaan jang itu ialah $\frac{1}{7}$. Cari

It is given that $x^3, x^6, x^9, x^{12}, \dots$ is a geometric progression such that $0 < x < 1$. The sum to infinity of the progression is $\frac{1}{7}$. Find

(a) nisbah sepunya jang itu dalam sebutan x , the common ratio of the progression in terms of x .

(b) nilai x .

(a) Nisbah sepunya = $\frac{x^3}{x^3} = x^3$

(b) $S_\infty = \frac{1}{7}$

$$\frac{x^3}{1-x^3} = \frac{1}{7}$$

$$7x^3 = 1 - x^3$$

$$8x^3 = 1$$

$$x^3 = \frac{1}{8}$$

$$x = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

8. Dalam suatu jang geometri, sebutan pertama ialah a dan nisbah sepunya ialah r . Diberi sebutan ketiga jang itu melebihi sebutan kedua sebanyak 20a. Cari nilai-nilai r .

In a geometric progression, the first term is a and the common ratio is r . Given the third term of the progression exceeds the second term by $20a$. Find the values of r .

$$T_3 - T_2 = 20a$$

$$ar^2 - ar = 20a$$

$$r^2 - r - 20 = 0$$

$$(r-5)(r+4) = 0$$

$$r = 5 \text{ atau } r = -4$$

9. Maklumat berikut merujuk kepada hasil tambah sebutan-sebutan bagi suatu jang geometri.

The following information refers to the sum of the terms of a geometric progression.

$$0.424242 \dots = 0.42 + h + k + \dots$$

dengan keadaan h dan k ialah pemalar, where h and k are constants.

Tentukan

Determine

(a) nilai h dan nilai k , the values of h and k .

(b) nisbah sepunya jang itu, the common ratio of the progression.

$$0.424242 \dots = 0.42 + 0.0042 + 0.00042 + \dots$$

(a) $h = 0.0042$ (b) $r = \frac{0.0042}{0.42} = 0.01$

10. Diberi bahawa hasil tambah n sebutan pertama bagi suatu jang geometri ialah $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$. Cari

It is given that the sum of the first n terms of a geometric progression is $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$. Find

(a) sebutan pertama jang itu, the first term of the progression.

(b) nisbah sepunya jang itu, the common ratio of the progression.

(a) $T_1 = S_1 = \frac{2}{3}(4^1 - 1) = 2$

(b) $S_2 = \frac{2}{3}(4^2 - 1) = 10$

$$T_2 = S_2 - S_1 = 10 - 2 = 8$$

$$r = \frac{8}{2} = 4$$

11. Jefri baru sahaja menamatkan pengajian ijazah dalam bidang kejuruteraan. Dia ditawarkan oleh dua buah syarikat berbeza. Syarikat Setia menawarkan gaji permulaan RM40 000 setahun dengan kenaikan tahunan sebanyak 6% daripada gaji pokok. Syarikat Cekap menawarkan gaji permulaan RM37 000 setahun dengan kenaikan tahunan sebanyak 8% daripada gaji pokok. Jefri bercadang untuk memilih syarikat yang menawarkan jumlah pendapatan yang paling tinggi dan menabung sebanyak 25% daripada gajinya bagi melanjutkan pelajaran selepas bekerja selama 10 tahun. Syarikat manakah yang patut Jefri pilih dan berapakah jumlah tabungannya untuk melanjutkan pelajaran?

[Bundarkan jawapan anda kepada RM terhampir.]

Jefri has just completed his degree in engineering field. He was offered a job from two different companies. Syarikat Setia offered him an initial salary of RM40 000 per annum with 6% yearly increment from the basic salary. Syarikat Cekap offered him an initial salary of RM37 000 per annum with 8% yearly increment from the basic salary. Jefri decided to choose the company which offered higher income and save 25% of his salary for further study after working for 10 years. Which company should Jefri choose and how much is his total savings for his studies?

[Round off your answer to the nearest RM.]

Syarikat Setia:

$$a = \text{RM}40\,000, r = 1.06, n = 10$$

$$S_{10} = \frac{\text{RM}40\,000(1.06^{10} - 1)}{1.06 - 1} = \text{RM}527\,232$$

Syarikat Cekap:

$$a = \text{RM}37\,000, r = 1.08, n = 10$$

$$S_{10} = \frac{\text{RM}37\,000(1.08^{10} - 1)}{1.08 - 1} = \text{RM}536\,003$$

Jefri patut memilih Syarikat Cekap.

Jumlah tabungan = $\text{RM}536\,003 \times 25\%$

$$= \text{RM}134\,001$$

12. Diberi 4, 12, a , b dan c ialah lima sebutan berturut-turut bagi suatu jang geometri. Cari nilai c .

Given 4, 12, a , b and c are five consecutive terms of a geometric progression. Find the value of c .

$$r = \frac{12}{4} = 3$$

$$a = 12 \times 3 = 36$$

$$b = 12 \times 3^2 = 108$$

$$c = 12 \times 3^3 = 324$$

13. Diberi bahawa $(4x + 4)$, $(3x + 1)$ dan $\left(\frac{6x + 2}{3}\right)$ ialah tiga sebutan berturut-turut bagi suatu jang geometri dengan nisbah sepunya $\frac{2}{3}$. Cari

It is given that $(4x + 4)$, $(3x + 1)$ and $\left(\frac{6x + 2}{3}\right)$ are three consecutive terms of a geometric progression with a common ratio of $\frac{2}{3}$. Find

(a) nilai x , the value of x .

(b) sebutan pertama jika $(4x + 4)$ ialah sebutan ke-8 jang itu, the first term if $(4x + 4)$ is the 8th term of the progression.

(a) $\frac{3x+1}{4x+4} = \frac{2}{3}$

$$3(3x+1) = 2(4x+4)$$

$$9x+3 = 8x+8$$

$$x = 5$$

(b) $T_8 = 4(5+4)^7$

$$= 4(9)^7$$

$$= 410\frac{1}{16}$$

14. Dalam satu jang, Subramaniam mengambil masa 6 minit untuk menghabiskan kilometer pertama dalam suatu acara larian 10 km. Dia tidak dapat mengekalkan staminanya, maka bagi setiap kilometer berikutnya, dia mengambil 10% lebih masa berbanding dengan masa yang diambil untuk kilometer sebelumnya. Peserta-peserta yang menamatkan larian melebihi dua jam tidak layak menerima pingat. Adakah Subramaniam layak? Tunjukkan kiran untuk menyokong jawapan anda.

In a jogathon, Subramaniam takes 6 minutes to finish the first kilometre of a 10 km run. He could not maintain his stamina for each subsequent kilometre, he took 10% more time compared to the time he took for the previous kilometre. The participants who finished the run more than two hours are not qualified to receive any medal. Did Subramaniam qualified? Show the calculation to support your answer.

$a = 6$ minit, $r = 1 + 0.1 = 1.1$

Masa yang diambil = $\frac{6(1.1^{10} - 1)}{1.1 - 1}$

$$= 95.62 \text{ minit}$$

Ya, Subramaniam layak untuk menerima pingat.

PRAKTIS FOMATIF Kertas 2

Jawab semua soalan. Answer all the questions.

1. Rajah di bawah menunjukkan beberapa sektor berpusat O. Jejari bagi sektor pertama ialah 15 cm. Jejari bagi setiap sektor yang berikutnya bertambah secara malar dengan 4 cm. The diagram shows a number of sectors with centre O. The radius of the first sector is 15 cm. The radius of each subsequent sector increases constantly by 4 cm.

Diberi panjang lengkok bagi sektor ke- n ialah 37π cm. Cari

Given the length of the arc of the n th sector is 37π cm. Find

(a) jejari bagi sektor ke- n , the radius of the n th sector.

(b) nilai n , the value of n .

(c) hasil tambah jejari bagi 12 sektor pertama, the sum of the radii of the first 12 sectors.

(a) $a = 15, d = 4$

$$37\pi = (4n + 11)\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$111 = 4n + 11$$

$$4n = 100$$

$$n = 25$$

(c) $a = 15, d = 4, n = 12$

$$S_{12} = \frac{12}{2}[2(15) + (12-1)(4)]$$

$$= 444 \text{ cm}$$

2. Rajah di bawah menunjukkan susunan silinder yang mempunyai jejari yang sama, 4 cm. Tinggi silinder pertama ialah 3 cm dan tinggi setiap silinder yang berikutnya bertambah sebanyak 2 cm. (Isi padu silinder = $\pi r^2 h$)

The diagram shows the arrangement of cylinders having the same radius, 4 cm. The height of the first cylinder is 3 cm and the height of each subsequent cylinder increases by 2 cm. (Volume of a cylinder = $\pi r^2 h$)

(a) Hitung isi padu, dalam cm^3 , silinder yang ke-19 dalam sebutan π . Calculate the volume, in cm^3 , of the 19th cylinder in terms of π .

(b) Diberi jumlah isi padu bagi n silinder pertama ialah $4\,080\pi \text{ cm}^3$. Cari nilai n . Given the total volume of the first n cylinders is $4\,080\pi \text{ cm}^3$. Find the value of n .

(a) Tinggi silinder membentuk suatu jang aritmetik dengan $a = 3$ cm dan $d = 2$ cm.

$$T_{19} = 3 + (19-1)(2) = 39$$

Tinggi silinder yang ke-19 ialah 39 cm.

Isi padu silinder yang ke-19 = $\pi(4^2)(39) = 624\pi \text{ cm}^3$

(b) Jumlah isi padu bagi n silinder pertama = $\pi(4^2)(3) + \pi(4^2)(5) + \dots + \pi(4^2)(T_n)$

$$\pi(4^2)(3 + 5 + \dots + T_n) = 4\,080\pi$$

$$16\pi\left(\frac{n}{2}\right)[2(3) + (n-1)(2)] = 4\,080\pi$$

$$8n(4 + 2n) = 4\,080$$

$$16n^2 + 32n - 4\,080 = 0$$

$$n^2 + 2n - 255 = 0$$

$$(n+17)(n-15) = 0$$

$$n = -17 \text{ atau } 15$$

Oleh sebab n ialah integer positif, maka $n = 15$.

3. Pada suatu hari tertentu, seorang penternak mempunyai 5 000 ekor ayam di ladangnya untuk dibekalkan kepada pemborong. Dia mula menjual ternakannya sebanyak 400 ekor pada keesokan hari dan seterusnya bagi setiap hari berikutnya. Penternak itu akan memberi makan dahulu sebelum ternakannya dijual. Jika kos menternak seekor ayam ialah RM0.80 sehari, hitung jumlah kos sehingga bilangan ayamnya berbekal 1 000 ekor.

On a certain day, a breeder has 5 000 chickens in his farm to supply to a wholesaler. He starts selling 400 chickens on the next day and subsequently for the following days. The breeder feeds the chickens before selling. If the cost to breed a chicken is RM0.80 per day, calculate the total cost until his remaining chickens are 1 000.

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$1\,000 = 5\,000 + (n-1)(-400)$$

$$400(n-1) = 4\,000$$

$$n-1 = 10$$

$$n = 11$$

Bilangan hari yang diperlukan = 11

Bilangan ayam yang ditenak pada hari pertama, kedua, ketiga sehingga berbekal 1 000 ekor = $5\,000 + 5\,000 + 4\,600 + 4\,200 + \dots + 1\,000$

$$= 5\,000 + \frac{11}{2}(5\,000 + 1\,000)$$

$$= 38\,000$$

Jumlah kos = $38\,000 \times \text{RM}0.80 = \text{RM}30\,400$

4. Ramasamy mula bekerja di sebuah syarikat pada 1 Januari 2006 dengan permulaan gaji tahunan sebanyak RM24 000. Pada setiap bulan Januari, syarikat itu menaikkan gajinya sebanyak 6% daripada gaji tahunannya sebelumnya.

Ramasamy started working in a company on 1 January 2006 with an initial annual salary of RM24 000. Every January, the company increased his salary by 6% of the previous year's salary.

(a) Hitung gaji tahunannya, kepada RM yang terdekat, pada tahun 2012. Calculate his annual salary, to the nearest RM, in the year 2012.

(b) Cari nilai minimum n supaya gaji tahunannya pada tahun ke- n akan melebihi RM50 000. Find the minimum value of n such that his annual salary in the n th year will exceed RM50 000.

(c) Hitung jumlah gajinya, kepada RM yang terdekat, dari tahun 2006 hingga tahun 2012. Calculate his total salary, to the nearest RM, from the year 2006 to the year 2012.

(a) $a = \text{RM}24\,000, r = 1.06, n = 106$

Gaji tahunan Ramasamy pada tahun 2012 = T_{106}

$$= \text{RM}24\,000(1.06)^{106}$$

$$= \text{RM}24\,000(1.06)^{106}$$

$$= \text{RM}34\,044$$

(b) $T_n > 50\,000$

$$24\,000(1.06)^{n-1} > 50\,000$$

$$(1.06)^{n-1} > \frac{50\,000}{24\,000}$$

$$(n-1) \log_{10} 1.06 > \log_{10} \left(\frac{50}{24}\right)$$

$$n-1 > \frac{\log_{10} \left(\frac{50}{24}\right)}{\log_{10} 1.06}$$

$$n > 12.60 + 1$$

$$n > 13.60$$

Nilai minimum n ialah 14.

(c) Jumlah gaji Ramasamy dari tahun 2006 hingga tahun 2016 = S_{106}

$$= \frac{24\,000(1.06^{106} - 1)}{1.06 - 1}$$

$$= \text{RM}201\,452$$

5. Diberi bahawa ... , 351, x, 3 159, ... ialah sebahagian daripada suatu jangjang geometri dan hasil tambah enam sebutan pertama jangjang itu ialah 4 732. Cari *It is given that ... , 351, x, 3 159, ... is part of a geometric progression and the sum of the first six terms of the progression is 4 732. Find*

(a) nisbah sepunya. [2]
the common ratio.

(b) sebutan pertama. [2]
the first term.

(c) nilai n yang paling kecil supaya sebutan ke- n melebihi 50 000. [2]
the smallest value of n such that the n th term exceeds 50 000.

(a) $\frac{x}{351} = \frac{3\ 159}{x}$
 $x^2 = 351 \times 3\ 159$
 $x = \sqrt{351 \times 3\ 159}$
 $= 1\ 053$
Nisbah sepunya = $\frac{x}{351}$
 $= \frac{1\ 053}{351}$
 $= 3$

(b) $S_6 = \frac{a(3^6 - 1)}{3 - 1} = 4\ 732$
 $a \left(\frac{228}{2} \right) = 4\ 732$
 $a = 13$

(c) $T_n > 50\ 000$
 $13(3^{n-1}) > 50\ 000$
 $3^{n-1} > \frac{50\ 000}{13}$
 $(n-1) \log_{10} 3 > \log_{10} \left(\frac{50\ 000}{13} \right)$
 $n-1 > \frac{\log_{10} \left(\frac{50\ 000}{13} \right)}{\log_{10} 3}$
 $n-1 > 7.514$
 $n > 8.514$
Nilai n yang paling kecil ialah 9.

6. Seutas dawai dipotong kepada n bahagian. Panjang setiap bahagian bertambah dan membentuk suatu jangjang geometri. Diberi bahawa panjang dawai bahagian keenam adalah 9 kali panjang dawai bahagian keempat. *A wire is cut into n parts. The length of each part increases and form a geometric progression. It is given that the length of the sixth part is 9 times the length of the fourth part of the wire.*

(a) Hitung nisbah sepunya. [2]
Calculate the common ratio.

(b) Jika jumlah panjang dawai itu ialah 13 120 cm dan panjang dawai bahagian pertama ialah 4 cm, hitung *If the total length of the wire is 13 120 cm and the length of the first part of the wire is 4 cm, calculate*

(i) nilai n . [4]
the value of n .

(ii) panjang, dalam cm, dawai bahagian terakhir. [4]
the length, in cm, of the last part of the wire.

(a) $T_6 = 9T_4$
 $ar^5 = 9ar^3$
 $r^2 = 9$
 $r = 3$ ($r > 0$)
Nisbah sepunya = 3

(b) (i) $a = 4, r = 3, S_n = 13\ 120$
 $\frac{4(3^n - 1)}{3 - 1} = 13\ 120$
 $3^n - 1 = 6\ 560$
 $3^n = 6\ 561$
 $n = 8$

(ii) $a = 4, r = 3, n = 8$
 $T_8 = 4(3)^7$
 $= 8\ 748$ cm

21

FOKUS KBAT

1. **Kemahiran Kognitif: Menganalisis**
Konteks: Jangjang Aritmetik (J.A.)

Rajah di bawah menunjukkan empat baris pertama bagi suatu susunan kad nombor. *The diagram shows the first four rows for an arrangement of the numbered cards.*

Bilangan kad dalam setiap baris membentuk suatu jangjang dan sebutan pertama ialah kad berlabel '1'. *The number of cards in each row form a progression and the first term is the card labelled '1'.*

(a) Apakah nombor pada kad ketiga dalam baris ke-20? [2]
What is the number on the third card in the 20th row?

(b) Jika baris terakhir mengandungi 63 keping kad nombor, berapakah bilangan kad nombor yang diperlukan untuk susunan itu? [2]
If the last row consists of 63 numbered cards, how many numbered cards are needed for the arrangement?

(a) $a = 1, d = 2$ (setiap baris menambah 2 keping kad.)
Nombor pada kad terakhir dalam baris ke-19
 $= S_{19}$
 $= \frac{19}{2} [2(1) + (19-1)(2)]$
 $= 361$
Nombor pada kad ketiga dalam baris ke-20 = $361 + 3 = 364$

(b) $T_n = 63$
 $1 + (n-1)(2) = 63$
 $n = 32$
Bilangan kad nombor = S_{32}
 $= \frac{32}{2} [2(1) + (32-1)(2)]$
 $= 1\ 024$

Info KBAT
Bilangan kad dalam setiap baris merupakan sebutan. *The number of cards in each row is a term.*

22

2. **Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi**
Konteks: Jangjang Geometri (J.G.)

Terdapat 2 800 biji nanas dan 2 000 biji tembikai susu di sebuah dusun. Pada setiap hari yang berikutnya, 10% daripada nanas dan 8% daripada tembikai susu itu dipetik dari dusun itu. Pada hari yang ke-berapakah bilangan nanas di dusun itu adalah kurang daripada bilangan tembikai susu untuk kali pertama? *There are 2 800 pineapples and 2 000 honeydews in an orchard. On each subsequent day, 10% of the pineapples and 8% of the honeydews are harvested from the orchard. On which day is the number of pineapples in the orchard less than the number of honeydews for the first time?*

Nanas: $a = 2\ 800$ dan $r = 90\% = 0.9$
Tembikai susu: $a = 2\ 000$ dan $r = 92\% = 0.92$

Info KBAT
Guna $T_{\text{Nanas}} < T_{\text{Tembikai susu}}$ dan hukum logaritma. *Use $T_{\text{Pineapple}} < T_{\text{Honeydew}}$ and law of logarithms.*

T_n (Nanas) $< T_n$ (Tembikai susu)
 $2\ 800(0.9)^{n-1} < 2\ 000(0.92)^{n-1}$
 $1.4(0.9)^{n-1} < 0.92^{n-1}$
 $\log_{10} 1.4(0.9)^{n-1} < \log_{10} 0.92^{n-1}$
 $\log_{10} 1.4 + \log_{10} 0.9^{n-1} < (n-1) \log_{10} 0.92$
 $\log_{10} 1.4 + (n-1) \log_{10} 0.9 < (n-1) \log_{10} 0.92$
 $\log_{10} 1.4 < (n-1)(\log_{10} 0.92 - \log_{10} 0.9)$
 $(n-1) > \frac{\log_{10} 1.4}{(\log_{10} 0.92 - \log_{10} 0.9)}$
 $n-1 > 15.3$
 $n > 16.3$
 $n = 17$

Pada hari ke-17, bilangan nanas di dusun itu adalah kurang daripada bilangan tembikai susu untuk kali pertama.

23

BAB 2 HUKUM LINEAR LINEAR LAW

2.1 **Garis Lurus Penyuajian Terbaik**

A. **Plot graf y melawan x dan lukis garis lurus penyuajian terbaik. Seterusnya, cari pintasan- y dan kecerunan garis lurus penyuajian terbaik itu. Plot the graph of y against x and draw the line of best fit. Hence, find the y -intercept and the gradient of the line of best fit.**

CONTOH

x	1	2	3	4	5
y	13	20	25	30	37

Pintasan- $y = 7$
Kecerunan = $\frac{37-7}{5-0} = 6$

1.

x	0.5	1	2	2.6	3.5
y	0.2	0.8	2.4	3.2	4.4

Pintasan- $y = -0.5$
Kecerunan = $\frac{4.4 - (-0.5)}{3.5 - 0} = 1.4$

2.

x	4	9	16	23	30
y	16	13.5	10	6	3

Pintasan- $y = 18$
Kecerunan = $\frac{18-3}{0-30} = -0.5$

3.

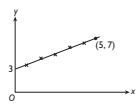
x	0.08	0.12	0.17	0.23	0.3
y	2	1.8	1.5	1.2	0.8

Pintasan- $y = 2.45$
Kecerunan = $\frac{0.8 - 2.45}{0.3 - 0} = -5.5$

24

B. Bagi setiap garis lurus penyuaiannya terbaik berikut, cari nilai pemalar, h dan k , dengan persamaan yang diberi. For each of the following lines of best fit, find the values of the constants, h and k , in the given equation.

CONTOH

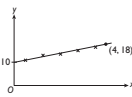


FAKTA UTAMA
 $y = mx + c$

Persamaan/Equation: $y = 2hkx + 3k$

$$\begin{aligned} 3k &= \text{Pintasan-}y & 2hk &= \text{Kecerunan} \\ 3 &= 3 & 2h \cdot 3 &= \frac{7-3}{5-0} = 0,8 \\ k &= 1 & 2h(1) &= 0,8 \\ & & h &= 0,4 \end{aligned}$$

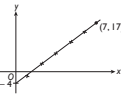
1.



Persamaan/Equation: $y = (h+k)x - 5h$

$$\begin{aligned} -5h &= \text{Pintasan-}y & h+k &= \text{Kecerunan} \\ 10 &= 10 & h+k &= \frac{18-10}{4-0} \\ h &= -2 & &= \frac{8}{4} = 2 \\ & & -2+k &= 2 \\ & & k &= 4 \end{aligned}$$

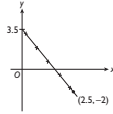
2.



Persamaan/Equation: $y = \frac{1}{2}hx + h - k$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}h &= \text{Kecerunan} & h-k &= \text{pintasan-}y \\ \frac{1}{2}h &= \frac{17-(-4)}{7-0} & h-k &= -4 \\ \frac{1}{2}h &= \frac{21}{7} = 3 & 6-k &= -4 \\ h &= 6 & k &= 10 \end{aligned}$$

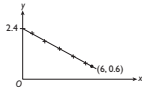
3.



Persamaan/Equation: $y = -4hx + k - 3$

$$\begin{aligned} -4h &= \text{Kecerunan} & k-3 &= \text{Pintasan-}y \\ -4h &= \frac{-2-3,5}{2,5-0} & k-3 &= 3,5 \\ -4h &= -2,2 & k &= 6,5 \\ h &= 0,55 & & \end{aligned}$$

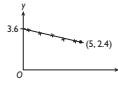
4.



Persamaan/Equation: $y = 2hx + \log_{10} k$

$$\begin{aligned} 2h &= \text{Kecerunan} & \log_{10} k &= \text{Pintasan-}y \\ 2h &= \frac{0,6-2,4}{6-0} & \log_{10} k &= 2,4 \\ 2h &= -0,3 & k &= 10^{2,4} \\ h &= -0,15 & &= 251,2 \end{aligned}$$

5.



Persamaan/Equation: $y = (2 \log_{10} h)x + \frac{k}{h}$

$$\begin{aligned} 2 \log_{10} h &= \text{Kecerunan} & \frac{k}{h} &= \text{Pintasan-}y \\ 2 \log_{10} h &= \frac{2,4-3,6}{5-0} & \frac{k}{h} &= 3,6 \\ 2 \log_{10} h &= -0,24 & k &= 3,6h \\ \log_{10} h &= -0,12 & &= 0,7586 \\ h &= 10^{-0,12} & &= 0,7586 \end{aligned}$$

25

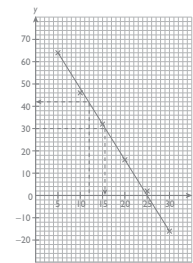
C. Berdasarkan jadual yang diberikan, plot graf y melawan x dan lukis garis lurus penyuaiannya terbaik. Seterusnya, cari setiap nilai yang dikehendaki. Based on the given table, plot the graph of y against x and draw the line of best fit. Hence, find the required value.

CONTOH

x	5	10	15	20	25	30
y	64	46	32	16	2	-16

- (a) Cari nilai y apabila $x = 12$.
Find the value of y when $x = 12$.
(b) Cari nilai x apabila $y = 30$.
Find the value of x when $y = 30$.

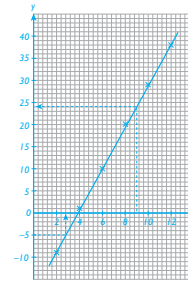
- (a) Apabila $x = 12$, $y = 42$.
(b) Apabila $y = 30$, $x = 15,5$.



1.

x	2	4	6	8	10	12
y	-9	1	10	20	29	38

- (a) Cari nilai y apabila $x = 9$.
Find the value of y when $x = 9$.
(b) Cari nilai x apabila $y = -5$.
Find the value of x when $y = -5$.

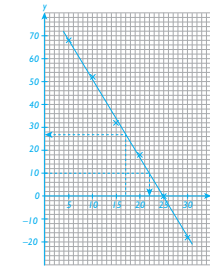


- (a) Apabila $x = 9$, $y = 24$.
(b) Apabila $y = -5$, $x = 2,8$.

2.

x	5	10	15	20	25	30
y	68	52	32	18	0	-18

- (a) Cari nilai y apabila $x = 17$.
Find the value of y when $x = 17$.
(b) Cari nilai x apabila $y = 10$.
Find the value of x when $y = 10$.

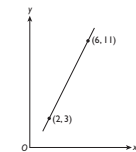


- (a) Apabila $x = 17$, $y = 27$.
(b) Apabila $y = 10$, $x = 22$.

26

D. Bentuk persamaan garis lurus bagi setiap yang berikut. Seterusnya, cari (a) nilai y apabila $x = 2,5$, dan (b) nilai x apabila $y = 20$. Form the equation of the straight line of each of the following. Hence, find (a) the value of y when $x = 2,5$, and (b) the value of x when $y = 20$.

CONTOH



Kecerunan garis lurus,
 $m = \frac{11-3}{6-2} = \frac{8}{4} = 2$

Maka, $y = 2x + c$ ①

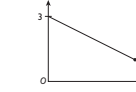
Gantikan (2, 3) ke dalam ①,
 $3 = 2(2) + c$
 $c = -1$

Persamaan garis lurus ialah $y = 2x - 1$.

- (a) Apabila $x = 2,5$,
 $y = 2(2,5) - 1$
 $= 4$

- (b) Apabila $y = 20$,
 $20 = 2x - 1$
 $2x = 21$
 $x = 10,5$

1.



Kecerunan garis lurus,
 $m = \frac{1-3}{4-0} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

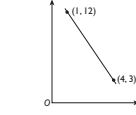
Pintasan- y , $c = 3$

Persamaan garis lurus
ialah $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

- (a) Apabila $x = 2,5$,
 $y = -\frac{1}{2}(2,5) + 3$
 $= 1,75$

- (b) Apabila $y = 20$,
 $20 = -\frac{1}{2}x + 3$
 $-\frac{1}{2}x = 17$
 $x = -34$

2.



Kecerunan garis lurus,
 $m = \frac{3-12}{4-1} = -\frac{9}{3} = -3$

Maka, $y = -3x + c$ ①

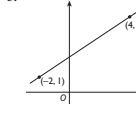
Gantikan (1, 12) ke dalam ①,
 $12 = -3(1) + c$
 $c = 15$

Persamaan garis lurus ialah
 $y = -3x + 15$.

- (a) Apabila $x = 2,5$,
 $y = -3(2,5) + 15$
 $= 7,5$

- (b) Apabila $y = 20$,
 $20 = -3x + 15$
 $3x = -5$
 $x = -\frac{5}{3}$

3.



Kecerunan garis lurus,
 $m = \frac{5-1}{4-(-2)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Maka, $y = \frac{2}{3}x + c$ ①

Gantikan (4, 5) ke dalam ①,
 $5 = \frac{2}{3}(4) + c$
 $c = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$

Persamaan garis lurus ialah
 $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

- (a) Apabila $x = 2,5$,
 $y = \frac{2}{3}(2,5) + \frac{7}{3}$
 $= 4$

- (b) Apabila $y = 20$,
 $20 = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$
 $60 = 2x + 7$
 $2x = 53$
 $x = 26,5$

27

2.2 Pengaplikasian Hukum Linear kepada Hubungan Tak Linear

A. Ungkapkan setiap persamaan tak linear kepada bentuk $Y = mX + c$. Seterusnya, kenal pasti Y , X , m dan c . Express each non-linear equation in the form $Y = mX + c$. Hence, identify Y , X , m and c .

CONTOH

(a) $y = 4x - \frac{3}{x}$

$$\begin{aligned} xy &= 4x^2 - 3 \\ Y &= xy, X = x^2, m = 4, c = -3 \end{aligned}$$

(b) $y = kx^{h-1}$

$$\begin{aligned} \log_{10} y &= \log_{10} kx^{h-1} \\ &= \log_{10} k + \log_{10} x^{h-1} \\ \log_{10} y &= \log_{10} k + (h-1) \log_{10} x \\ Y &= \log_{10} y, X = \log_{10} x, m = h-1, c = \log_{10} k \end{aligned}$$

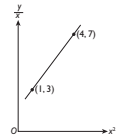
Persamaan tak linear Non-linear equation	Persamaan linear Linear equation	Y	X	m	c
1. $y = 6x^2 + 5x$	$\frac{y}{x} = 6x + 5$	$\frac{y}{x}$	x	6	5
2. $y = 3\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}}$	$y\sqrt{x} = 3x - 4$	$y\sqrt{x}$	x	3	-4
3. $y = \frac{k}{x+h}$	$\frac{1}{y} = \frac{x+h}{k}$ $\frac{1}{y} = \frac{1}{k}x + \frac{h}{k}$	$\frac{1}{y}$	x	$\frac{1}{k}$	$\frac{h}{k}$
4. $y = \frac{1}{ax^2 + bx}$	$\frac{1}{y} = ax^2 + bx$ $\frac{1}{xy} = ax + b$	$\frac{1}{xy}$	x	a	b
5. $y = ab^x$	$y = ab^x$ $\log_{10} y = \log_{10} ab^x$ $\log_{10} y = \log_{10} a + \log_{10} b^x$ $\log_{10} y = \log_{10} a + x \log_{10} b$	$\log_{10} y$	x	$\log_{10} b$	$\log_{10} a$
6. $y^2 = ax^{b+1}$	$\log_{10} y^2 = \log_{10} ax^{b+1}$ $2 \log_{10} y = \log_{10} a + \log_{10} x^{b+1}$ $\log_{10} y = \frac{1}{2} \log_{10} a + \frac{1}{2}(b+1) \log_{10} x$ $\log_{10} y = \frac{b+1}{2} \log_{10} x + \frac{1}{2} \log_{10} a$	$\log_{10} y$	$\log_{10} x$	$\frac{b+1}{2}$	$\frac{1}{2} \log_{10} a$

28

B. Dalam setiap yang berikut, pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan yang diberikan. Berdasarkan graf garis lurus yang diberikan itu, cari nilai a dan nilai b .
In each of the following, the variables x and y are related by the given equation. Based on the given straight line graph, find the values of a and b .

CONTOH

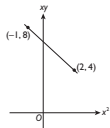
$y = ax^3 + bx$



$y = ax^3 + bx$
 $\frac{y}{x} = ax^2 + b$
Bandingkan dengan $Y = mX + c$.
 $Y = \frac{y}{x}$, $X = x^2$, $m = a$, $c = b$
Kecerunan garis lurus,
 $a = \frac{7-3}{4-1} = \frac{4}{3}$

Gantikan (1, 3) ke dalam
 $Y = mX + c$.
 $3 = \frac{4}{3}(1) + b$
 $b = \frac{5}{3}$
Maka, $a = \frac{4}{3}$ dan $b = \frac{5}{3}$.

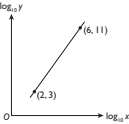
1. $y = ax + \frac{b}{x}$



$y = ax + \frac{b}{x}$
 $xy = ax^2 + b$
 $Y = xy$, $X = x^2$, $m = a$, $c = b$
Kecerunan, $a = \frac{8-4}{-1-2} = -\frac{4}{3}$

Gantikan (2, 4) ke dalam
 $Y = mX + c$.
 $4 = -\frac{4}{3}(2) + b$
 $b = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$
Maka, $a = -\frac{4}{3}$ dan $b = \frac{20}{3}$.

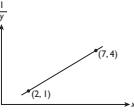
2. $y = ax^b$



$y = ax^b$
 $\log_{10} y = \log_{10} ax^b$
 $\log_{10} y = \log_{10} a + \log_{10} x^b$
 $\log_{10} y = b \log_{10} x + \log_{10} a$
 $Y = \log_{10} y$, $X = \log_{10} x$,
 $m = b$, $c = \log_{10} a$
Kecerunan, $b = \frac{11-3}{6-2} = 2$

Gantikan (2, 3) ke dalam
 $Y = mX + c$.
 $3 = 2(2) + \log_{10} a$
 $\log_{10} a = -1$
 $a = 10^{-1} = \frac{1}{10}$
Maka, $a = \frac{1}{10}$ dan $b = 2$.

3. $y = \frac{a}{x+b}$



$y = \frac{a}{x+b}$
 $\frac{1}{y} = \frac{x+b}{a}$
 $\frac{1}{y} = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a}$
 $Y = \frac{1}{y}$, $X = x$, $m = \frac{1}{a}$, $c = \frac{b}{a}$
Kecerunan, $\frac{1}{a} = \frac{4-1}{7-2} = \frac{3}{5}$
 $a = \frac{5}{3}$

Gantikan (2, 1) ke dalam
 $Y = mX + c$
 $1 = \frac{3}{5}(2) + \frac{b}{a}$
 $\frac{b}{a} = -\frac{1}{5}$
 $b = -\frac{1}{5} \times \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}$
Maka, $a = \frac{5}{3}$ dan $b = -\frac{1}{3}$.

C. Selesaikan setiap yang berikut.
Solve each of the following.

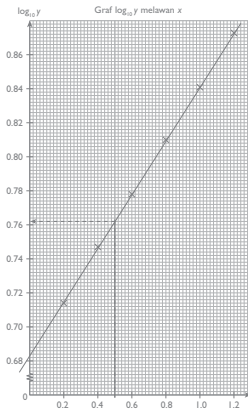
CONTOH

Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = ab^x$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar.
The table shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment. The variables x and y are related by the equation $y = ab^x$, where a and b are constants.

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
y	5.18	5.58	6.00	6.45	6.94	7.47

- (a) Plot graf $\log_{10} y$ melawan x , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 0.2 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 0.02 unit pada paksi- $\log_{10} y$. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
Plot the graph of $\log_{10} y$ against x , using a scale of 2 cm to 0.2 unit on the x -axis and 2 cm to 0.02 unit on the $\log_{10} y$ -axis. Hence, draw the line of best fit.
- (b) Gunakan graf di (a) untuk mencari nilai
Use the graph in (a) to find the value of
(i) a . (ii) b . (iii) y apabila $x = 0.5$,
when $x = 0.5$.

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$\log_{10} y$	0.714	0.747	0.778	0.810	0.841	0.873



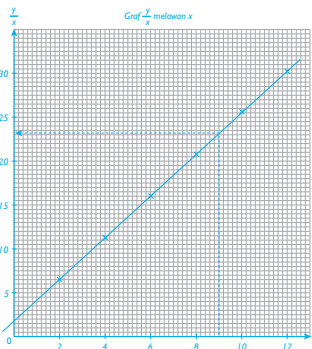
(b) $y = ab^x$
 $\log_{10} y = \log_{10} ab^x$
 $\log_{10} y = \log_{10} a + \log_{10} b^x$
 $\log_{10} y = x \log_{10} b + \log_{10} a$
(i) $\log_{10} a =$ Pintasan- $\log_{10} y$
 $= 0.683$
 $a = 4.82$
(ii) $\log_{10} b =$ Kecerunan garis lurus
 $= \frac{0.873 - 0.714}{1.2 - 0.2}$
 $= 0.159$
 $b = 1.44$
(iii) Apabila $x = 0.5$,
 $\log_{10} y = 0.762$
 $y = 5.78$

1. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang dihubungkan oleh persamaan $y = ax^2 + bx$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar.
The table shows the values of two variables, x and y , which are related by the equation $y = ax^2 + bx$, where a and b are constants.

x	2	4	6	8	10	12
y	13.0	45.1	96.2	166.4	255.6	363.8

- (a) Plot graf $\frac{y}{x}$ melawan x .
Plot the graph of $\frac{y}{x}$ against x .
- (b) Daripada graf itu, cari (i) nilai a dan nilai b . (ii) nilai y apabila $x = 9$.
From the graph, find the values of a and b . the value of y when $x = 9$.

x	2	4	6	8	10	12
$\frac{y}{x}$	6.5	11.3	16.0	20.8	25.6	30.3



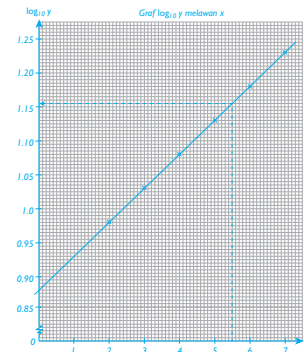
- (b) $y = ax^2 + bx$
 $\frac{y}{x} = ax + b$
(i) Kecerunan garis lurus,
 $a = \frac{30.3 - 6.5}{12 - 2} = 2.38$
Pintasan- $\frac{y}{x}$, $b = 1.75$
(ii) Apabila $x = 9$,
 $\frac{y}{x} = 23.25$
 $y = 23.25(9) = 209.25$

2. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang dihubungkan oleh persamaan $y = ab^x$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar.
The table shows the values of two variables, x and y , which are related by the equation $y = ab^x$, where a and b are constants.

x	2	3	4	5	6	7
y	9.63	10.79	12.08	13.53	15.16	16.98

- (a) Plot graf $\log_{10} y$ melawan x .
Plot the graph of $\log_{10} y$ against x .
- (b) Daripada graf itu, cari (i) nilai a dan nilai b . (ii) nilai y apabila $x = 5.5$.
From the graph, find the values of a and b . the value of y when $x = 5.5$.

x	2	3	4	5	6	7
$\log_{10} y$	0.98	1.03	1.08	1.13	1.18	1.23



- (b) $y = ab^x$
 $\log_{10} y = \log_{10} ab^x$
 $= \log_{10} a + \log_{10} b^x$
 $\log_{10} y = x \log_{10} b + \log_{10} a$
(i) Pintasan- $\log_{10} y$,
 $\log_{10} a = 0.88$
 $a = 7.59$
Kecerunan garis lurus,
 $\log_{10} b = \frac{1.23 - 0.98}{7 - 2} = 0.05$
 $b = 1.12$
(ii) Apabila $x = 5.5$,
 $\log_{10} y = 1.155$
 $y = 14.29$

PRAKTIS FORMATIF Kertas 2

ANALISIS SOALAN SPM					
Sekolah	2013	2014	2015	2016	
21	S. 706, 90	S. 906, 91	S. 1106, 93	S. 1006, 91	
22	S. 705	S. 905	S. 1105	S. 1005	

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{p}{q^x}$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar. The table shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment. The variables x and y are related by the equation $y = \frac{p}{q^x}$, where p and q are constants.

x	2	4	6	8	10	12
y	3.04	2.19	1.58	1.10	0.79	0.57

(a) Berdasarkan jadual di atas, bina satu jadual bagi nilai $\log_{10} y$.
Based on the table, construct a table for the values of $\log_{10} y$.

(b) Plot $\log_{10} y$ melawan x , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 2 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\log_{10} y$. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik. Plot $\log_{10} y$ against x , using a scale of 2 cm to 2 units on the x -axis and 2 cm to 0.1 unit on the $\log_{10} y$ -axis. Hence, draw the line of the best fit.

(c) Gunakan graf di (b) untuk mencari nilai
Use the graph in (b) to find the value of
(i) y apabila $x = 5$. (ii) p . (iii) q .

x	2	4	6	8	10	12
$\log_{10} y$	0.483	0.340	0.199	0.041	-0.102	-0.244

(b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 158.

(c) $y = \frac{p}{q^x}$
 $\log_{10} y = \log_{10} \left(\frac{p}{q^x} \right)$
 $= \log_{10} p - \log_{10} q^x$
 $\log_{10} y = -x \log_{10} q + \log_{10} p$
 (i) Apabila $x = 5$,
 $\log_{10} y = 0.265$
 $y = 1.84$

(ii) Pintasan- $\log_{10} y$, $\log_{10} p = 0.63$
 $p = 4.27$

(iii) Kecerunan, $-\log_{10} q = \frac{-0.245 - 0.485}{12 - 2}$
 $\log_{10} q = 0.073$
 $q = 1.18$

37

3. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{m}{2}x + \frac{3k}{x}$, dengan keadaan m dan k ialah pemalar. The table shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment. The variables x and y are related by the equation $y = \frac{m}{2}x + \frac{3k}{x}$, where m and k are constants.

x	1	2	3	4	5	6
y	3.15	2.21	2.17	2.36	2.65	2.98

(a) Berdasarkan jadual di atas, bina satu jadual bagi nilai-nilai x^2 dan xy .
Based on the table, construct a table for the values of x^2 and xy .

(b) Plot xy melawan x^2 , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 unit pada paksi- x^2 dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi- xy . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik. Plot xy against x^2 , using a scale of 2 cm to 5 units on the x^2 -axis and 2 cm to 2 units on the xy -axis. Hence, draw the line of best fit.

(c) Gunakan graf di (b) untuk mencari nilai
Use the graph in (b) to find the value of
(i) m . (ii) k .

x^2	1	4	9	16	25	36
xy	3.15	4.42	6.51	9.44	13.25	17.88

(b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 159.

(c) $y = \frac{m}{2}x + \frac{3k}{x}$
 $xy = \frac{m}{2}x^2 + 3k$
 (i) Kecerunan, $\frac{m}{2} = \frac{17.5 - 4.8}{35 - 5}$
 $= 0.423$
 $m = 0.846$
 (ii) Pintasan- xy , $3k = 2.70$
 $k = 0.90$

39

2. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah x dan y , yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $px = qy + xy$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar. The table shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment. The variables x and y are related by the equation $px = qy + xy$, where p and q are constants.

x	2	3	4	5	6	7
y	1.018	0.542	0.439	0.394	0.369	0.353

(a) Berdasarkan jadual di atas, bina satu jadual bagi nilai-nilai $\frac{1}{y}$ dan $\frac{1}{x}$.
Based on the table, construct a table for the values of $\frac{1}{y}$ and $\frac{1}{x}$.

(b) Plot $\frac{1}{y}$ melawan $\frac{1}{x}$, dengan menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\frac{1}{x}$ dan 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $\frac{1}{y}$. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik. Plot $\frac{1}{y}$ against $\frac{1}{x}$, using a scale of 2 cm to 0.1 unit on the $\frac{1}{x}$ -axis and 2 cm to 0.5 unit on the $\frac{1}{y}$ -axis. Hence, draw the line of best fit.

(c) Gunakan graf di (b) untuk mencari nilai
Use the graph in (b) to find the value of
(i) p . (ii) q .

$\frac{1}{x}$	0.50	0.33	0.25	0.20	0.17	0.14
$\frac{1}{y}$	0.98	1.85	2.28	2.54	2.71	2.83

(b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 158.

(c) $px = qy + xy$
 $px = (q + x)y$
 $\frac{1}{y} = \frac{q + x}{px}$
 $\frac{1}{y} = \frac{q}{px} + \frac{1}{p}$
 (i) Pintasan- $\frac{1}{y}$, $\frac{1}{p} = 3.55$
 $p = \frac{1}{3.55}$
 $= 0.28$
 (ii) Kecerunan, $\frac{q}{p} = \frac{0.98 - 3.05}{0.5 - 0.1}$
 $\frac{q}{0.28} = -5.175$
 $q = -1.45$

38

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Menganalisis
Konteks: Pengaplikasian Hukum Linear kepada Hubungan Tak Linear

Seorang murid menjalankan eksperimen untuk mengkaji hubungan antara isi padu, V m³, dengan tekanan gas, P kpa, bagi gas di dalam sebuah bekas yang boleh dilaraskan. Jadual di bawah menunjukkan data bagi nilai-nilai V dan P yang diperolehi daripada eksperimen itu, dengan keadaan satu daripada nilai P adalah tidak lengkap. A student carries out an experiment to investigate the relationship between the volume, V m³, and the gas pressure, P kpa, of the gas in an adjustable container. The table shows the data for the values of V and P obtained from the experiment, where one of the values of P is incomplete.

V /m ³	0.200	0.251	0.302	0.355	0.501	0.631	0.794
P /kpa	?	1.779	1.411	1.153	0.750	0.562	0.417

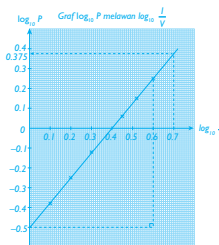
(a) Plot $\log_{10} P$ melawan $\log_{10} \frac{1}{V}$, dengan menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada kedua-dua paksi. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik untuk menentukan nilai P yang tidak lengkap itu. Plot $\log_{10} P$ against $\log_{10} \frac{1}{V}$, using a scale of 2 cm to 0.1 unit on both axes. Hence, draw the line of best fit to determine the value of P which is incomplete.

Info KBAT

Tukarkan $PV^n = k$ kepada bentuk linear $Y = mX + c$, dengan keadaan $Y = \log_{10} P$ dan $X = \log_{10} \frac{1}{V}$.
 Reduce $PV^n = k$ to the linear form $Y = mX + c$, where $Y = \log_{10} P$ and $X = \log_{10} \frac{1}{V}$.

(b) Hubungan antara P dengan V diberi oleh $PV^n = k$, dengan keadaan k dan n ialah pemalar. Terangkan bagaimana murid itu dapat menentukan nilai k dan nilai n dengan menggunakan graf di (a). Seterusnya, cari nilai k dan nilai n . The relationship between P and V is given by $PV^n = k$, where k and n are constants. Explain how the student can determine the values of k and n by using the graph in (a). Hence, find the values of k and n .

$\log_{10} \frac{1}{V}$	0.70	0.60	0.52	0.45	0.30	0.20	0.10
$\log_{10} P$?	0.25	0.15	0.06	-0.12	-0.25	-0.38



Daripada graf, apabila $\log_{10} \frac{1}{V} = 0.7$, $\log_{10} P = 0.375$
 $P = 2.37$

Nilai P yang tidak lengkap = 2.37.

(b) Pada mulanya, tukarkan persamaan $PV^n = k$ kepada bentuk linear $Y = mX + c$, dengan keadaan $Y = \log_{10} P$ dan $X = \log_{10} \frac{1}{V}$ yang sepadan dengan graf yang dilukis di (a).

$PV^n = k$
 $P = \frac{k}{V^n}$
 $\log_{10} P = \log_{10} \frac{k}{V^n}$
 $\log_{10} P = \log_{10} k + \log_{10} \left(\frac{1}{V^n} \right)$
 $\log_{10} P = n \log_{10} \frac{1}{V} + \log_{10} k$

Bandingkan dengan bentuk linear $Y = mX + c$.
 n = kecerunan graf dan $\log_{10} k$ = pintasan- $\log_{10} P$
 Daripada graf, $\log_{10} k = -0.5$
 $k = 0.316$

$n = \frac{0.25 - (-0.5)}{0.6 - 0}$
 $= 1.25$

40

3.1 Kamiran Tak Tentu

A. Selesaikan setiap yang berikut dengan fungsi $y = f(x)$ yang diberi.
Solve each of the following with the given function $y = f(x)$.

CONTOH

$y = (2 - 3x)^5$
Tunjukkan bahawa $\frac{dy}{dx} = -15(2 - 3x)^4$ dan cari $\int (2 - 3x)^4 dx$.
Show that $\frac{dy}{dx} = -15(2 - 3x)^4$ and find $\int (2 - 3x)^4 dx$.

$y = (2 - 3x)^5$
 $\frac{dy}{dx} = 5(2 - 3x)^4(-3)$
 $= -15(2 - 3x)^4$

$\int (2 - 3x)^4 dx$
 $= \frac{1}{-15} \int -15(2 - 3x)^4 dx$
 $= -\frac{1}{15} (2 - 3x)^5 + c$

FAKTA UTAMA

- $\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$
- $\int f'(x) dx = f(x) + c$

1. $y = (2x + 5)^4$
Tunjukkan bahawa $\frac{dy}{dx} = 8(2x + 5)^3$ dan cari $\int (2x + 5)^3 dx$.
Show that $\frac{dy}{dx} = 8(2x + 5)^3$ and find $\int (2x + 5)^3 dx$.

$y = (2x + 5)^4$
 $\frac{dy}{dx} = 4(2x + 5)^3(2)$
 $= 8(2x + 5)^3$

$\int (2x + 5)^3 dx = \frac{1}{8} \int 8(2x + 5)^3 dx$
 $= \frac{1}{8} (2x + 5)^4 + c$

2. $y = \frac{x}{3x + 2}$
Tunjukkan bahawa $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{(3x + 2)^2}$ dan cari $\int \frac{1}{(3x + 2)^2} dx$.
Show that $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{(3x + 2)^2}$ and find $\int \frac{1}{(3x + 2)^2} dx$.

$y = \frac{x}{3x + 2}$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{(3x + 2)(1) - x(3)}{(3x + 2)^2}$
 $= \frac{2}{(3x + 2)^2}$

$\int \frac{1}{(3x + 2)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2}{(3x + 2)^2} dx$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3x + 2} \right) + c$

3. $y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$
Tunjukkan bahawa $\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{2}{x^3}$ dan cari $\int \left(x - \frac{1}{x^3}\right) dx$.
Show that $\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{2}{x^3}$ and find $\int \left(x - \frac{1}{x^3}\right) dx$.

$y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$
 $y = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$
 $\frac{dy}{dx} = 2x + (-2)x^{-3} + 0 = 2x - \frac{2}{x^3}$

$\int \left(x - \frac{1}{x^3}\right) dx = \frac{1}{2} \int (2x - \frac{2}{x^3}) dx$
 $= \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + c$

D. Cari persamaan lengkung, diberi fungsi kecerunannya dan satu titik yang dilaluinya.
Find the equation of the curve, given its gradient function and a point through which it passes.

CONTOH

Fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = 4x - 3$; Titik (2, -1)
Gradient function $\frac{dy}{dx} = 4x - 3$; Point (2, -1)

$\frac{dy}{dx} = 4x - 3$
 $y = \int (4x - 3) dx$
 $y = 2x^2 - 3x + c$ ①

Gantikan $x = 2$ dan $y = -1$ ke dalam ①.
 $-1 = 2(2)^2 - 3(2) + c$
 $-1 = 8 - 6 + c$
 $c = -3$

Persamaan lengkung ialah $y = 2x^2 - 3x - 3$.

1. Fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = 3 - 2x$; Titik (4, 1)
Gradient function $\frac{dy}{dx} = 3 - 2x$; Point (4, 1)

$\frac{dy}{dx} = 3 - 2x$
 $y = \int (3 - 2x) dx$
 $y = 3x - x^2 + c$ ①

Gantikan $x = 4$ dan $y = 1$ ke dalam ①.
 $1 = 3(4) - 4^2 + c$
 $c = 5$

Persamaan lengkung ialah $y = 3x - x^2 + 5$.

2. Fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{1}{x^2}$; Titik (3, -2)
Gradient function $\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{1}{x^2}$; Point (3, -2)

$\frac{dy}{dx} = 2x - \frac{1}{x^2}$
 $y = \int \left(2x - \frac{1}{x^2}\right) dx$
 $= x^2 - \frac{x^{-1}}{(-1)} + c$
 $y = x^2 + \frac{1}{x} + c$ ①

Gantikan $x = 3$ dan $y = -2$ ke dalam ①.
 $-2 = 3^2 + \frac{1}{3} + c$
 $c = -11\frac{1}{3}$

Persamaan lengkung ialah $y = x^2 + \frac{1}{x} - 11\frac{1}{3}$.

3. Fungsi kecerunan $f'(x) = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2$; Titik (1, 2)
Gradient function $f'(x) = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2$; Point (1, 2)

$f'(x) = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2$
 $y = \int \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$
 $= \int \left(4x^2 + \frac{1}{x^2} + 4\right) dx$
 $y = \frac{4x^3}{3} - \frac{1}{x} + 4x + c$ ①

Gantikan $x = 1$ dan $y = 2$ ke dalam ①.
 $2 = \frac{4}{3} - 1 + 4 + c$
 $c = -2\frac{1}{3}$

Persamaan lengkung ialah $y = \frac{4x^3}{3} - \frac{1}{x} + 4x - 2\frac{1}{3}$.

B. Cari setiap kamiran berikut.
Find each of the following integrals.

CONTOH

(a) $\int 6 dx = 6x + c$
(b) $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + c$
(c) $\int 4x^{-3} dx = 4\left(\frac{x^{-2}}{-2}\right) + c = -\frac{2}{x^2} + c$

FAKTA UTAMA

- $\int k dx = kx + c$
- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$

1. $\int 6 dx = \frac{6x^0}{0} + c$
2. $\int 8x^2 dx = \frac{8x^3}{3} + c$
3. $\int 8 dx = 8x + c$

4. $\int \frac{10}{3} x^4 dx = \frac{10}{3} \left(\frac{x^5}{5}\right) + c = \frac{2}{3} x^5 + c$
5. $\int 5x^{-4} dx = \frac{5x^{-3}}{-3} + c = -\frac{5}{3x^3} + c$
6. $\int \frac{10}{x^6} dx = \int 10x^{-6} dx = \frac{10x^{-5}}{-5} + c = -\frac{2}{x^5} + c$

C. Cari setiap kamiran tak tentu berikut.
Find each of the following indefinite integrals.

CONTOH

$\int (x + 1)(2x - 3) dx = \int (4x^2 - 3x) dx = \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + c$

$\int (x - 3)(x + 3) dx = \int (x^2 - 9) dx = \frac{x^3}{3} - 9x + c$

$\int (x - 1)(x + 4) dx = \int (x^2 + 3x - 4) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + c$

$\int (2x - 1)^2 dx = \int (4x^2 - 4x + 1) dx = \frac{4x^3}{3} - 2x^2 + x + c$

$\int \frac{3x^4 - 5}{x^2} dx = \int \left(3x^2 - \frac{5}{x^2}\right) dx = \frac{3x^3}{3} - \frac{5x^{-1}}{(-1)} + c = x^3 + \frac{5}{x} + c$

E. Cari setiap kamiran tak tentu berikut.
Find each of the following indefinite integrals.

CONTOH

$\int (3 - 2x)^4 dx = \frac{(3 - 2x)^5}{(-2)(4 + 1)} + c = -\frac{1}{10}(3 - 2x)^5 + c$

FAKTA UTAMA

$\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + c$

1. $\int (2x + 3)^5 dx = \frac{(2x + 3)^6}{(2)(6)} + c = \frac{1}{12}(2x + 3)^6 + c$
2. $\int 14(3x - 4)^6 dx = \frac{14(3x - 4)^7}{3(7)} + c = \frac{2}{3}(3x - 4)^7 + c$

3. $\int 6(5 - 2x)^2 dx = \frac{6(5 - 2x)^3}{(-2)(3)} + c = -\frac{1}{8}(5 - 2x)^3 + c$
4. $\int 3(4 - x)^5 dx = \frac{3(4 - x)^6}{(-1)(6)} + c = -\frac{1}{2}(4 - x)^6 + c$

5. $\int 8(1 + 2x)^{-3} dx = \frac{8(1 + 2x)^{-2}}{(2)(-2)} + c = -2(1 + 2x)^{-2} + c = \frac{-2}{(1 + 2x)^2} + c$
6. $\int 20(2 - 5x)^{-4} dx = \frac{20(2 - 5x)^{-3}}{(-5)(-3)} + c = \frac{4}{3}(2 - 5x)^{-3} + c = \frac{4}{3(2 - 5x)^3} + c$

7. $\int \frac{1}{(3x - 2)^2} dx = \int (3x - 2)^{-2} dx = \frac{(3x - 2)^{-1}}{(3)(-1)} + c = \frac{-1}{3(3x - 2)} + c$
8. $\int \frac{24}{(4x + 1)^5} dx = \int 24(4x + 1)^{-5} dx = \frac{24(4x + 1)^{-4}}{4(-4)} + c = \frac{-3}{(4x + 1)^4} + c$

9. $\int \frac{12}{(1 - 3x)^5} dx = \int 12(1 - 3x)^{-5} dx = \frac{12(1 - 3x)^{-4}}{(-3)(-4)} + c = \frac{1}{(1 - 3x)^4} + c$
10. $\int \frac{18}{(3 - 2x)^7} dx = \int 18(3 - 2x)^{-7} dx = \frac{18(3 - 2x)^{-6}}{(-2)(-6)} + c = \frac{3}{2(3 - 2x)^6} + c$

3.2 Kamiran Tentu

A. Nilaikan setiap yang berikut.
Evaluate each of the following.

CONTOH

$$\begin{aligned} \text{(a) } \int_2^3 (3x - x^2) dx &= \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_2^3 \\ &= \left[\frac{3(2)^2}{2} - \frac{(2)^3}{3} \right] - \left[\frac{3(3)^2}{2} - \frac{(3)^3}{3} \right] \\ &= 6 - \frac{8}{3} - \frac{9}{2} + \frac{9}{2} \\ &= 2\frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \int_{-1}^0 (2x + 3)^4 dx &= \left[\frac{(2x + 3)^5}{(2)(5)} \right]_{-1}^0 \\ &= \frac{1}{10} [3^5 - (-2 + 3)^5] \\ &= \frac{1}{10} (243 - 1) \\ &= 24\frac{2}{5} \end{aligned}$$

FAKTA UTAMA

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\begin{aligned} \text{1. } \int_1^3 (4 - x) dx &= \left[4x - \frac{x^2}{2} \right]_1^3 \\ &= (12 - \frac{9}{2}) - (4 - \frac{1}{2}) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. } \int_1^2 x(2x - 3) dx &= \int_1^2 (2x^2 - 3x) dx \\ &= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_1^2 \\ &= \left(\frac{16}{3} - 6 \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right) \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. } \int_2^3 \left(3 + \frac{4}{x^2} \right) dx &= \left[3x - \frac{4}{x} \right]_2^3 \\ &= \left(9 - \frac{4}{3} \right) - (6 - 2) \\ &= 3\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } \int_1^2 (3x - 2)^3 dx &= \left[\frac{(3x - 2)^4}{(3)(4)} \right]_1^2 \\ &= \frac{1}{12} (4^4 - 1) \\ &= 21\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5. } \int_1^3 (1 - 2x)^{-2} dx &= \left[\frac{(1 - 2x)^{-1}}{(-2)(-1)} \right]_1^3 \\ &= \left[\frac{1}{1 - 2x} \right]_1^3 \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 - 2(3)} - \frac{1}{1 - 2(1)} \right] \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6. } \int_{-2}^{-1} \left(x + \frac{1}{x} \right) dx &= \left[\frac{x^2}{2} + \ln|x| \right]_{-2}^{-1} \\ &= \left[\frac{1}{2} + \ln 1 \right] - \left[2 + \ln 2 \right] \\ &= \left(\frac{1}{2} - 2 + 1 \right) - \left(\ln 2 - \ln 1 \right) \\ &= 4\frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7. } \int_{-1}^0 \frac{1}{(2x - 3)^3} dx &= \left[\frac{(2x - 3)^{-2}}{(2)(-2)} \right]_{-1}^0 \\ &= \left[-\frac{1}{4(2x - 3)^2} \right]_{-1}^0 \\ &= \left[-\frac{1}{4} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \right] \\ &= -\frac{4}{225} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8. } \int_{-3}^{-1} \frac{x^2 - 4}{x^2} dx &= \int_{-3}^{-1} \left(x - \frac{4}{x} \right) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} + \frac{4}{x} \right]_{-3}^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{2} - 4 \right) - \left(\frac{9}{2} - \frac{4}{3} \right) \\ &= -6\frac{2}{3} \end{aligned}$$

45

B. Diberi $\int_1^3 f(x) dx = 8$ dan $\int_3^4 f(x) dx = 15$, cari setiap yang berikut.

Given $\int_1^3 f(x) dx = 8$ and $\int_3^4 f(x) dx = 15$, find each of the following.

CONTOH

$$\begin{aligned} \text{(a) } \int_1^3 5f(x) dx &= 5 \int_1^3 f(x) dx \\ &= 5 \int_1^3 f(x) dx \\ &= 5(8) \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \int_1^4 (2f(x) - 3x) dx &= 2 \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 3x dx \\ &= 2(15) - \left[\frac{3x^2}{2} \right]_1^4 \\ &= 30 - \frac{3}{2} (4^2 - 1) \\ &= 19\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. } \int_1^3 5f(x) dx &= 5 \int_1^3 f(x) dx \\ &= 5(8) \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. } \int_1^4 6f(x) dx &= 6 \int_1^4 f(x) dx \\ &= 6(15) \\ &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. } 3 \int_1^3 f(x) dx &= 3 \left[\int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx \right] \\ &= 3(8 + 15) \\ &= 69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } \int_1^3 (2f(x) + 4) dx &= \int_1^3 2f(x) dx + \int_1^3 4 dx \\ &= 2 \int_1^3 f(x) dx + [4x]_1^3 \\ &= 2(8) + 4(3) - 4 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5. } \int_1^3 [3f(x) - 4x^2] dx &= 3 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 4x^2 dx \\ &= 3(8) - \left[\frac{4x^3}{3} \right]_1^3 \\ &= 24 - \frac{4}{3} (3^3 - 1) \\ &= 24 - \frac{4}{3} (26) = -10\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6. } \int_1^4 [4x - 3f(x)] dx &= \int_1^4 4x dx - \int_1^4 3f(x) dx \\ &= [2x^2]_1^4 - 3(15) \\ &= 2(4^2 - 1) - 45 \\ &= -31 \end{aligned}$$

7. Cari nilai k jika $\int_1^3 [4f(x) - kx] dx = 30$.
Find the value of k if $\int_1^3 [4f(x) - kx] dx = 30$.

$$\begin{aligned} \int_1^3 [4f(x) - kx] dx &= 30 \\ \int_1^3 4f(x) dx - \int_1^3 kx dx &= 30 \\ 4(15) - \left[\frac{kx^2}{2} \right]_1^3 &= 30 \\ \frac{k}{2} (4^2 - 3^2) &= 30 - 60 \\ -\frac{7}{2} k &= -30 \\ k &= 8\frac{4}{7} \end{aligned}$$

8. Cari nilai k jika $\int_1^3 [x^2 - kf(x)] dx = 20$.
Find the value of k if $\int_1^3 [x^2 - kf(x)] dx = 20$.

$$\begin{aligned} \int_1^3 [x^2 - kf(x)] dx &= 20 \\ \int_1^3 x^2 dx - \int_1^3 kf(x) dx &= 20 \\ \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^3 - k(8) &= 20 \\ \frac{1}{3} (3^3 - 1) - 8k &= 20 \\ 8k &= \frac{26}{3} - 20 \\ k &= -1\frac{5}{12} \end{aligned}$$

46

C. Cari luas bagi setiap rantau berlorek berikut.

Find the area of each of the following shaded regions.

CONTOH

$$\begin{aligned} \text{(a) } \int_{-1}^2 (4 - x^2) dx &= \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 \\ &= \left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(-4 + \frac{1}{3} \right) \\ &= 9 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

FAKTA UTAMA
 $L = \int_a^b y dx$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \int_{-2}^0 (-2x^3) dx - \int_0^1 (-2x^3) dx &= \left[-\frac{x^4}{2} \right]_{-2}^0 - \left[-\frac{x^4}{2} \right]_0^1 \\ &= 0 + \frac{16}{2} + \frac{1}{2} + 0 \\ &= 8\frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1. } \int_1^2 (x^2 + 4) dx &= \left[\frac{x^3}{3} + 4x \right]_1^2 \\ &= \left(\frac{8}{3} + 8 \right) - \left(\frac{1}{3} + 4 \right) \\ &= 6\frac{2}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. } \int_1^3 \frac{4}{x} dx &= \left[4 \ln|x| \right]_1^3 \\ &= \left[\frac{4}{3} \right] - (4) \\ &= 2\frac{2}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. } \int_1^4 x(4 - x) dx &= \int_1^4 (4x - x^2) dx \\ &= \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_1^4 \\ &= \left(32 - \frac{64}{3} \right) - \left(2 - \frac{1}{3} \right) \\ &= 9 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } \int_{-1}^3 (x - 2)^2 dx &= \left[\frac{(x - 2)^3}{3} \right]_{-1}^3 \\ &= \frac{1}{3} - \left(-\frac{27}{3} \right) \\ &= 9\frac{1}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

47

$$\begin{aligned} \text{5. } \int_0^3 x(x - 3) dx &= \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 \\ &= \left[\left(9 - \frac{27}{2} \right) - 0 \right] \\ &= 4\frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6. } \int_{-2}^0 x(x + 2)(x - 2) dx - \int_0^1 x(x + 2)(x - 2) dx &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^1 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-2}^0 - \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_0^1 \\ &= 0 - (4 - 8) - \left(\frac{1}{4} - 2 \right) \\ &= 5\frac{3}{4} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{7. } \int_1^2 (x^2 - 8) dx &= \left[\frac{x^3}{3} - 8x \right]_1^2 \\ &= \left[\left(\frac{8}{3} - 16 \right) - \left(\frac{1}{3} - 8 \right) \right] \\ &= 4\frac{1}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8. } \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx + \int_2^3 (x^2 - 3x + 2) dx &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_1^2 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_2^3 \\ &= \left[\left(\frac{8}{3} - 6 + 4 \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 \right) \right] + \left[\left(9 - \frac{27}{2} + 6 \right) - \left(\frac{8}{3} - 6 + 4 \right) \right] \\ &= 1 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

D. Cari luas bagi setiap rantau berlorek berikut.

Find the area of each of the following shaded regions.

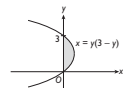
CONTOH

$$\begin{aligned} \text{(a) } \int_0^3 (y - 2)^2 dy &= \left[\frac{(y - 2)^3}{3} \right]_0^3 \\ &= \left[\left(\frac{1}{3} \right) - \left(-\frac{8}{3} \right) \right] \\ &= 3 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

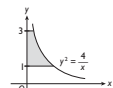
FAKTA UTAMA
 $L = \int_a^b x dy$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \int_1^2 \frac{4}{y} dy &= \left[4 \ln|y| \right]_1^2 \\ &= (4) - (0) \\ &= 4 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

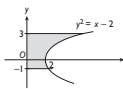
48

1. 

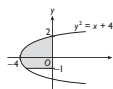
$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^3 y(3-y) dy \\ &= \int_0^3 (3y - y^2) dy \\ &= \left[\frac{3y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^3 \\ &= \frac{27}{2} - 9 - 0 \\ &= 4\frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

2. 

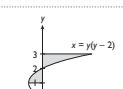
$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_1^4 \frac{4}{y} dy \\ &= \left[\frac{4}{y} \right]_1^4 \\ &= -\frac{4}{3} + 4 \\ &= 2\frac{2}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

3. 

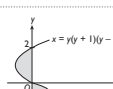
$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_{-1}^3 (y^2 + 2) dy \\ &= \left[\frac{y^3}{3} + 2y \right]_{-1}^3 \\ &= (9 + 6) - \left(-\frac{1}{3} - 2\right) \\ &= 17\frac{1}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

4. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= -\int_{-1}^2 (y^2 - 4) dy \\ &= -\left[\frac{y^3}{3} - 4y \right]_{-1}^2 \\ &= -\left[\left(\frac{8}{3} - 8\right) - \left(-\frac{1}{3} + 4\right) \right] \\ &= 9 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

5. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= -\int_0^3 y(y-2) dy + \int_0^3 y(y-2) dy \\ &= -\int_0^3 (y^2 - 2y) dy + \int_0^3 (y^2 - 2y) dy \\ &= -\left[\frac{y^3}{3} - y^2 \right]_0^3 + \left[\frac{y^3}{3} - y^2 \right]_0^3 \\ &= -\left[\left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{0}{3} - 0\right) \right] + \left[\left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{0}{3} - 0\right) \right] \\ &= 2 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

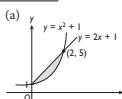
6. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= -\int_0^2 y(y+1)(y-2) dy - \int_0^2 y(y+1)(y-2) dy \\ &= -\int_0^2 (y^3 - y^2 - 2y) dy - \int_0^2 (y^3 - y^2 - 2y) dy \\ &= -\left[\frac{y^4}{4} - \frac{y^3}{3} - y^2 \right]_0^2 - \left[\frac{y^4}{4} - \frac{y^3}{3} - y^2 \right]_0^2 \\ &= -\left[\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4\right) - \left(0 - 0 - 0\right) \right] - \left[\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4\right) - \left(0 - 0 - 0\right) \right] \\ &= 3\frac{1}{12} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

49

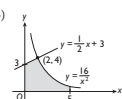
E. Cari luas bagi setiap rantau berlorek berikut.
Find the area of each of the following shaded regions. 23

CONTOH

(a) 

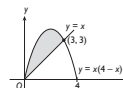
$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^2 [(2x+1) - (x^2+1)] dx \\ &= \int_0^2 (2x - x^2) dx \\ &= \left[x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 \\ &= \left(4 - \frac{8}{3}\right) - 0 \\ &= 1\frac{1}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

FAKTA UTAMA
 $L = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

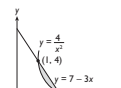
(b) 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 3\right) dx + \int_2^5 \frac{16}{x^2} dx \\ &= \left[\frac{x^2}{4} + 3x \right]_0^2 + \left[-\frac{16}{x} \right]_2^5 \\ &= \left[\frac{4}{4} + 3(2) - 0 \right] + \left(-\frac{16}{5} + \frac{16}{2} \right) \\ &= 11\frac{4}{5} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

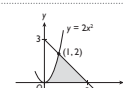
FAKTA UTAMA
 $L = \int_a^b f(x) dx + \int_c^d g(x) dx$

1. 

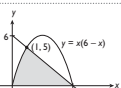
$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^4 [x(4-x) - x] dx \\ &= \int_0^4 (3x - x^2) dx \\ &= \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^4 \\ &= \left[\frac{3(16)}{2} - \frac{64}{3} \right] - 0 \\ &= \frac{3}{2}(9) - \frac{27}{3} - 0 \\ &= 4\frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

2. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_1^2 \left[7 - 3x - \frac{4}{x^2} \right] dx \\ &= \left[7x - \frac{3x^2}{2} + \frac{4}{x} \right]_1^2 \\ &= (14 - 6 + 2) - \left(7 - \frac{3}{2} + 4 \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

3. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^3 (3-x) dx \\ &= \left[\frac{2x^3}{3} \right]_0^1 + \left[3x - \frac{x^2}{2} \right]_1^3 \\ &= \left(\frac{2}{3} - 0 \right) + \left[\left(9 - \frac{9}{2} \right) - \left(3 - \frac{1}{2} \right) \right] \\ &= 2\frac{2}{3} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

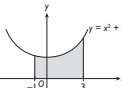
4. 

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \int_0^3 x(6-x) dx + \int_3^6 (6-x) dx \\ &= \left[\frac{6x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^3 + \left[6x - \frac{x^2}{2} \right]_3^6 \\ &= \left[\left(\frac{6(9)}{2} - \frac{27}{3} \right) - 0 \right] + \left[\left(36 - \frac{36}{2} \right) - \left(18 - \frac{9}{2} \right) \right] \\ &= 15\frac{1}{6} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

50

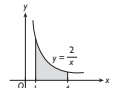
F. Cari isi padu yang dijanakan apabila rantau berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-x.
Find the volume generated when the shaded region is rotated through 360° about the x-axis. 24(B)

CONTOH

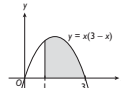


$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_{-1}^3 (x^2 + 2)^2 dx \\ &= \pi \int_{-1}^3 (x^4 + 4x^2 + 4) dx \\ &= \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{4x^3}{3} + 4x \right]_{-1}^3 \\ &= \pi \left[\left(\frac{243}{5} + 36 + 12 \right) - \left(-\frac{1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right] \\ &= 102\frac{2}{15} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

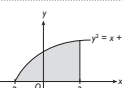
FAKTA UTAMA
 $I = \pi \int_a^b y^2 dx$

1. 

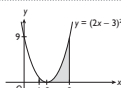
$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_1^4 \left(\frac{2}{x}\right)^2 dx \\ &= \pi \int_1^4 \frac{4}{x^2} dx \\ &= \pi \left[-\frac{4}{x} \right]_1^4 \\ &= \pi \left(-\frac{4}{4} + \frac{4}{1} \right) \\ &= 3\pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

2. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_0^3 [x(3-x)]^2 dx \\ &= \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx \\ &= \pi \left[3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right]_0^3 \\ &= \pi \left[\left(81 - \frac{243}{2} + \frac{243}{5} \right) - \left(0 - 0 + 0 \right) \right] \\ &= 6\frac{2}{5} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

3. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_{-2}^3 (x+2) dx \\ &= \pi \left[\frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-2}^3 \\ &= \pi \left[\left(\frac{9}{2} + 6 \right) - \left(2 - 4 \right) \right] \\ &= 12\frac{1}{2} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

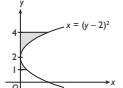
4. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_0^3 (2x-3)^2 dx \\ &= \pi \left[\frac{(2x-3)^3}{2(5)} \right]_0^3 \\ &= \frac{\pi}{10} (3^5 - (-1)^5) \\ &= 24\frac{2}{5} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

51

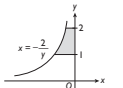
G. Cari isi padu yang dijanakan apabila rantau berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-y.
Find the volume generated when the shaded region is rotated through 360° about the y-axis. 24(B)

CONTOH

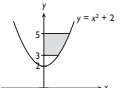


$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_1^4 [(y-2)^2]^2 dy \\ &= \pi \int_1^4 (y-2)^4 dy \\ &= \pi \left[\frac{(y-2)^5}{5} \right]_1^4 \\ &= \frac{\pi}{5} [2^5 - (-1)^5] \\ &= 6\frac{3}{5} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

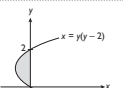
FAKTA UTAMA
 $I = \pi \int_a^b x^2 dy$

1. 

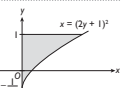
$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_1^2 \left(-\frac{2}{y}\right)^2 dy \\ &= \pi \int_1^2 \frac{4}{y^2} dy \\ &= \pi \left[-\frac{4}{y} \right]_1^2 \\ &= \pi \left(-\frac{4}{2} + \frac{4}{1} \right) \\ &= 2\pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

2. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_2^7 (y-2) dy \\ &= \pi \left[\frac{y^2}{2} - 2y \right]_2^7 \\ &= \pi \left[\left(\frac{49}{2} - 14 \right) - \left(\frac{4}{2} - 4 \right) \right] \\ &= 4\pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

3. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_0^2 [y(y-2)]^2 dy \\ &= \pi \int_0^2 (y^4 - 4y^3 + 4y^2) dy \\ &= \pi \left[\frac{y^5}{5} - y^4 + \frac{4y^3}{3} \right]_0^2 \\ &= \pi \left[\left(\frac{32}{5} - 16 + \frac{32}{3} \right) - \left(0 - 0 + 0 \right) \right] \\ &= 1\frac{1}{15} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

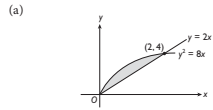
4. 

$$\begin{aligned} \text{Isi padu janaan} &= \pi \int_{-1/2}^1 (2y+1)^4 dy \\ &= \pi \left[\frac{(2y+1)^5}{2(5)} \right]_{-1/2}^1 \\ &= \frac{\pi}{10} (3^5 - (-1)^5) \\ &= 24\frac{2}{5} \pi \text{ unit}^3 \end{aligned}$$

52

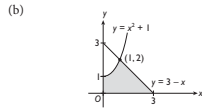
H. Hitung isi padu yang dijanakan apabila rantau berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-x.
Calculate the volume generated when the shaded region is rotated through 360° about the x-axis.

CONTOH



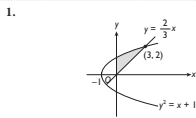
FAKTA UTAMA
 $I = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx - \pi \int_a^b [g(x)]^2 dx$

Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^2 8x \, dx - \pi \int_0^2 (2x)^2 \, dx$
 $= \pi \left[4x^2 - \frac{4x^3}{3} \right]_0^2$
 $= \pi \left(16 - \frac{32}{3} \right)$
 $= 5\frac{1}{3} \pi \text{ unit}^3$

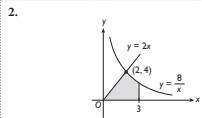


FAKTA UTAMA
 $I = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx + \pi \int_c^d [g(x)]^2 dx$

Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx + \pi \int_1^3 (3 - x)^2 dx$
 $= \pi \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + 1) dx + \pi \int_1^3 (3 - x)^2 dx$
 $= \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right]_0^1 + \pi \left[\frac{(3-x)^3}{-3} \right]_1^3$
 $= \pi \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + 1 \right) + \pi \left(0 + \frac{8}{3} \right)$
 $= 4\frac{8}{15} \pi \text{ unit}^3$



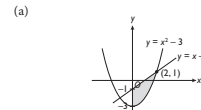
Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^3 (x+1) \, dx - \pi \int_0^3 \left(\frac{2}{3}x\right)^2 \, dx$
 $= \pi \int_0^3 \left(x + 1 - \frac{4}{9}x^2\right) dx$
 $= \pi \left[\frac{x^2}{2} + x - \frac{4x^3}{27} \right]_0^3$
 $= \pi \left(\frac{9}{2} + 3 - 4 \right)$
 $= 3\frac{1}{2} \pi \text{ unit}^3$



Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^2 (2x)^2 \, dx + \pi \int_2^4 \left(\frac{8}{x}\right)^2 \, dx$
 $= \pi \left[\frac{4x^3}{3} \right]_0^2 + \pi \left[-\frac{64}{x} \right]_2^4$
 $= \pi \left(\frac{32}{3} - 0 \right) + \pi \left(-\frac{64}{4} + 32 \right)$
 $= 21\frac{2}{3} \pi \text{ unit}^3$

I. Hitung isi padu yang dijanakan apabila rantau berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-y.
Calculate the volume generated when the shaded region is rotated 360° about the y-axis.

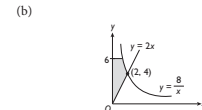
CONTOH



Isi padu janaan
 $= \pi \int_{-3}^1 (y+3) \, dy - \pi \int_{-1}^1 (y+1)^2 \, dy$
 $= \pi \left[\frac{y^2}{2} + 3y \right]_{-3}^1 - \pi \left[\frac{(y+1)^3}{3} \right]_{-1}^1$
 $= \pi \left[\left(\frac{1}{2} + 3 \right) - \left(\frac{9}{2} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 0 \right) \right]$
 $= 5\frac{1}{3} \pi \text{ unit}^3$

FAKTA UTAMA

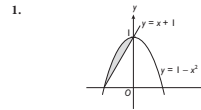
$I = \pi \int [f(y)]^2 dy - \pi \int [g(y)]^2 dy$



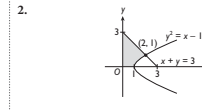
Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^4 \left(\frac{y}{2}\right)^2 \, dy + \pi \int_4^8 \left(\frac{8}{y}\right)^2 \, dy$
 $= \pi \left[\frac{y^3}{12} + 3y \right]_0^4 + \pi \left[-\frac{64}{y} \right]_4^8$
 $= \frac{\pi}{12} (64 - 0) + \pi \left[\frac{64}{8} - \frac{64}{4} \right]$
 $= 10\frac{2}{3} \pi \text{ unit}^3$

FAKTA UTAMA

$I = \pi \int [f(y)]^2 dy + \pi \int [g(y)]^2 dy$



Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^1 (1-y) \, dy - \pi \int_0^1 (y-1)^2 \, dy$
 $= \pi \left[y - \frac{y^2}{2} - \frac{(y-1)^3}{3} \right]_0^1$
 $= \pi \left[\left(1 - \frac{1}{2} - 0 \right) - \left(0 - 0 - \left(-\frac{1}{3} \right) \right) \right]$
 $= \frac{1}{6} \pi \text{ unit}^3$



Isi padu janaan
 $= \pi \int_0^1 (y^2 + 1)^2 \, dy + \pi \int_1^3 (3-y)^2 \, dy$
 $= \pi \int_0^1 (y^4 + 2y^2 + 1) \, dy + \pi \int_1^3 (3-y)^2 \, dy$
 $= \pi \left[\frac{y^5}{5} + \frac{2y^3}{3} + y \right]_0^1 + \pi \left[\frac{(3-y)^3}{-3} \right]_1^3$
 $= \pi \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + 1 \right) - 0 \right] + \pi \left(0 + \frac{8}{3} \right)$
 $= 4\frac{22}{15} \pi \text{ unit}^3$

PRAKTIS FORMALITIF Kertas 1

ANALISIS SOALAN SPM					
Sektor	2013	2014	2015	2016	2016
3.1	5, 20, 21	—	5, 16	—	—
3.2	—	5, 19	5, 17	5, 5	—

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Diberi $\int (9x^3 + 5) dx = kx^4 + 5x + c$, dengan keadaan k dan c ialah pemalar. Cari
 Given $\int (9x^3 + 5) dx = kx^4 + 5x + c$, where k and c are constants. Find
 (a) nilai k ,
 the value of k .
 (b) nilai c jika $\int (9x^3 + 5) dx = 30$ apabila $x = -2$.
 the value of c if $\int (9x^3 + 5) dx = 30$ when $x = -2$.
- (a) $\int (9x^3 + 5) dx = \frac{9x^4}{4} + 5x + c$
 $k = \frac{9}{4}$
 (b) Apabila $x = -2$,
 $\frac{9}{4}(-2)^4 + 5(-2) + c = 30$
 $36 - 10 + c = 30$
 $c = 4$

3. Rajah di bawah menunjukkan lengkung $y = \frac{4}{x^2}$ dan garis lurus $x = k$.
 The diagram shows a curve $y = \frac{4}{x^2}$ and a straight line $x = k$.
-
- Luas rantau berlorek ialah $\frac{16}{5}$ unit². Cari nilai k .
 The area of the shaded region is $\frac{16}{5}$ unit². Find the value of k .
- $Luas = \int_1^k \frac{4}{x^2} dx = \frac{16}{5}$
 $\left[-\frac{4}{x} \right]_1^k = \frac{16}{5}$
 $-\frac{4}{k} + 4 = \frac{16}{5}$
 $\frac{4}{k} = 4 - \frac{16}{5}$
 $\frac{4}{k} = \frac{4}{5}$
 $k = 5$

2. Fungsi kecerunan suatu lengkung ialah $\frac{dy}{dx} = kx - 10$, dengan keadaan k ialah pemalar. Diberi bahawa lengkung itu mempunyai titik pusingan pada (2, 7).
 The gradient function of a curve is $\frac{dy}{dx} = kx - 10$, where k is a constant. It is given that the curve has a turning point at (2, 7). Find
 (a) nilai k ,
 the value of k .
 (b) persamaan lengkung itu.
 the equation of the curve.
- (a) $\frac{dy}{dx} = kx - 10$ Pada (2, 7), $\frac{dy}{dx} = 0$.
 Apabila $x = 2$, $k(2) - 10 = 0$
 $k = 5$
 (b) $y = \int (5x - 10) dx$
 $y = \frac{5x^2}{2} - 10x + c$ ①
 Gantikan $x = 2$ dan $y = 7$ ke dalam ①.
 $7 = \frac{5}{2}(2^2) - 10(2) + c$
 $c = 17$
 Persamaan lengkung ialah $y = \frac{5x^2}{2} - 10x + 17$.

5. Cari $\int_3^m (x+2) dx$ dalam sebutan m .
 Find $\int_3^m (x+2) dx$ in terms of m .

$\int_3^m (x+2) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 2x \right]_3^m$
 $= \left(\frac{m^2}{2} + 2m \right) - \left(\frac{9}{2} + 6 \right)$
 $= \frac{m^2}{2} + 2m - \frac{21}{2}$
 $= \frac{m^2 + 4m - 21}{2}$

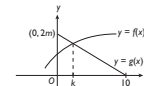
6. Diberi $\int_3^8 g(x) dx = 12$, cari
 Given $\int_3^8 g(x) dx = 12$, find
 (a) $\int_3^8 g(x) dx$.
 (b) nilai k jika $\int_3^8 [k - g(x)] dx = 23$.
 the value of k if $\int_3^8 [k - g(x)] dx = 23$.

(a) $\int_3^8 g(x) dx = -\int_8^3 g(x) dx = -12$
 (b) $\int_3^8 [k - g(x)] dx = 23$
 $\int_3^8 k dx - \int_3^8 g(x) dx = 23$
 $[kx]_3^8 - 12 = 23$
 $8k - 3k = 23 + 12$
 $5k = 35$
 $k = 7$

7. Diberi $\int_2^4 f(x) dx = 5$, cari
 Given $\int_2^4 f(x) dx = 5$, find
 (a) $\int_2^4 3f(x) dx$. (b) $\int_2^4 [3 + f(x)] dx$.

(a) $\int_2^4 3f(x) dx = -3 \int_4^2 f(x) dx$
 $= -3(5)$
 $= -15$
 (b) $\int_2^4 [3 + f(x)] dx = \int_2^4 3 dx + \int_2^4 f(x) dx$
 $= [3x]_2^4 + 5$
 $= 3(4 - 2) + 5$
 $= 11$

8. Rajah di bawah menunjukkan graf bagi suatu lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$.
 The diagram shows the graph of a curve $y = f(x)$ and a straight line $y = g(x)$.



Diberi bahawa $\int_0^k f(x) dx + \int_0^k g(x) dx = 15$.
 It is given that $\int_0^k f(x) dx + \int_0^k g(x) dx = 15$.

- (a) Pada rajah di atas, lorekan rantau yang diwakili oleh $\int_0^k f(x) dx + \int_0^k g(x) dx$.
 On the diagram, shade the region represented by $\int_0^k f(x) dx + \int_0^k g(x) dx$.
 (b) Cari luas, dalam sebutan m , rantau yang dibatasi oleh paksi-y, $y = f(x)$ dan $y = g(x)$.
 Find the area, in terms of m , of the region bounded by the y-axis, $y = f(x)$ and $y = g(x)$.

(a)
 (b) $Luas = \frac{1}{2}(10)(2m) - 15$
 $= (10m - 15) \text{ unit}^2$

9. Diberi $\int_1^3 (5 - 4x) dx = -15$, cari nilai k .
 Given $\int_1^3 (5 - 4x) dx = -15$, find the value of k .

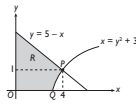
$\int_1^3 (5 - 4x) dx = -15$
 $[5x - 2x^2]_1^3 = -15$
 $5k - 2k^2 - (5 - 2) = -15$
 $-2k^2 - 5k + 12 = 0$
 $2k^2 + 5k - 12 = 0$
 $(k - 4)(2k + 3) = 0$
 $k - 4 = 0$ atau $2k + 3 = 0$
 $k = 4$ atau $k = -\frac{3}{2}$

PRAKTIS FORMALIT Kertas 2

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
3.1				
3.2	S. BBL, GJ	S. E. BBL	S. BBL	S. BBL, GJ

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Rajah di bawah menunjukkan lengkung $x = y^2 + 3$ bersilang dengan garis lurus $y = 5 - x$ pada titik $P(4, 1)$ dan paksi-x pada titik Q.



- Cari
Find
(a) koordinat titik Q.
the coordinates of point Q.

- (b) luas rantau berlorek R.
the area of the shaded region R.

- (c) isi padu yang dijanakan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung $x = y^2 + 3$, garis lurus $x = 4$ dan paksi-x diputarakan melalui 360° pada paksi-x.
the volume generated, in terms of π , when the region bounded by the curve $x = y^2 + 3$, the straight line $x = 4$ and the x-axis is rotated through 360° about the x-axis.

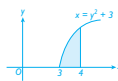
- (a) $x = y^2 + 3$
Pada paksi-x, $y = 0$. Maka, $x = 3$.
Koordinat titik Q ialah $(3, 0)$.

- (b) Luas rantau berlorek R
$$= \int_0^1 (y^2 + 3) dy + \frac{1}{2}(4)(5 - 1)$$

$$= \left[\frac{y^3}{3} + 3y \right]_0^1 + 8$$

$$= \left(\frac{1}{3} + 3 \right) - 0 + 8$$

$$= 11\frac{1}{3} \text{ unit}^2$$



- (c) Isi padu janaan
$$= \pi \int_0^1 y^2 dx$$

$$= \pi \int_3^4 (x - 3) dx$$

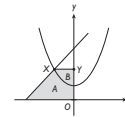
$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - 3x \right]_3^4$$

$$= \pi \left[\frac{16}{2} - 3(4) - \left(\frac{9}{2} - 3(3) \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \pi \text{ unit}^3$$

57

2. Rajah di bawah menunjukkan garis lurus $y = x + 5$ yang menyalang lengkung $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ pada titik X.



- (a) Cari koordinat X.
Find the coordinates of X.

- (b) Hitung
Calculate
(i) luas rantau berlorek A.
the area of the shaded region A.

- (ii) isi padu janaan, dalam sebutan π , apabila rantau berlorek B diputarakan melalui 360° pada paksi-y.
the volume generated, in terms of π , when the shaded region B is rotated through 360° about the y-axis.

- (a) $y = x + 5$ ①
 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ ②
Gantikan ① ke dalam ②.
 $x + 5 = \frac{1}{4}x^2 + 2$

$$\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x + 2)(x - 6) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 6$$

Apabila $x = -2$, $y = -2 + 5$
 $y = 3$

- Koordinat X ialah $(-2, 3)$.

- (b) (i) $y = x + 5$
Pada paksi-x, $y = 0$.
 $x + 5 = 0$
 $x = -5$

Luas rantau berlorek A
$$= \frac{1}{2}(3)(3) + \int_{-2}^0 \left(\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) dx$$

$$= \frac{9}{2} + \left[\frac{x^3}{12} + 2x \right]_{-2}^0$$

$$= \frac{9}{2} + \left[0 - \left(-\frac{8}{12} - 2(-2) \right) \right]$$

$$= 9\frac{1}{6} \text{ unit}^2$$

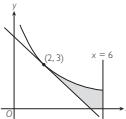
(ii) $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$
 $\frac{1}{4}x^2 = y - 2$
 $x^2 = 4(y - 2)$
Isi padu janaan $= \pi \int_2^3 4(y - 2) dy$
$$= 4\pi \left[\frac{y^2}{2} - 2y \right]_2^3$$

$$= 4\pi \left[\left(\frac{9}{2} - 6 \right) - \left(\frac{4}{2} - 4 \right) \right]$$

$$= 2\pi \text{ unit}^3$$

58

3. Rajah di bawah menunjukkan lengkung $y = \frac{4}{x^2} + 2$ dan garis lurus $y = mx + c$. Garis lurus $y = mx + c$ ialah tangen kepada lengkung itu pada $(2, 3)$.



- (a) Cari nilai m dan nilai c.
Find the values of m and c.

- (b) Hitung luas kawasan berlorek.
Calculate the area of the shaded region.

- (c) Hitung isi padu janaan apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, paksi-x, garis lurus $x = 2$ dan $x = 4$ diputarakan melalui 360° pada paksi-x.
Calculate the volume generated when the region bounded by the curve, the x-axis, the straight lines $x = 2$ and $x = 4$ is rotated through 360° about the x-axis.

- (a) $y = \frac{4}{x^2} + 2$
 $\frac{dy}{dx} = 4(-2)x^{-3} = -\frac{8}{x^3}$
Apabila $x = 2$, $\frac{dy}{dx} = -\frac{8}{(2)^3} = -1$
 $m = -1$

- Gantikan $(2, 3)$ ke dalam $y = mx + c$.
 $3 = (-1)(2) + c$
 $c = 5$

- (b) Persamaan tangen ialah $y = -x + 5$.
Pada paksi-x, $y = 0$.
Maka, $x = 5$.

Luas kawasan berlorek
$$= \int_2^5 \left(\frac{4}{x^2} + 2 \right) dx - \frac{1}{2}(5 - 2)(3)$$

$$= \left[-\frac{4}{x} + 2x \right]_2^5 - \frac{9}{2}$$

$$= \left(-\frac{4}{5} + 10 \right) - \left(-2 + 4 \right) - \frac{9}{2}$$

$$= 4\frac{7}{10} \text{ unit}^2$$

- (c) Isi padu janaan $= \pi \int_2^4 \left(\frac{4}{x^2} + 2 \right)^2 dx$
$$= \pi \int_2^4 \left(\frac{16}{x^4} + \frac{16}{x^2} + 4 \right) dx$$

$$= \pi \left[-\frac{16}{3x^3} - \frac{16}{x} + 4x \right]_2^4$$

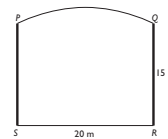
$$= \pi \left[\left(-\frac{143}{12} \right) - \left(-\frac{2}{3} \right) \right] = 12\frac{7}{12} \pi \text{ unit}^3$$

59

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Mencipta
Konteks: Kamiran Tentu

Rajah di bawah menunjukkan pelan bagi sebuah kolam renang.
The diagram shows the plan of a swimming pool.



Sisi PQ ialah suatu lengkung yang mempunyai fungsi kecerunan $-\frac{x}{25}$. Jika kedalaman kolam renang itu ialah 1.2 m, cari isi padu, dalam m^3 , air yang diperlukan untuk mengisi kolam renang itu sehingga penuh.

The side PQ is a curve which has a gradient function of $-\frac{x}{25}$. If the depth of the swimming pool is 1.2 m, find the volume, in m^3 , of water needed to fill the swimming pool until it is full.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{25}$$

$$y = \int -\frac{x}{25} dx$$

$$y = -\frac{x^2}{50} + c$$

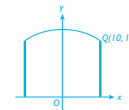
Katakan $Q = (10, 15)$.
 $15 = -\frac{10^2}{50} + c$
 $c = 17$
 $y = -\frac{x^2}{50} + 17$

Isi padu air, $I = \text{Luas pelan} \times \text{Kedalaman}$
$$= \int_{10}^{20} \left(-\frac{x^2}{50} + 17 \right) dx \times 1.2$$

$$= \left[-\frac{x^3}{150} + 17x \right]_{10}^{20} \times 1.2$$

$$= \left[\left(-\frac{10^3}{150} + 17(10) \right) - \left(-\frac{(-10)^3}{150} + 17(-10) \right) \right] \times 1.2$$

$$= 392 \text{ m}^3$$



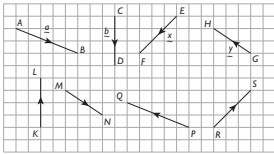
InfoKBAT

Pertimbangan Q = (10, 15) dan isi padu air = luas pelan \times kedalaman.
Consider that Q = (10, 15) and the volume of water = area of plan \times depth.

60

4.1 Konsep Vektor

A. Nyatakan vektor yang ditunjukkan dalam rajah berikut.
State the vectors shown in the following diagram.



FAKTA UTAMA

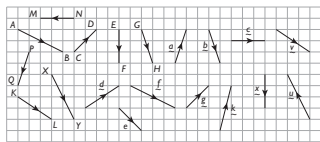
Tataltanda vektor:
Vector notation:
 $\vec{AB} = a$
 $\vec{BA} = -\vec{AB} = -a$
Magnitud \vec{AB} : $|\vec{AB}| = |a|$
Magnitude of \vec{AB} : $|\vec{AB}| = |a|$

CONTOH

- (a) $\vec{AB} = a$
(b) $\vec{PQ} = \vec{BA} = -a$
1. $\vec{CD} = b$
2. $\vec{EF} = x$
3. $\vec{KL} = \vec{DC} = -b$
4. $\vec{HG} = -\vec{GH} = -y$
5. $\vec{MN} = \vec{HG} = -y$
6. $\vec{RS} = \vec{FE} = -x$

B. Tentukan pasangan vektor yang sama.

Determine the pairs of vectors that are equal.

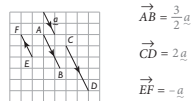


CONTOH

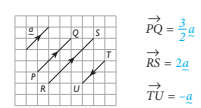
- (a) $\vec{AB} = f$
(b) $\vec{CD} = g$
1. $\vec{EF} = x$
2. $\vec{GH} = b$
3. $\vec{KL} = y$
4. $\vec{XY} = -a$
5. $\vec{MN} = c$
6. $\vec{PQ} = -g$

C. Nyatakan setiap vektor berikut dalam sebutan a .
State each of the following vectors in terms of a .

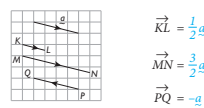
CONTOH



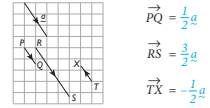
1.



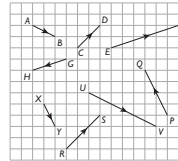
2.



3.



D. Tentukan pasangan vektor yang selari dan nyatakan hubungannya.
Determine the vectors that are parallel and state their relationship.



FAKTA UTAMA

Dua vektor, \vec{PQ} dan \vec{RS} , adalah selari jika dan hanya jika $\vec{PQ} = k\vec{RS}$, dengan keadaan k ialah pemalar.
Two vectors, \vec{PQ} and \vec{RS} , are parallel if and only if $\vec{PQ} = k\vec{RS}$, where k is a constant.

CONTOH

\vec{AB} dan \vec{UV} ialah vektor selari.
 \vec{AB} and \vec{UV} are parallel vectors.
 $\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{UV}$

1. \vec{CD} dan \vec{RS} ialah vektor selari.

\vec{CD} dan \vec{RS} are parallel vectors.
 $\vec{CD} = \frac{2}{3}\vec{RS}$

2. \vec{EF} dan \vec{GH} ialah vektor selari.

\vec{EF} dan \vec{GH} are parallel vectors.
 $\vec{EF} = -2\vec{GH}$

3. \vec{PQ} dan \vec{XY} ialah vektor selari.

\vec{PQ} dan \vec{XY} are parallel vectors.
 $\vec{PQ} = -2\vec{XY}$

E. Diberi vektor bukan sifar, x dan y , adalah tidak selari. Cari nilai m dan nilai n .

Given the non-zero vectors, x and y , are not parallel. Find the values of m and n .

CONTOH

$(m + 2n - 5)x - (m - n + 4)y = 0$

$(m + 2n - 5)x = (m - n + 4)y$

$m + 2n - 5 = 0$ ①

$m - n + 4 = 0$ ②

① - ②: $3n - 9 = 0$

$3n = 9$

$n = 3$

Gantikan $n = 3$ ke dalam ②.

$m - 3 + 4 = 0$

$m - 3 + 4 = 0$

$m = -1$

FAKTA UTAMA

Diberi dua vektor, a dan b , adalah bukan sifar dan tidak selari. Jika $ma = nb$, maka $m = n = 0$.
Given two vectors, a and b , are non-zero and non-parallel. If $ma = nb$, then $m = n = 0$.

1. $(m + n - 2)x = (m - 3n - 14)y$

$m + n - 2 = 0$ ①

$m - 3n - 14 = 0$ ②

① - ②: $4n + 12 = 0$

$4n = -12$

$n = -3$

Gantikan $n = -3$ ke dalam ①.

$m - 3(-2) = 0$

$m + 6 = 0$

$m = -6$

2. $(2m + n - 1)x - (3m - 2n + 16)y = 0$

$2m + n - 1 = 0$ ①

$3m - 2n + 16 = 0$ ②

① \times 2: $4m + 2n - 2 = 0$ ③

② + ③: $7m + 14 = 0$

$7m = -14$

$m = -2$

Gantikan $m = -2$ ke dalam ①.

$2(-2) + n - 1 = 0$

$-4 + n - 1 = 0$

$n = 5$

3. $(m + 3n + 2)x + (3m + n - 10)y = 0$

$m + 3n + 2 = 0$ ①

$3m + n - 10 = 0$ ②

① \times 3: $3m + 9n + 6 = 0$ ③

② - ③: $-8n - 16 = 0$

$-8n = 16$

$n = -2$

Gantikan $n = -2$ ke dalam ①.

$m + 3(-2) + 2 = 0$

$m - 6 + 2 = 0$

$m = 4$

F. Selesaikan masalah berikut.

Solve the following problems.

CONTOH

Diberi $\vec{PQ} = 12x$ dan $\vec{QR} = 16x$, tunjukkan bahawa P, Q dan R adalah segaris.

Given $\vec{PQ} = 12x$ and $\vec{QR} = 16x$, show that P, Q and R are collinear.

$\vec{PQ} = 12x$
 $= \frac{3}{4}(16x)$

$\vec{PQ} = \frac{3}{4}\vec{QR}$

\vec{PQ} dan \vec{QR} adalah selari dan titik Q ialah titik sepunya. Maka, P, Q dan R adalah segaris.

1. Diberi $\vec{AB} = 6x$ dan $\vec{BC} = 21x$, tunjukkan bahawa A, B dan C adalah segaris.

Given $\vec{AB} = 6x$ and $\vec{BC} = 21x$, show that A, B and C are collinear.

$\vec{AB} = 6x$
 $= \frac{2}{7}(21x)$

$\vec{AB} = \frac{2}{7}\vec{BC}$

\vec{AB} dan \vec{BC} adalah selari dan B ialah titik sepunya. Maka, A, B dan C adalah segaris.

2. Diberi X, Y dan Z adalah segaris, dengan keadaan $XY = 8$ unit dan $YZ = 12$ unit. Ungkapkan \vec{XY} dalam sebutan \vec{YZ} .

Given X, Y and Z are collinear, where $XY = 8$ units and $YZ = 12$ units. Express \vec{XY} in terms of \vec{YZ} .

$\frac{XY}{YZ} = \frac{8}{12}$

$= \frac{2}{3}$

$XY = \frac{2}{3}YZ$

Diberi X, Y dan Z adalah segaris. Maka, \vec{XY} adalah selari dengan \vec{YZ} dan $\vec{XY} = \frac{2}{3}\vec{YZ}$.

3. Diberi \vec{AB} dan \vec{KL} adalah selari, dengan keadaan $|\vec{AB}| = 14$ unit dan $|\vec{KL}| = 8$ unit. Ungkapkan \vec{AB} dalam sebutan \vec{KL} .

Given \vec{AB} and \vec{KL} are parallel, where $|\vec{AB}| = 14$ units and $|\vec{KL}| = 8$ units. Express \vec{AB} in terms of \vec{KL} .

$\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{KL}|} = \frac{14}{8}$

$= \frac{7}{4}$

$|\vec{AB}| = \frac{7}{4}|\vec{KL}|$

Diberi \vec{AB} dan \vec{KL} adalah selari. Maka, $\vec{AB} = \frac{7}{4}\vec{KL}$.

4.2 Penambahan dan Penolakan Vektor

A. Tentukan vektor paduan bagi setiap yang berikut.

Determine the resultant vector of each of the following.

CONTOH

(a) $\vec{a} + 2\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{a}$
 $= (1 + 2 + \frac{1}{3})\vec{a}$
 $= \frac{10}{3}\vec{a}$

1. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{a}$
 $= (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})\vec{a}$
 $= \frac{8}{6}\vec{a}$

2. $4x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$
 $= (4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4})x$
 $= 4\frac{7}{12}x$

(b) $(2\vec{a} + \vec{b}) + (3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b})$
 $= (2 + 3)\vec{a} + (1 + \frac{1}{2})\vec{b}$
 $= 5\vec{a} + 1\frac{1}{2}\vec{b}$

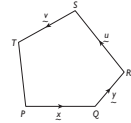
3. $(\vec{a} + 2\vec{b}) + (2\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b})$
 $= (1 + 2)\vec{a} + (2 + \frac{3}{4})\vec{b}$
 $= 3\vec{a} + 2\frac{3}{4}\vec{b}$

4. $(3x + 4y) + (\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y)$
 $= (3 + \frac{1}{2})x + (4 + \frac{2}{3})y$
 $= 3\frac{1}{2}x + 4\frac{2}{3}y$

B. Tentukan vektor paduan bagi setiap yang berikut.
Determine the resultant vector of each of the following.

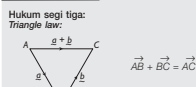
22 [a]

CONTOH

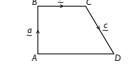


- (a) $\vec{x} + \vec{y} = \vec{PR}$
 (b) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{RT}$
 (c) $\vec{QR} + \vec{RS} = \vec{QS}$
 (d) $\vec{PQ} + \vec{QT} = \vec{PT}$

FAKTA UTAMA

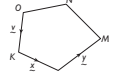


1.



- (a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{AC}$
 (b) $\vec{b} + \vec{c} = \vec{BD}$
 (c) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 (d) $\vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$

2.



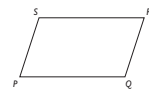
- (a) $\vec{x} + \vec{y} = \vec{KM}$
 (b) $\vec{y} + \vec{z} = \vec{OL}$
 (c) $\vec{KL} + \vec{LM} = \vec{KM}$
 (d) $\vec{OL} + \vec{LM} = \vec{OM}$

C. Tentukan vektor paduan bagi setiap yang berikut.
Determine the resultant vector of each of the following.

22 [b]

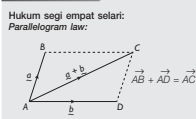
CONTOH

PQRS ialah segi empat selari.
PQRS is a parallelogram.

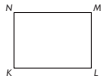


- (a) $\vec{PQ} + \vec{PS} = \vec{PR}$
 (b) $\vec{QR} + \vec{QP} = \vec{QS}$
 (c) $\vec{SR} + \vec{SP} = \vec{SQ}$
 (d) $\vec{RS} + \vec{RQ} = \vec{RP}$

FAKTA UTAMA

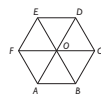


1. KLMN ialah segi empat tepat.
KLMN is a rectangle.



- (a) $\vec{KL} + \vec{KN} = \vec{KM}$
 (b) $\vec{LK} + \vec{LM} = \vec{LN}$
 (c) $\vec{ML} + \vec{MN} = \vec{MK}$
 (d) $\vec{NK} + \vec{NM} = \vec{NL}$

2. ABCDEF ialah heksagon sekata.
ABCDEF is a regular hexagon.



- (a) $\vec{AB} + \vec{AF} = \vec{AO}$
 (b) $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BO}$
 (c) $\vec{OC} + \vec{OE} = \vec{OD}$
 (d) $\vec{OA} + \vec{OE} = \vec{OF}$

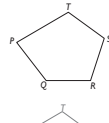
65

D. Tentukan vektor paduan bagi setiap yang berikut.
Determine the resultant vector of each of the following.

23

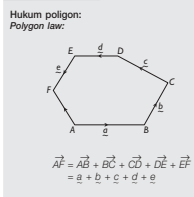
CONTOH

PQRST ialah pentagon.
PQRST is a pentagon.

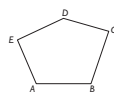


- (a) $\vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RS} = \vec{PS}$
 (b) $\vec{QT} + \vec{TS} + \vec{SR} = \vec{QR}$
 (c) $\vec{PS} + \vec{SQ} + \vec{QR} = \vec{PR}$

FAKTA UTAMA

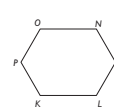


1. ABCDE ialah pentagon.
ABCDE is a pentagon.



- (a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$
 (b) $\vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{AE}$
 (c) $\vec{BD} + \vec{DC} + \vec{CA} = \vec{BA}$

2. KLMNOP ialah heksagon.
KLMNOP is a hexagon.



- (a) $\vec{KL} + \vec{LN} + \vec{NO} = \vec{KO}$
 (b) $\vec{PK} + \vec{KL} + \vec{LO} + \vec{OM} = \vec{PM}$
 (c) $\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PL} + \vec{LO} = \vec{MO}$

66

E. Permudahkan setiap vektor berikut.
Simplify each of the following vectors.

24 [a], [b]

CONTOH

(a) $7\vec{g} - 4\vec{g}$
 $= (7 - 4)\vec{g}$
 $= 3\vec{g}$

(b) $(2\vec{x} + 3\vec{y}) - (4\vec{x} - 5\vec{y})$
 $= 2\vec{x} + 3\vec{y} - 4\vec{x} + 5\vec{y}$
 $= -2\vec{x} + 8\vec{y}$

1. $10\vec{g} + 6\vec{g} - 7\vec{g}$
 $= (10 + 6 - 7)\vec{g}$
 $= 9\vec{g}$

2. $4\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{b}$
 $= (4 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4})\vec{b}$
 $= 2\frac{3}{4}\vec{b}$

3. $4\vec{x} - 5\vec{y} - (2\vec{x} + 6\vec{y})$
 $= 4\vec{x} - 5\vec{y} - 2\vec{x} - 6\vec{y}$
 $= 2\vec{x} - 11\vec{y}$

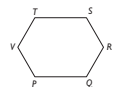
4. $3\vec{x} - 2\vec{y} - (\frac{3}{2}\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y})$
 $= 3\vec{x} - 2\vec{y} - \frac{3}{2}\vec{x} + \frac{1}{3}\vec{y}$
 $= \frac{3}{2}\vec{x} - \frac{5}{3}\vec{y}$

F. Tentukan setiap yang berikut.
Determine each of the following.

25

CONTOH

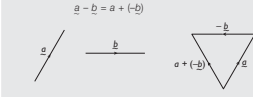
PQRSTV ialah heksagon.
PQRSTV is a hexagon.



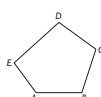
- (a) $\vec{PQ} - \vec{RQ}$
 $= \vec{PQ} + (-\vec{RQ})$
 $= \vec{PQ} + \vec{QR}$
 $= \vec{PR}$
- (b) $\vec{TS} - \vec{QS} - \vec{VQ}$
 $= \vec{TS} + \vec{SQ} + \vec{QV}$
 $= \vec{TV}$

FAKTA UTAMA

- Pendakian yang melibatkan dua vektor yang selari:
Subtraction involving two parallel vectors:
 $8\vec{x} - 3\vec{x} = 8\vec{x} + (-3\vec{x}) = 5\vec{x}$
- Pendakian yang melibatkan dua vektor yang tidak selari:
Subtraction involving two non-parallel vectors:
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

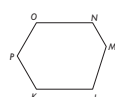


1. ABCDE ialah pentagon.
ABCDE is a pentagon.



- (a) $\vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC}$
 $= \vec{AC}$
- (b) $\vec{AD} - \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{DC}$
 $= \vec{AC}$
- (c) $\vec{AC} - \vec{BC} - \vec{EB} = \vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BE}$
 $= \vec{AE}$

2. KLMNOP ialah heksagon.
KLMNOP is a hexagon.



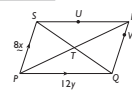
- (a) $\vec{KL} - \vec{NL} = \vec{KL} + \vec{LN}$
 $= \vec{KN}$
- (b) $\vec{KL} - \vec{OL} - \vec{PO} = \vec{KL} + \vec{LO} + \vec{OP}$
 $= \vec{KP}$
- (c) $\vec{PM} - \vec{LM} - \vec{KL} = \vec{PM} + \vec{ML} + \vec{LK}$
 $= \vec{PK}$

67

G. Ungkapkan setiap vektor dalam sebutan \vec{x} dan \vec{y} .
Express each vector in terms of \vec{x} and \vec{y} .

26

CONTOH



PQRS ialah segi empat selari. Pepenjur PR dan QS menyalang di T . U ialah titik tengah RS dan V terletak pada QR dengan keadaan $QV : VR = 3 : 1$. PQRS is a parallelogram. The diagonals PR and QS intersect at T . U is the midpoint of RS and V lies on QR such that $QV : VR = 3 : 1$.

- (a) $\vec{PU} = \vec{PS} + \vec{SU}$
 $= \vec{PS} + \frac{1}{2}\vec{SR}$
 $= \vec{PS} + \frac{1}{2}\vec{PQ}$
 $= 8\vec{x} + \frac{1}{2}(12\vec{y})$
 $= 8\vec{x} + 6\vec{y}$
- (b) $\vec{PV} = \vec{PQ} + \vec{QV}$
 $= \vec{PQ} + \frac{3}{4}\vec{QR}$
 $= 12\vec{y} + \frac{3}{4}(8\vec{x})$
 $= 6\vec{x} + 12\vec{y}$
- (c) $\vec{UV} = \vec{UP} + \vec{PV}$
 $= -\vec{PU} + \vec{PV}$
 $= -8\vec{x} - 6\vec{y} + 6\vec{x} + 12\vec{y}$
 $= -2\vec{x} + 6\vec{y}$

1. ABCD ialah segi empat selari. Pepenjur AC dan BD menyalang di E . F ialah titik titik pada BC dengan keadaan $BF : FC = 2 : 1$. ABCD is a parallelogram. The diagonals AC and BD intersect at E . F is a point on BC such that $BF : FC = 2 : 1$.

- (a) $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AC}$
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$
 $= \frac{1}{2}(4\vec{x} + 6\vec{y})$
 $= 2\vec{x} + 3\vec{y}$
- (b) $\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF}$
 $= \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$
 $= \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AD}$
 $= 4\vec{x} + \frac{2}{3}(6\vec{y})$
 $= 4\vec{x} + 4\vec{y}$
- (c) $\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF}$
 $= -2\vec{x} - 3\vec{y} + 4\vec{x} + 4\vec{y}$
 $= 2\vec{x} + \vec{y}$

2. ABCD ialah trapezium dengan keadaan BC adalah selari dengan AD dan $BC = \frac{1}{3}AD$. E ialah satu titik pada CD dengan keadaan $CE : ED = 1 : 2$. Diberi bahawa $\vec{AB} = 4\vec{x}$ dan $\vec{AD} = 9\vec{y}$. ABCD is a trapezium such that BC is parallel to AD and $BC = \frac{1}{3}AD$. E is a point on CD such that $CE : ED = 1 : 2$. It is given that $\vec{AB} = 4\vec{x}$ and $\vec{AD} = 9\vec{y}$.

- (a) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$
 $= \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$
 $= 4\vec{x} + \frac{1}{3}(9\vec{y})$
 $= 4\vec{x} + 3\vec{y}$
- (b) $\vec{AE} = \vec{AC} + \vec{CE}$
 $= \vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{CD}$
 $= 4\vec{x} + 3\vec{y} + \frac{1}{3}(\vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AD})$
 $= 4\vec{x} + 3\vec{y} + \frac{1}{3}(-3\vec{y} - 4\vec{x} + 9\vec{y})$
 $= 4\vec{x} + 3\vec{y} - \frac{1}{3}\vec{y} - \frac{4}{3}\vec{x} + 3\vec{y}$
 $= \frac{8}{3}\vec{x} + 5\vec{y}$

68

3. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga ABC. Diberi bahawa $AP : PB = 1 : 3$, $BR : RC = 3 : 1$, $AP = 4x$ dan $AC = 6y$.
The diagram shows a triangle ABC. It is given that $AP : PB = 1 : 3$, $BR : RC = 3 : 1$, $AP = 4x$ and $AC = 6y$.

(a) Ungkapkan dalam sebutan x dan y :
Express in terms of x and y :
(i) \vec{CP} (ii) \vec{CR}

(b) Diberi $x = 3i - j$, $y = 4i$, cari $|\vec{CR}|$.
Given $x = 3i - j$, $y = 4i$, find $|\vec{CR}|$.

(c) Diberi $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$ dan $\vec{QR} = \mu \vec{AR}$, dengan keadaan λ dan μ ialah pemalar, cari nilai λ dan nilai μ .
Given $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$ and $\vec{QR} = \mu \vec{AR}$, where λ and μ are constants, find the values of λ and μ .

(a) (i) $\vec{CP} = \vec{CA} + \vec{AP} = -6y + 4x$
(ii) $\vec{CR} = \frac{1}{4} \vec{CB} = \frac{1}{4} (\vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{4} (4(4x) - 6y) = 4x - \frac{3}{2}y$

(b) $\vec{CR} = 4(3i - j) - \frac{3}{2}(4i) = 6i - 4j$
 $|\vec{CR}| = \sqrt{6^2 + (-4)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ unit

(c) $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$, $\vec{QR} = \mu \vec{AR}$
 $\vec{CR} = \vec{CQ} + \vec{QR} = \lambda \vec{CP} + \mu \vec{AR} = \lambda(-6y + 4x) + \mu(6y + 4x - 6y) = 4\lambda x - 6\lambda y + 6\mu y + 4\mu x = (4\lambda + 4\mu)x + (6\mu - 6\lambda)y$
Bandingkan vektor-vektor.
 $4 = 4\lambda + 4\mu$
 $\lambda + \mu = 1$
 $\lambda = 1 - \mu$ ①
 $-\frac{3}{2} = \frac{6\mu}{2} - 6\lambda$ ②
Gantikan ① ke dalam ②.
 $-\frac{3}{2} = \frac{6}{2}\mu - 6(1 - \mu)$
 $\frac{21}{2}\mu = \frac{9}{2}$
 $\mu = \frac{3}{7}$
Dari ①, $\lambda = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

4. Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan dan arah bagi tiga buah kano, P, Q dan R, dalam suatu pertandingan. Kedua-dua buah kano P dan Q bergerak mengikut arah arus air. Halaju arus air ialah $w = (i - \frac{1}{3}j)$ m s⁻¹. Diberi halaju kano P ialah $p = (3i - j)$ m s⁻¹ dan halaju kano Q ialah $q = (9i - 3j)$ m s⁻¹.
The diagram shows the position and the direction of three canoes, P, Q and R, in a competition. Both canoes P and Q move in the direction of the water current. The velocity of the water current is $w = (i - \frac{1}{3}j)$ m s⁻¹. Given the velocity of canoe P is $p = (3i - j)$ m s⁻¹ and the velocity of canoe Q is $q = (9i - 3j)$ m s⁻¹.

(a) Tentukan berapa kali halaju paduan kano Q berbanding dengan halaju paduan kano P.
Determine how many times the resultant velocity of canoe Q compare to the resultant velocity of canoe P.

(b) Dalam perjalanan ke garisan penamat, kano R mengalami masalah teknikal dan tersasar dari laluan. Halaju kano R ialah $r = (2i - \frac{8}{3}j)$ m s⁻¹. Cari
On the way to the finishing line, canoe R is facing a technical problem and off track. The velocity of canoe R is $r = (2i - \frac{8}{3}j)$ m s⁻¹. Find
(i) halaju paduan kano R,
the resultant velocity of canoe R.
(ii) vektor unit dalam arah kano R,
the unit vector in the direction of canoe R.

(a) Halaju paduan kano P = $(3i - j) + (i - \frac{1}{3}j) = 4i - \frac{4}{3}j$
Halaju paduan kano Q = $(9i - 3j) + (i - \frac{1}{3}j) = 10i - \frac{10}{3}j = \frac{10}{4}(4i - \frac{4}{3}j) = \frac{5}{2}$ Halaju paduan kano P

(b) (i) Halaju paduan kano R = $2i - \frac{8}{3}j + (i - \frac{1}{3}j) = 3i - 3j$
(ii) $r = 2i - \frac{8}{3}j$
 $|r| = \sqrt{2^2 + (-\frac{8}{3})^2} = \frac{10}{3}$
Vektor unit dalam arah kano R = $\frac{2i - \frac{8}{3}j}{\frac{10}{3}} = \frac{3}{5}i - \frac{4}{5}j$

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Menganalisis
Konteks: Vektor dalam Satah Cartes

Rajah di sebelah menunjukkan peta sebuah bandar dengan keadaan semua lokasi disambungkan oleh jalan lurus. Jarak sekolah dari taman permainan adalah tiga kali jarak perhentian bas dari taman permainan. Bulatan ditempatkan sama jarak dari pejabat pos dan perhentian bas. Diberi bahawa vektor dari taman permainan ke sekolah ialah $15j$ dan vektor dari pejabat pos ke sekolah ialah $18i + 12j$. Jika 1 unit = 1 km, cari jarak di antara bulatan dengan pusat bandar.
The diagram shows the map of a town where all the locations are connected by straight roads. The distance of the school from the playground is thrice the distance of the bus stop from the playground. The roundabout is located at equidistant from the post office and the bus stop. It is given that the vector from the playground to the school is $15j$ and the vector from the post office to the school is $18i + 12j$. If 1 unit = 1 km, find the distance between the roundabout and the town centre.

Info KBAT
Anggap setiap lokasi merupakan suatu titik dalam satu satah Cartes. Cari vektor dari bulatan ke pusat bandar dalam bentuk $xi + yj$.
Assume that each location is a point on the Cartesian plane. Find the vector from the roundabout to the town centre in the form of $xi + yj$.

Katakan P = Taman permainan
B = Perhentian bas
S = Sekolah
R = Bulatan
O = Pejabat pos
T = Pusat bandar

$\vec{PS} = 15j$ dan $\vec{OS} = 18i + 12j$
 $PS = 3PB$, maka $PB : BS = 1 : 2$.
R ialah titik tengah OB, maka $OR = RB$.

$\vec{OP} = \vec{OS} + \vec{SP}$
 $= 18i + 12j - 15j = 18i + 3j$
 $\vec{OR} = \frac{1}{2} \vec{OB}$
 $= \frac{1}{2} (\vec{OS} + \vec{SB})$
 $= \frac{1}{2} (18i + 12j - 10j)$
 $= 4i + 6j$
 $\vec{PR} = \vec{PO} + \vec{OR}$
 $= -3i - 12j + 4i + 6j = i - 6j$

PRT adalah segaris.
Katakan $\vec{PR} = k\vec{PT}$ dan $\vec{OT} = h\vec{OS}$, dengan keadaan k dan h ialah pemalar.
 $\vec{PT} = \vec{PO} + \vec{OT}$
 $\frac{1}{k} \vec{PR} = \frac{1}{k} \vec{PO} + \frac{1}{k} \vec{OT}$
 $\frac{1}{k} \vec{PR} = -3i - 12j + h\vec{OS}$
 $\frac{1}{k} (i - 6j) = -3i - 12j + h(18i + 12j)$
 $\frac{1}{k} i - \frac{6}{k} j = (18h - 3)i + (12h - 12)j$

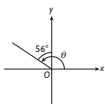
Bandingkan kedua-dua belah persamaan:
 $\frac{1}{k} = 18h - 3$ ①
 $-\frac{6}{k} = 12h - 12$
 $\frac{1}{k} = -2h + 2$ ②
Gantikan ① ke dalam ②.
 $18h - 3 = -2h + 2$
 $h = \frac{1}{4}$
Gantikan $h = \frac{1}{4}$ ke dalam ①.
 $\frac{1}{k} = 18(\frac{1}{4}) - 3$
 $k = \frac{3}{4}$
Apabila $\vec{PR} = \frac{3}{4} \vec{PT}$, $\vec{RT} = \frac{1}{4} \vec{PT}$ dan $PR : RT = 2 : 1$.
 $\vec{RT} = \frac{1}{4} (i - 6j) = \frac{1}{4} i - \frac{3}{2} j$
 $|\vec{RT}| = \sqrt{(\frac{1}{4})^2 + (-\frac{3}{2})^2} = 3.04$ unit
Jarak di antara bulatan dengan pusat bandar ialah 3.04 km.

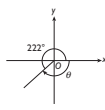
BAB 5 FUNGSI TRIGONOMETRI TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

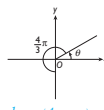
5.1 Sudut Positif dan Sudut Negatif
A. Cari sudut positif dan sudut negatif bagi $\angle XOP$. Seterusnya, nyatakan dalam sukuan mana terletaknya sudut itu.
Find the positive angle and the negative angle of $\angle XOP$. Hence, state the quadrant in which the angle lies.

Rajah Diagram	Sudut positif Positive angle	Sudut negatif Negative angle	Sukuan Quadrant
CONTOH (a)	$180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$	$-(180^\circ + 54^\circ) = -234^\circ$	II
(b)	$\frac{3}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi = \frac{7}{4}\pi$	$-(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{4}\pi) = -\frac{1}{4}\pi$	IV
1.	$180^\circ + 47^\circ = 227^\circ$	$-(180^\circ - 47^\circ) = -133^\circ$	III
2.	$270^\circ + 58^\circ = 328^\circ$	$-(90^\circ - 58^\circ) = -32^\circ$	IV
3.	$\pi + \frac{5}{6}\pi = \frac{11}{6}\pi$	$-(\pi - \frac{5}{6}\pi) = -\frac{1}{6}\pi$	IV
4.	$\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{4}\pi = \frac{3}{4}\pi$	$-(\frac{1}{2}\pi + \frac{3}{4}\pi) = -\frac{5}{4}\pi$	II

B. Tentukan sudut rujukan, α bagi setiap yang berikut.
Determine the reference angle, α , of each of the following. [11]

1. 
 $\alpha = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

2. 
 $\alpha = 222^\circ - 180^\circ = 42^\circ$

3. 
 $\alpha = \frac{1}{2}\pi - (\frac{4}{3}\pi - \pi) = \frac{1}{6}\pi$

C. Lakar setiap sudut pada satah Cartes. Nyatakan dalam sukuan mana terletakinya setiap sudut itu dan seterusnya, cari sudut rujukan, α yang sepadan.
Sketch each angle on a Cartesian plane. State the quadrant in which the angle lies and hence, find its corresponding reference angle, α . [11]

CONTOH

(a) 434°
Sukuan = I
 $\alpha = 434^\circ - 360^\circ = 74^\circ$

(b) $\frac{11}{3}\pi$ radian
Sukuan = IV
 $\alpha = 4\pi - \frac{11}{3}\pi = \frac{1}{3}\pi$

1. 516°
Sukuan = II
 $\alpha = 540^\circ - 516^\circ = 24^\circ$

2. -400°
Sukuan = IV
 $\alpha = 400^\circ - 360^\circ = 40^\circ$

3. $-\frac{7}{4}\pi$ radian
Sukuan = I
 $\alpha = 2\pi - \frac{7}{4}\pi = \frac{1}{4}\pi$

D. Diberi $0^\circ < \theta < 720^\circ$ atau $0 < \theta < 4\pi$. Cari semua sudut yang mungkin bagi θ diberi sudut rujukan, α .
Given $0^\circ < \theta < 720^\circ$ or $0 < \theta < 4\pi$. Find all the possible values of θ given the reference angle, α . [11]

1. $\alpha = 65^\circ$

Sukuan I
 $\theta = 65^\circ, 360^\circ + 65^\circ = 65^\circ, 425^\circ$

Sukuan II
 $\theta = 180^\circ - 65^\circ, 360^\circ + 115^\circ = 115^\circ, 475^\circ$

Sukuan III
 $\theta = 180^\circ + 65^\circ, 360^\circ + 245^\circ = 245^\circ, 605^\circ$

Sukuan IV
 $\theta = 360^\circ - 65^\circ, 360^\circ + 295^\circ = 295^\circ, 655^\circ$

2. $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Sukuan I
 $\theta = \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$

Sukuan II
 $\theta = \pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$

Sukuan III
 $\theta = \pi + \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{7\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}$

Sukuan IV
 $\theta = 2\pi - \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{11\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}$

5.2 Enam Fungsi Trigonometri bagi Sebarang Sudut

A. Cari nilai bagi setiap yang berikut.
Find the value of each of the following. [23]

CONTOH
Diberi: $\sin 87^\circ = 0.9986$; $\cos 87^\circ = 0.0523$
Given: $\sin 87^\circ = 0.9986$; $\cos 87^\circ = 0.0523$

(a) $\tan 87^\circ = \frac{\sin 87^\circ}{\cos 87^\circ} = \frac{0.9986}{0.0523} = 19.09$

(b) $\sec 87^\circ = \frac{1}{\cos 87^\circ} = \frac{1}{0.0523} = 19.12$

FAKTA UTAMA
• $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
• $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
• $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
• $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

1. Diberi: $\sec 42^\circ = 1.3456$; $\sin 42^\circ = 0.6691$
Given: $\sec 42^\circ = 1.3456$; $\sin 42^\circ = 0.6691$

(a) $\cos 42^\circ = \frac{1}{\sec 42^\circ} = \frac{1}{1.3456} = 0.7432$

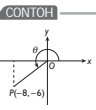
(b) $\tan 42^\circ = \frac{\sin 42^\circ}{\cos 42^\circ} = \frac{0.6691}{0.7432} = 0.9003$

2. Diberi: $\cot 200^\circ = 2.7475$; $\csc 200^\circ = -2.9238$
Given: $\cot 200^\circ = 2.7475$; $\csc 200^\circ = -2.9238$

(a) $\sin 200^\circ = \frac{1}{\csc 200^\circ} = \frac{1}{-2.9238} = -0.3420$

(b) $\cos 200^\circ = \frac{\sin 200^\circ}{\tan 200^\circ} = \frac{-0.3420}{2.7475} = -0.1245$

B. Berdasarkan rajah yang diberi, cari nilai bagi setiap yang berikut.
Based on the given diagram, find the value of each of the following. [23]

CONTOH

 $\sin \theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

FAKTA UTAMA
Gunakan teorem Pythagoras untuk mencari panjang OP dahulu, iaitu OP = 10 unit.
Use the Pythagoras' theorem to find the length of OP = 10 units.

1. $\csc \theta + \sec \theta = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{3} = 3$

2. $\frac{2}{\tan \theta} - \frac{5}{\cot \theta} = \frac{2}{\frac{3}{5}} - \frac{5}{\frac{4}{3}} = \frac{10}{3} - \frac{15}{4} = \frac{40}{12} - \frac{45}{12} = -\frac{5}{12}$

3. $\sec \theta \times \frac{1}{3 \sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{3 \sin \theta} = \frac{1}{3 \sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{3 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}} = \frac{1}{3 \times \frac{12}{25}} = \frac{25}{36}$

4. $\tan \theta \times \frac{5}{\csc \theta} = \frac{5 \sin \theta}{1} = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

C. Diberi $\tan 45^\circ = 1$ dan $\cos 60^\circ = 0.5$, cari nilai bagi setiap yang berikut.
Given $\tan 45^\circ = 1$ and $\cos 60^\circ = 0.5$, find the value of each of the following. [23]

CONTOH
kot $45^\circ = \tan(90^\circ - 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$

FAKTA UTAMA
• $\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$
• $\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$
• $\tan \theta = \cot(90^\circ - \theta)$
• $\cot \theta = \tan(90^\circ - \theta)$
• $\sec \theta = \csc(90^\circ - \theta)$
• $\csc \theta = \sec(90^\circ - \theta)$

1. $\sin 30^\circ = \cos(90^\circ - 30^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5$

2. $2 \cot 45^\circ + 5 \sin 30^\circ = 2 \tan 45^\circ + 5 \cos 60^\circ = 2(1) + 5(0.5) = 4.5$

3. $\csc 30^\circ + 2 \sec 60^\circ + \frac{3}{\sec 60^\circ} = \frac{1}{\sin 30^\circ} + 2 \frac{1}{\cos 60^\circ} + 3 \cos 60^\circ = \frac{1}{0.5} + 2(\frac{1}{0.5}) + 3(0.5) = 2 + 4 + 1.5 = 7.5$

D. Diberi $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ dan θ ialah sudut tirus. Cari nilai bagi setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.
Given $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ and θ is an acute angle. Find the value of each of the following without using a calculator. [23]

CONTOH
(a) $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

(b) $\csc(90^\circ - \theta) = \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{3}{2}$

1. $\sqrt{5} \sec(90^\circ - \theta) + \csc(90^\circ - \theta) = \sqrt{5} \csc \theta + \sec \theta = \sqrt{5} \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{5} \times \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{2} = 3\sqrt{5} + \frac{3}{2}$

2. $\frac{\cot(90^\circ - \theta) + \tan(90^\circ - \theta)}{\cot(90^\circ - \theta) - \tan(90^\circ - \theta)} = \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = \frac{\frac{1}{\tan \theta} + \tan \theta}{\frac{1}{\tan \theta} - \tan \theta} = \frac{\frac{1 + \tan^2 \theta}{\tan \theta}}{\frac{1 - \tan^2 \theta}{\tan \theta}} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{1 + \frac{3}{3}}{1 - \frac{3}{3}} = \frac{2}{0}$ (undefined)

E. Cari nilai bagi setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.
Find the value of each of the following without using a calculator. [23]

CONTOH
 $5 \tan 30^\circ \csc 30^\circ \cos 30^\circ \sin 40^\circ \sin 30^\circ = 5 \tan 30^\circ \csc 30^\circ \sin(90^\circ - 50^\circ) \sin 40^\circ \sin 30^\circ = 5 \tan 30^\circ \csc 30^\circ \sin 40^\circ \sin 30^\circ = 5 \tan 30^\circ \csc 30^\circ \sin 30^\circ = 5 \tan 30^\circ \cot 30^\circ = 5 \tan 30^\circ \tan 30^\circ = 5$

1. $\frac{\sin 34^\circ \sin 22^\circ}{2 \tan 22^\circ \cos 22^\circ \cos 56^\circ} = \frac{\sin 34^\circ \sin 22^\circ}{2 \tan 22^\circ \cos 22^\circ \cos 56^\circ} = \frac{\sin 34^\circ \sin 22^\circ}{2 \sin 22^\circ \cos 22^\circ \cos 56^\circ} = \frac{\sin 34^\circ}{2 \cos 56^\circ} = \frac{\sin 34^\circ}{2 \sin 34^\circ} = \frac{1}{2}$

2. $\frac{8 \sin \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{10}} = \frac{8 \sin \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5} + \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10})} = \frac{8 \sin \frac{\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{8 \sin \frac{\pi}{5}}{2 \sin \frac{\pi}{5}} = 4$

F. Tukarkan setiap yang berikut kepada fungsi trigonometri bagi sudut tirus. Kemudian, cari nilainya dengan menggunakan kalkulator.
Convert each of the following to trigonometric functions of acute angle. Hence, find its value using a calculator. [23]

CONTOH
(a) $\sin(-222^\circ) = -\sin 222^\circ = -\sin(180^\circ + 42^\circ) = -\sin 42^\circ = 0.6691$

(b) $\sec(-460^\circ) = \frac{1}{\cos(-460^\circ)} = \frac{1}{\cos 460^\circ} = \frac{1}{\cos 80^\circ} = -5.7588$

FAKTA UTAMA
• $\sin(-\theta) = -\sin \theta$
• $\cos(-\theta) = \cos \theta$
• $\tan(-\theta) = -\tan \theta$

1. $\cos(-662^\circ) = \cos 662^\circ = \cos 58^\circ = 0.5299$

2. $\tan(-932^\circ) = -\tan 932^\circ = -\tan 212^\circ = -\tan 32^\circ = -0.6249$

3. $\csc(-198^\circ) = \frac{1}{\sin(-198^\circ)} = \frac{1}{-\sin 198^\circ} = \frac{1}{-\sin 18^\circ} = -\frac{1}{\sin 18^\circ} = 3.2361$

4. $\cot\left(-\frac{5}{3}\pi\right) = \cot\left(-\frac{5}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = \cot(-300^\circ) = \cot(-300^\circ) = \frac{1}{\tan(-300^\circ)} = \frac{1}{-\tan 300^\circ} = \frac{1}{-\tan 60^\circ} = -\frac{1}{\tan 60^\circ} = 0.5774$

5. $\sec\left(-\frac{1}{3}\pi\right) = \sec\left(-\frac{1}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = \sec(-60^\circ) = \frac{1}{\cos(-60^\circ)} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$

6. $\csc\left(-\frac{9}{8}\pi\right) = \csc\left(-\frac{9}{8}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = \csc(-202.5^\circ) = \frac{1}{\sin(-202.5^\circ)} = \frac{1}{-\sin 22.5^\circ} = -\frac{1}{\sin 22.5^\circ} = 2.6131$

G. Cari nilai bagi setiap yang berikut dengan menggunakan nisbah trigonometri 30° , 45° dan 60° .
Find the value of each of the following using the trigonometric ratios of 30° , 45° and 60° . [23]

CONTOH
 $\tan 150^\circ = -\tan 150^\circ = -\tan(180^\circ - 150^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

1. $\cos 210^\circ = -\cos(210^\circ - 180^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin(-225^\circ) = -\sin 225^\circ = -\sin(225^\circ - 180^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

3. $\cot(-405^\circ) = \frac{1}{\tan(-405^\circ)} = \frac{1}{-\tan 405^\circ} = \frac{1}{-\tan(405^\circ - 360^\circ)} = \frac{1}{-\tan 45^\circ} = -1$


4. $\csc \frac{5}{3}\pi = \csc\left(\frac{5}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = \csc 300^\circ = \frac{1}{\sin 300^\circ} = \frac{1}{-\sin 60^\circ} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

5. $\cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right) = \cos\left(-\frac{5}{6}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = \cos(-150^\circ) = \cos 150^\circ = -\cos(180^\circ - 150^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

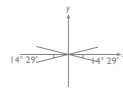
H. Selesaikan setiap persamaan trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Solve each of the following trigonometric equations for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [24]

CONTOH

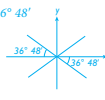
(a) $\cos x = \frac{1}{2}$
 Sudut rujukan = 60°
 $x = 60^\circ, 360^\circ - 60^\circ = 60^\circ, 300^\circ$



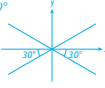
(b) $\cos 2x = -4$
 $\sin 2x = -0.25$
 Sudut rujukan = $14^\circ 29'$
 $0^\circ \leq x \leq 360^\circ, 0^\circ \leq 2x \leq 720^\circ$
 $2x = 180^\circ + 14^\circ 29', 360^\circ - 14^\circ 29',$
 $540^\circ + 14^\circ 29', 720^\circ - 14^\circ 29'$
 $= 194^\circ 29', 345^\circ 31', 554^\circ 29', 705^\circ 31'$
 $x = 97^\circ 15', 172^\circ 46', 277^\circ 15', 352^\circ 46'$



1. $\tan x = -0.7481$
 Sudut rujukan = $36^\circ 48'$
 $x = 180^\circ - 36^\circ 48', 360^\circ - 36^\circ 48' = 143^\circ 12', 323^\circ 12'$



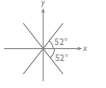
2. $1.5 \sin 2x = -0.75$
 $\sin 2x = -0.5$
 Sudut rujukan = 30°
 $0^\circ \leq x \leq 360^\circ, 0^\circ \leq 2x \leq 720^\circ$
 $2x = 180^\circ + 30^\circ, 360^\circ - 30^\circ,$
 $540^\circ + 30^\circ, 720^\circ - 30^\circ$
 $= 210^\circ, 330^\circ, 570^\circ, 690^\circ$
 $x = 105^\circ, 165^\circ, 285^\circ, 345^\circ$




**I. Selesaikan setiap persamaan trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
Solve each of the following trigonometric equations for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [24]**

CONTOH

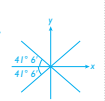
$\cos x = \sin 38^\circ$
 $\cos x = \cos 52^\circ$
 Sudut rujukan = 52°
 $x = 52^\circ, 360^\circ - 52^\circ = 52^\circ, 308^\circ$



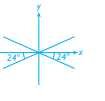
1. $\tan x + 2 = \cos 120^\circ$
 $\tan x + 2 = -0.5$
 $\tan x = -2.5$
 Sudut rujukan = $68^\circ 12'$
 $x = 180^\circ - 68^\circ 12', 360^\circ - 68^\circ 12' = 111^\circ 48', 291^\circ 48'$



2. $\cos x = -\tan 37^\circ$
 $\cos x = -0.7536$
 Sudut rujukan = $41^\circ 6'$
 $x = 180^\circ - 41^\circ 6', 180^\circ + 41^\circ 6' = 138^\circ 54', 221^\circ 6'$



3. $\sin 2x + \cos 66^\circ = 0$
 $\sin 2x = -\cos 66^\circ$
 $\sin 2x = -\sin 24^\circ$
 Sudut rujukan = 24°
 $0^\circ \leq x \leq 360^\circ, 0^\circ \leq 2x \leq 720^\circ$
 $2x = 180^\circ + 24^\circ, 360^\circ - 24^\circ,$
 $540^\circ + 24^\circ, 720^\circ - 24^\circ$
 $= 204^\circ, 336^\circ, 564^\circ, 696^\circ$
 $x = 102^\circ, 168^\circ, 282^\circ, 348^\circ$

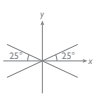


85

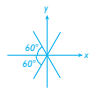
J. Selesaikan setiap persamaan trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Solve each of the following trigonometric equations for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [24]

CONTOH

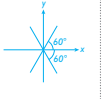
$\sin(x + 10^\circ) = \cos 65^\circ$
 $\sin(x + 10^\circ) = \sin 25^\circ$
 Sudut rujukan = 25°
 $x + 10^\circ = 25^\circ, 180^\circ - 25^\circ = 25^\circ, 155^\circ$
 $x = 15^\circ, 145^\circ$



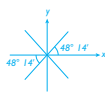
1. $3 \sec(\frac{3}{2}x + 75^\circ) = -6$
 $\sec(\frac{3}{2}x + 75^\circ) = -2$
 $\cos(\frac{3}{2}x + 75^\circ) = -0.5$
 Sudut rujukan = 60°
 $\frac{3}{2}x + 75^\circ = 180^\circ - 60^\circ, 180^\circ + 60^\circ,$
 $540^\circ - 60^\circ, 540^\circ + 60^\circ$
 $= 120^\circ, 240^\circ, 480^\circ, 600^\circ$
 $x = 30^\circ, 110^\circ, 270^\circ, 350^\circ$



2. $\cos(\frac{1}{2}x - 25^\circ) = -\cos 240^\circ$
 $\cos(\frac{1}{2}x - 25^\circ) = -(-\cos 60^\circ)$
 $= \cos 60^\circ$
 Sudut rujukan = 60°
 $\frac{1}{2}x - 25^\circ = 60^\circ, 360^\circ - 60^\circ = 60^\circ, 300^\circ$
 $x = 170^\circ$



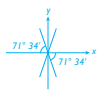
3. $2 \tan(x - \frac{\pi}{4}) = 2.24$
 $\tan(x - 45^\circ) = 1.12$
 Sudut rujukan = $48^\circ 14'$
 $x - 45^\circ = 48^\circ 14', 180^\circ + 48^\circ 14' = 48^\circ 14', 228^\circ 14'$
 $x = 93^\circ 14', 273^\circ 14'$



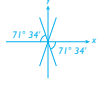
**K. Selesaikan setiap persamaan trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
Solve each of the following trigonometric equations for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [24]**

CONTOH

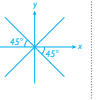
$\tan x \sin(x - 20^\circ) = 0$
 $\tan x = 0$
 $x = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$
 $\sin(x - 20^\circ) = 0$
 $x - 20^\circ = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$
 $x = 20^\circ, 200^\circ, 380^\circ$
 Maka, $x = 0^\circ, 20^\circ, 180^\circ, 200^\circ, 360^\circ$



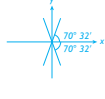
1. $\sin x = -3 \cos x$
 $\frac{\sin x}{\cos x} = -3$
 $\tan x = -3$
 Sudut rujukan = $71^\circ 34'$
 $x = 180^\circ - 71^\circ 34', 360^\circ - 71^\circ 34' = 108^\circ 26', 288^\circ 26'$



2. $(\cos x + 1)(\tan x + 1) = 0$
 $\cos x + 1 = 0$
 $\cos x = -1$
 $x = 180^\circ$
 $\tan x + 1 = 0$
 $\tan x = -1$
 Sudut rujukan = 45°
 $x = 180^\circ - 45^\circ, 360^\circ - 45^\circ = 135^\circ, 315^\circ$
 Maka, $x = 135^\circ, 180^\circ, 315^\circ$



3. $3 \cos^2 x + 8 \cos x - 3 = 0$
 $3 \cos^2 x + 8 \cos x - 3 = 0$
 $(3 \cos x - 1)(\cos x + 3) = 0$
 $3 \cos x - 1 = 0$
 $\cos x = \frac{1}{3}$
 Sudut rujukan = $70^\circ 32'$
 $x = 70^\circ 32', 360^\circ - 70^\circ 32' = 70^\circ 32', 289^\circ 28'$
 $\cos x + 3 = 0$
 $\cos x = -3$ (tidak diterima)

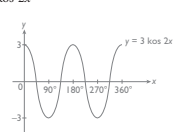


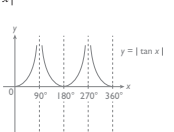
86

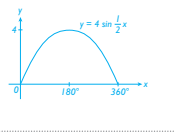
5.3 Graf Fungsi Sinus, Kosinus dan Tangen

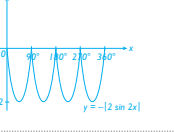
A. Lakar graf bagi setiap fungsi trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
Sketch the graph of each of the following trigonometric functions for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [31]

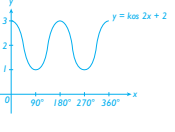
CONTOH

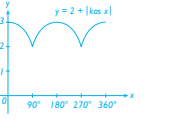
(a) $y = 3 \cos 2x$


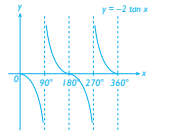
(b) $y = |\tan x|$


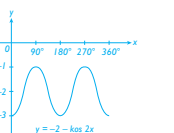
1. $x = 4 \sin \frac{1}{2}x$


2. $y = -|2 \sin 2x|$


3. $y = \cos 2x + 2$


4. $y = 2 + |\cos x|$


5. $y = -2 \tan x$


6. $y = -2 - \cos 2x$


87

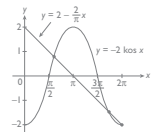
B. Selesaikan setiap yang berikut dengan menggunakan kaedah graf. Solve each of the following by using the graphical method. [32-33]

CONTOH

Lakar graf bagi $y = -2 \cos x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Seterusnya, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\cos x + 1 = \frac{1}{\pi}x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
Sketch the graph of $y = -2 \cos x$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. Hence, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation $\cos x + 1 = \frac{1}{\pi}x$ for $0 \leq x \leq 2\pi$.

L1: Lakar graf $y = -2 \cos x$.
 L2: Darpada persamaan $\cos x + 1 = \frac{1}{\pi}x$,
 $-\cos x - 1 = -\frac{1}{\pi}x$
 $\times 2: -2 \cos x - 2 = -\frac{2}{\pi}x$
 $-2 \cos x = -\frac{2}{\pi}x + 2$
 Lukis garis lurus $y = 2 - \frac{2}{\pi}x$ pada paksi yang sama.

x	0	2π
y	2	-2

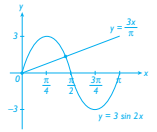


Bilangan penyelesaian = 3

**1. Lakar graf bagi $y = 3 \sin 2x$ untuk $0 \leq x \leq \pi$. Seterusnya, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $x - \pi \sin 2x = 0$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
Sketch the graph of $y = 3 \sin 2x$ for $0 \leq x \leq \pi$. Hence, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation $x - \pi \sin 2x = 0$ for $0 \leq x \leq \pi$.**

L1: Lakar graf $y = 3 \sin 2x$.
 L2: Darpada persamaan $x - \pi \sin 2x = 0$,
 $\pi \sin 2x = x$
 $\sin 2x = \frac{x}{\pi}$
 $\times 3: 3 \sin 2x = \frac{3x}{\pi}$
 Lukis garis lurus $y = \frac{3x}{\pi}$ pada paksi yang sama.

x	0	π
y	0	3

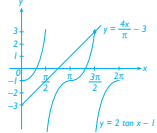


Bilangan penyelesaian = 2

**2. Lakar graf bagi $y = 2 \tan x - 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Seterusnya, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{2x}{\pi} - (\tan x - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
Sketch the graph of $y = 2 \tan x - 1$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. Hence, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation $\frac{2x}{\pi} - (\tan x - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$ for $0 \leq x \leq 2\pi$.**

L1: Lakar graf $y = 2 \tan x - 1$.
 L2: Darpada persamaan $\frac{2x}{\pi} - (\tan x - \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$,
 $\frac{2x}{\pi} - \frac{3}{2} = \tan x - \frac{1}{2}$
 $\times 2: \frac{4x}{\pi} - 3 = 2 \tan x - 1$
 Lukis garis lurus $y = \frac{4x}{\pi} - 3$ pada paksi yang sama.

x	0	π
y	-3	1



Bilangan penyelesaian = 1

88

5.4 Identiti Asas

A. **Buktikan setiap identiti berikut.**
Prove each of the following identities.

CONTOH

$$\frac{1 + \cos A - \cos^2 A}{\sin A} = \sin A + \cot A$$

$$\frac{1 + \cos A - \cos^2 A}{\sin A} = \frac{1 - \cos^2 A + \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$= \sin A + \cot A$$

FAKTA UTAMA

- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
- $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$
- $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$

1. $3 - \frac{3 \cos^2 A}{1 + \sin A} = 3 \sin A$

$$3 - \frac{3 \cos^2 A}{1 + \sin A} = \frac{3 + 3 \sin A - 3 \cos^2 A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{3 - 3 \cos^2 A + 3 \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{3 \sin A (\sin A + 1)}{1 + \sin A}$$

$$= 3 \sin A$$

2. $\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} - \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A} = 4 \tan A \sec A$

$$\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} - \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A} = \frac{(1 + \sin A)^2 - (1 - \sin A)^2}{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}$$

$$= \frac{(1 + 2 \sin A + \sin^2 A) - (1 - 2 \sin A + \sin^2 A)}{1 - \sin^2 A}$$

$$= \frac{4 \sin A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{4 \sin A}{\cos A} \times \frac{1}{\cos A}$$

$$= 4 \tan A \sec A$$

3. $\frac{1}{\cot A - 1} - \frac{1}{\cot A + 1} = \frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A - 2}$

$$\frac{1}{\cot A - 1} - \frac{1}{\cot A + 1} = \frac{(\cot A + 1) - (\cot A - 1)}{(\cot A - 1)(\cot A + 1)}$$

$$= \frac{\cot A + 1 - \cot A + 1}{(\cot A - 1)(\cot A + 1)}$$

$$= \frac{2}{\cot^2 A - 1}$$

$$= \frac{2}{(\operatorname{cosec}^2 A - 1) - 1}$$

$$= \frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A - 2}$$

B. Diberi bahawa 7 $\operatorname{cosec} A \cos A + 8 \sec A \sin A = \frac{n \sin^2 A + m}{\sin A \cos A}$. Tunjukkan bahawa $m = 7$ dan $n = 1$.
It is given that $7 \operatorname{cosec} A \cos A + 8 \sec A \sin A = \frac{n \sin^2 A + m}{\sin A \cos A}$. Show that $m = 7$ and $n = 1$.

7 $\operatorname{cosec} A \cos A + 8 \sec A \sin A$
 $= \frac{7 \cos A}{\sin A} + \frac{8 \sin A}{\cos A}$

Banding dengan $\frac{n \sin^2 A + m}{\sin A \cos A}$
Maka, $m = 7$ dan $n = 1$.

89

C. **Selesaikan setiap persamaan trigonometri berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.**
Solve each of the following trigonometric functions for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

CONTOH

$$5 \sin^2 x + 11 \cos x = 7$$

$$5 \sin^2 x + 11 \cos x - 7 = 0$$

$$5(1 - \cos^2 x) + 11 \cos x - 7 = 0$$

$$5 - 5 \cos^2 x + 11 \cos x - 7 = 0$$

$$5 \cos^2 x - 11 \cos x + 2 = 0$$

$$(5 \cos x - 1)(\cos x - 2) = 0$$

$$5 \cos x - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \cos x - 2 = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{5} \quad \text{atau} \quad \cos x = 2$$

$$x = 78^\circ 28', 281^\circ 32' \quad (\text{tidak diterima})$$

1. $6 \cos^2 x + 8 \sin^2 x = 13 \sin x$

$$6 \cos^2 x + 8 \sin^2 x = 13 \sin x$$

$$6(1 - \sin^2 x) + 8 \sin^2 x - 13 \sin x = 0$$

$$6 - 6 \sin^2 x + 8 \sin^2 x - 13 \sin x = 0$$

$$2 \sin^2 x - 13 \sin x + 6 = 0$$

$$(2 \sin x - 1)(\sin x - 6) = 0$$

$$2 \sin x - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \sin x - 6 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad \sin x = 6$$

$$x = 30^\circ, 150^\circ \quad (\text{tidak diterima})$$

2. $\cos x \cot x = 4 \sin x - 4$

$$\cos x \times \frac{\cos x}{\sin x} = 4 \sin x - 4$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = 4 \sin x - 4$$

$$\cos^2 x = 4 \sin^2 x - 4 \sin x$$

$$1 - \sin^2 x = 4 \sin^2 x - 4 \sin x$$

$$1 - \sin^2 x - 4 \sin^2 x + 4 \sin x = 0$$

$$5 \sin^2 x - 4 \sin x - 1 = 0$$

$$(5 \sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$5 \sin x + 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{5} \quad \text{atau} \quad \sin x = 1$$

$$x = 191^\circ 32', 348^\circ 28' \quad \text{atau} \quad x = 90^\circ$$

Maka, $x = 90^\circ, 191^\circ 32', 348^\circ 28'$

3. $3 \sec^2 x + 2 \sec x + \tan^2 x = 1$

$$3 \sec^2 x + 2 \sec x + \tan^2 x = 1$$

$$3 \sec^2 x + 2 \sec x + \sec^2 x - 1 = 1$$

$$4 \sec^2 x + 2 \sec x - 2 = 0$$

$$2 \sec^2 x + \sec x - 1 = 0$$

$$(2 \sec x - 1)(\sec x + 1) = 0$$

$$2 \sec x - 1 = 0 \quad \text{atau} \quad \sec x + 1 = 0$$

$$\sec x = \frac{1}{2} \quad \text{atau} \quad \sec x = -1$$

$$\cos x = 2 \quad \text{atau} \quad \cos x = -1$$

$$x = 90^\circ, 270^\circ \quad (\text{tidak diterima})$$

D. Diberi bahawa $\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{4}{\tan x} = 7$. Tunjukkan bahawa $\tan x = -1.5$ dan $\tan x = 0.5$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
Seterusnya, cari nilai x.
It is given that $\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{4}{\tan x} = 7$. Show that $\tan x = -1.5$ and $\tan x = 0.5$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Hence, find the value of x .

$$\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{4}{\tan x} = 7$$

$$3 \operatorname{cosec}^2 x - 4 \cot x = 7$$

$$3(1 + \cot^2 x) - 4 \cot x = 7$$

$$3 + 3 \cot^2 x - 4 \cot x - 7 = 0$$

$$3 \cot^2 x - 4 \cot x - 4 = 0$$

$$(3 \cot x + 2)(\cot x - 2) = 0$$

$$3 \cot x + 2 = 0 \quad \text{atau} \quad \cot x - 2 = 0$$

$$\cot x = -\frac{2}{3} \quad \text{atau} \quad \cot x = 2$$

$$\tan x = -\frac{3}{2} \quad \text{atau} \quad \tan x = \frac{1}{2}$$

$$= -1.5 \quad \text{atau} \quad = 0.5$$

$$x = 123^\circ 41', 303^\circ 41' \quad \text{atau} \quad x = 26^\circ 34', 206^\circ 34'$$

Maka, $x = 26^\circ 34', 123^\circ 41', 206^\circ 34', 303^\circ 41'$

90

5.5 Rumus Penambahan dan Rumus Sudut Berganda

A. **Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi setiap yang berikut.**
Without using a calculator, find the value of each of the following.

CONTOH

$$\sin 99^\circ \cos 69^\circ - \cos 99^\circ \sin 69^\circ$$

$$= \sin(99^\circ - 69^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2}$$

FAKTA UTAMA

Rumus penambahan:
Addition formulae:

- $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
- $\tan(A \pm B) = \frac{\sin A \pm \sin B}{1 \mp \tan A \tan B}$

1. $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

2. $\cos 168^\circ \cos 123^\circ + \sin 168^\circ \sin 123^\circ$

$$= \cos(168^\circ - 123^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3. $\cos 345^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

4. $\frac{1 + \tan 195^\circ}{1 - \tan 195^\circ} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 195^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 195^\circ}$

$$= \frac{\tan(45^\circ + 195^\circ)}{\tan(45^\circ + 195^\circ)}$$

$$= \tan 240^\circ$$

$$= \tan 60^\circ$$

$$= \sqrt{3}$$

B. Diberi $\sin A = \frac{5}{13}$ dan $\sin B = \frac{4}{5}$, dengan keadaan A ialah sudut cakah dan B ialah sudut tirus. Cari nilai bagi setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.
Given $\sin A = \frac{5}{13}$ and $\sin B = \frac{4}{5}$, such that A is an obtuse angle and B is an acute angle. Find the value of each of the following without using a calculator.

CONTOH

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{12}{13}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{15}{65} - \frac{48}{65}$$

$$= -\frac{33}{65}$$

1. $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

$$= \frac{\left(-\frac{5}{12}\right) - \left(\frac{4}{3}\right)}{1 + \left(-\frac{5}{12}\right)\left(\frac{4}{3}\right)}$$

$$= \frac{-\frac{29}{12}}{1 - \frac{20}{36}}$$

$$= \frac{-\frac{29}{12}}{\frac{16}{36}} = -\frac{63}{36}$$

2. $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

$$= \left(-\frac{12}{13}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= -\frac{36}{65} + \frac{20}{65}$$

$$= -\frac{16}{65}$$

3. $\operatorname{cosec}(60^\circ - A) = \frac{1}{\sin(60^\circ - A)}$

$$= \frac{1}{\sin 60^\circ \cos A - \cos 60^\circ \sin A}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{13}\right)}$$

$$= \frac{1}{-\frac{12\sqrt{3}}{26} - \frac{5}{26}} = -\frac{26}{12\sqrt{3} + 5}$$

91

C. **Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai bagi setiap yang berikut.**
Without using a calculator, find the value of each of the following.

CONTOH

$$2 \sin 30^\circ \sin 60^\circ$$

$$= 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ \leftarrow \sin 60^\circ = \cos 30^\circ$$

$$= \sin(2 \times 30^\circ)$$

$$= \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

FAKTA UTAMA

Rumus sudut berganda:
Double angle formulae:

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
- $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$
- $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

1. $\cos 67.5^\circ \sin 67.5^\circ$

$$= \cos(2 \times 22.5^\circ) \cos 67.5^\circ$$

$$= \sin(2 \times 67.5^\circ)$$

$$= \sin 135^\circ$$

$$= \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. $\cos^2 22.5^\circ$

$$= \frac{\cos(2 \times 22.5^\circ) + 1}{2}$$

$$= \frac{\cos 45^\circ + 1}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

3. $\frac{2 \tan 210^\circ}{\tan 45^\circ - \tan^2 210^\circ}$

$$= \frac{2 \tan 210^\circ}{1 - \tan^2 210^\circ}$$

$$= \frac{2 \tan 210^\circ}{\tan(2 \times 210^\circ)}$$

$$= \frac{\tan 420^\circ}{\tan 60^\circ}$$

$$= \sqrt{3}$$

D. Diberi bahawa $0^\circ \leq A \leq 180^\circ$ dan $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$. Cari nilai bagi setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator jika $\cos A = -\frac{5}{13}$ dan $\tan B = \frac{4}{3}$.
It is given that $0^\circ \leq A \leq 180^\circ$ and $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$. Find the value of each of the following without using a calculator if $\cos A = -\frac{5}{13}$ and $\tan B = \frac{4}{3}$.

CONTOH

$$\sin(A + 2B)$$

$$= \sin A \cos 2B + \cos A \sin 2B$$

$$= \sin A(2 \cos^2 B - 1) + \cos A(2 \sin B \cos B)$$

$$= \left(\frac{12}{13}\right)\left[2\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1\right] + \left(-\frac{5}{13}\right)\left[2\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{12}{13}\right)\left(\frac{7}{5}\right) + \left(-\frac{5}{13}\right)\left(\frac{24}{25}\right)$$

$$= \frac{84}{325} - \frac{120}{325} = -\frac{36}{325}$$

FAKTA UTAMA

Rumus sudut separuh:
Half angle formulae:

- $\sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$
- $\cos A = \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}$
- $\tan A = \frac{2 \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan^2 \frac{A}{2}}$

1. $\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{\cos A + 1}{2}$

$$= \frac{-\frac{5}{13} + 1}{2}$$

$$= \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

2. $\operatorname{cosec} 2B = \frac{1}{\sin 2B}$

$$= \frac{1}{2 \sin B \cos B}$$

$$= \frac{1}{2\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)}$$

$$= \frac{25}{24}$$

3. $\frac{1}{1 + \cot^2 \frac{A}{2}} = \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \frac{A}{2}}$

$$= \sin^2 \frac{A}{2}$$

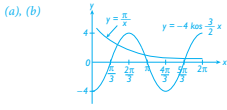
$$= \frac{1 - \cos A}{2}$$

$$= \frac{1 - \left(-\frac{5}{13}\right)}{2}$$

$$= \frac{18}{26} = \frac{9}{13}$$

92

4. (a) Lakar graf bagi $y = -4 \cos \frac{3}{2}x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
 Sketch the graph of $y = -4 \cos \frac{3}{2}x$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. [4]
 (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{\pi}{x} + 4 \cos \frac{3}{2}x = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu.
 Hence, using the same axes, sketch a suitable graph to find the number of solutions to the equation $\frac{\pi}{x} + 4 \cos \frac{3}{2}x = 0$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. State the number of solutions. [3]



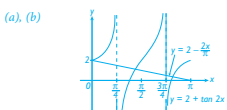
(a), (b)

$$\frac{\pi}{x} + 4 \cos \frac{3}{2}x = 0$$

$$\frac{\pi}{x} = -4 \cos \frac{3}{2}x$$

Lukis lengkung $y = \frac{\pi}{x}$
 Bilangan penyelesaian = 3

5. (a) Lakar graf bagi $y = 2 + \tan 2x$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
 Sketch the graph of $y = 2 + \tan 2x$ for $0 \leq x \leq \pi$. [3]
 (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $2x + \pi \tan 2x = 0$ untuk $0 \leq x \leq \pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu.
 Hence, using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation $2x + \pi \tan 2x = 0$ for $0 \leq x \leq \pi$. State the number of solutions. [3]



(a), (b)

$$2x + \pi \tan 2x = 0$$

$$\frac{2x}{\pi} = -\tan 2x$$

$$2 - \frac{2x}{\pi} = 2 + \tan 2x$$

Lukis garis lurus $y = 2 - \frac{2x}{\pi}$.
 Bilangan penyelesaian = 3

6. (a) Buktikan bahawa
 $\frac{2 \sin x \cos x}{\sec^2 x - 2 \sin^2 x - \tan^2 x} = \tan 2x$.
 Prove that
 $\frac{2 \sin x \cos x}{\sec^2 x - 2 \sin^2 x - \tan^2 x} = \tan 2x$. [2]
 (b) Lakar graf bagi $y = |\tan 2x|$ untuk $-\pi \leq x \leq \pi$.
 Sketch the graph of $y = |\tan 2x|$ for $-\pi \leq x \leq \pi$. [3]
 (c) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\left| \frac{2 \sin x \cos x}{\sec^2 x - 2 \sin^2 x - \tan^2 x} \right| + \frac{x}{\pi} = 1$ untuk $-\pi \leq x \leq \pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu.
 Hence, using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation
 $\left| \frac{2 \sin x \cos x}{\sec^2 x - 2 \sin^2 x - \tan^2 x} \right| + \frac{x}{\pi} = 1$ for $-\pi \leq x \leq \pi$. State the number of solutions. [3]

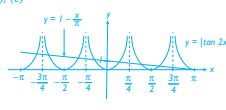
(a)

$$\frac{2 \sin x \cos x}{\sec^2 x - 2 \sin^2 x - \tan^2 x} = \frac{\sin 2x}{(\sec^2 x - \tan^2 x) - 2 \sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin 2x}{1 - 2 \sin^2 x}$$

$$= \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x$$

(b), (c)



Lukis garis lurus $y = 1 - \frac{x}{\pi}$.
 Bilangan penyelesaian = 8

7. (a) Buktikan bahawa $\frac{2}{\cos 2x - 1} = -\operatorname{cosec}^2 x$.
 Prove that $\frac{2}{\cos 2x - 1} = -\operatorname{cosec}^2 x$. [2]
 (b) (i) Lakar graf bagi $y = \cos 2x - 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
 Sketch the graph of $y = \cos 2x - 1$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. [3]
 (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{2}{\cos 2x - 1} = \frac{x}{4\pi} + 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu.
 Hence, using the same axes, sketch a suitable straight line to find the number of solutions to the equation $\frac{2}{\cos 2x - 1} = \frac{x}{4\pi} + 1$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. State the number of solutions. [3]

(a)

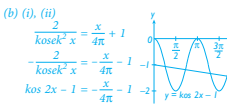
$$\frac{2}{\cos 2x - 1} = \frac{2}{(1 - 2 \sin^2 x) - 1}$$

$$= \frac{2}{-2 \sin^2 x}$$

$$= -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$= -\operatorname{cosec}^2 x$$

(b) (i), (ii)



Lukis garis lurus $y = \frac{x}{4\pi} + 1$.
 Bilangan penyelesaian = 4

8. (a) Buktikan bahawa $\cot x \sin 2x = \cos 2x + 1$.
 Prove that $\cot x \sin 2x = \cos 2x + 1$. [2]
 (b) Seterusnya, selesaikan persamaan $\cot x \sin 2x = \frac{6}{5}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
 Hence, solve the equation $\cot x \sin 2x = \frac{6}{5}$ for $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [4]

(a)

$$\cot x \sin 2x = \frac{\cos x}{\sin x} \cdot 2 \sin x \cos x = 2 \cos^2 x = \cos 2x + 1$$

(b)

$$\cot x \sin 2x = \frac{6}{5}$$

$$2 \cos^2 x = \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

$$\cos^2 x = \frac{11}{10}$$

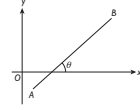
$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{11}{10}}$$

$x = 180^\circ - 30^\circ, 180^\circ + 30^\circ, 540^\circ - 30^\circ, 540^\circ + 30^\circ$
 $x = 75^\circ, 105^\circ, 255^\circ, 285^\circ$

FOKUS KBAT

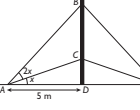
Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Mencipta
Konteks: Rumus Penambahan dan Rumus Sudut Berganda

(a)



Rajah di sebelah menunjukkan garis lurus AB. Diberi bahawa kecerunan garis lurus AB, $m_{AB} = \tan \theta$. Jika suatu garis lurus CD adalah berserenjang dengan garis lurus AB, tunjukkan bahawa $m_{AB} \times m_{CD} = -1$.
 The diagram shows a straight line AB. It is given that the gradient of the straight line AB, $m_{AB} = \tan \theta$. If a straight line CD is perpendicular to the straight line AB, show that $m_{AB} \times m_{CD} = -1$.

(b)



Rajah di sebelah menunjukkan sebatang tiang yang didirikan secara tegak di atas tanah dengan menggunakan empat unit rantai keluli. Diberi panjang rantai keluli AB dan AC masing-masing ialah h m dan k m. Ungkapkan h dalam sebutan k .
 The diagram shows a pole mounted vertically on the ground by using four steel chains. Given the length of steel chains AB and AC are h m and k m respectively. Express h in terms of k .

(a) $m_{AB} \times m_{CD} = \tan \theta \times \tan(\theta + 90^\circ) = \tan \theta \times \frac{\sin(\theta + 90^\circ)}{\cos(\theta + 90^\circ)} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\sin \theta}{-\sin \theta} = -\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} = -\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\tan \theta$
 Kaedah lain:
 $m_{AB} \times m_{CD} = \tan \theta \times \tan(\theta + 90^\circ) = \tan \theta \times [-\tan(90^\circ - \theta)] = \tan \theta \times (-\cot \theta) = \tan \theta \times \frac{1}{-\tan \theta} = -1$

(b) $CD = \sqrt{k^2 - 5^2} = \sqrt{k^2 - 25}$
 $BD = \sqrt{h^2 - 5^2} = \sqrt{h^2 - 25}$
 $\cos x = \frac{5}{k}$ dan $\sin x = \frac{\sqrt{k^2 - 25}}{k}$
 $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \left(\frac{5}{k}\right)^2 - 1 = \frac{50 - k^2}{k^2}$
 $\cos 3x = \cos(x + 2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \frac{5}{k} \left(\frac{50 - k^2}{k^2}\right) - \left(\frac{\sqrt{k^2 - 25}}{k}\right) \left(\frac{2\sqrt{k^2 - 25}}{k}\right) = \frac{5(50 - k^2) - 2(k^2 - 25)}{k^3} = \frac{250 - 5k^2 - 2k^2 + 50}{k^3} = \frac{300 - 7k^2}{k^3}$
 $h = \frac{k^3}{100 - 3k^2}$

BAB 6 PILIH ATUR DAN GABUNGAN PERMUTATIONS AND COMBINATIONS

6.1 Pilih Atur

A. Hitung setiap yang berikut. Calculate each of the following.

CONTOH
 Cari bilangan cara untuk memadamkan 4 helai tali leher dan 3 helai kemeja. Find the number of ways of matching 4 neckties and 3 shirts.
 Bilangan cara = $4 \times 3 = 12$
 Gunakan petua pendaraban.

1. Cari bilangan cara untuk membentuk satu kod yang terdiri daripada satu huruf dan satu digit daripada 6 huruf dan 8 digit.
 Find the number of ways of forming a code consisting of a letter and a digit from 6 letters and 8 digits.
 $6 \times 8 = 48$

2. Cari bilangan kesudahan yang dipadai apabila melambung dua biji dadu dan sekeping duit syiling secara serentak. Find the number of outcomes when two dice and a coin are tossed simultaneously.
 $6 \times 6 \times 2 = 72$

B. Cari nilai bagi setiap yang berikut. Evaluate each of the following.

CONTOH
 $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$
 Nilai ini boleh didapati terus daripada kalkulator.

1. $4! = 24$

2. $7! = 5040$

3. $9! = 362880$

FAKTA UTAMA
 • $n!$ dibaca sebagai n faktorial.
 • $n!$ is read as n factorial.
 • $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$
 • $1! = 1$
 • $0! = 1$

Sudut Kalkulator
 $6! = 720$
 Tekan: Press: 6 $!$ $=$ 720

C. Cari bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua huruf dalam setiap perkataan yang diberi. Find the number of different ways of arranging the letters in each given word.

CONTOH
 ROMANTIK
 Bilangan cara = $8! = 40320$

1. CATUR
 Bilangan cara = $5! = 120$

2. OKSIGEN
 Bilangan cara = $7! = 5040$

D. Cari nilai bagi setiap yang berikut.
Find the value of each of the following.

CONTOH
 ${}^8P_2 = 8 \times 7 \times 6$
 $= 336$
Nilai ini boleh didapati terus daripada kalkulator.

1. ${}^5P_2 = 20$

2. ${}^6P_3 = 120$

3. ${}^9P_4 = 3\,024$

Sudut Kalkulator

$n! = 336$

Tekanan: $\boxed{8} \boxed{!}$

Press: $\boxed{8} \boxed{!}$

E. Tentukan setiap yang berikut.
Determine each of the following.

CONTOH
Cari bilangan cara untuk menyusun 6 huruf dalam perkataan REVOLUSI dengan ulangan huruf tidak dibenarkan. Find the number of ways of arranging 6 letters in the word REVOLUSI without repetitions.

Bilangan cara
 $= {}^6P_6$
 $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 720$

1. Cari bilangan nombor 4 digit yang dapat dibentuk daripada digit 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 dengan ulangan digit tidak dibenarkan. Find the number of 4-digit numbers that can be formed from the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7 without repetitions.

Bilangan nombor 4 digit
 $= {}^7P_4$
 $= 7 \times 6 \times 5 \times 4$
 $= 840$

2. Cari bilangan cara untuk menyusun 5 buah buku dalam satu baris daripada 8 buah buku berlainan. Find the number of ways of arranging 5 books in a row from 8 different books.

Bilangan cara
 $= {}^8P_5$
 $= 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$
 $= 6\,720$

F. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

CONTOH
Berapakah bilangan kod 6 huruf yang berakhir dengan huruf vokal boleh dibentuk dengan menggunakan huruf dalam perkataan VEKTOR jika ulangan huruf tidak dibenarkan? How many 6-letter codes ending with a vowel can be formed by using the letters in the word VEKTOR if no repetition is allowed?

Setiap kod mesti berakhir dengan huruf E atau O.
Bilangan kod yang berakhir dengan huruf vokal
 $= 2 \times 5!$
 $= 2 \times 120$
 $= 240$

1. Berapakah bilangan nombor ganjil 5 digit yang boleh dibentuk daripada digit 9, 8, 7, 6 dan 3 dengan ulangan digit tidak dibenarkan? How many 5-digit odd numbers can be formed from the digits 9, 8, 7, 6 and 3 if no repetition is allowed?

Nombor ganjil berakhir dengan digit 9, 7 atau 3.

Bilangan nombor ganjil
 $= 3 \times 4!$
 $= 3 \times 24$
 $= 72$

2. 6 orang murid perempuan dan 2 orang murid lelaki berdiri sebaris untuk mengambil gambar. Berapakah bilangan susunan yang berlainan jika 6 girls and 2 boys are standing in a row to take a photograph. How many different arrangements if the 2 boys want to stand side by side?

Bilangan susunan $= 2 \times 7!$
 $= 10\,080$

3. Berapakah bilangan nombor melebihi 2 000 yang dapat dibentuk daripada digit 1, 2, 3 dan 5 dengan ulangan digit tidak dibenarkan? How many numbers greater than 2 000 can be formed from the digits 1, 2, 3 and 5 if no repetition is allowed?

Digit pertama bermula dengan 2, 3 atau 5.

Bilangan nombor 4 digit
 $= 3 \times 3!$
 $= 18$

G. Selesaikan setiap masalah berikut.
Solve each of the following problems.

1. Berapakah bilangan kod 4 huruf yang boleh dibentuk daripada huruf dalam perkataan ACRONYM jika setiap kod itu How many 4-letter codes can be formed from the letters in the word ACRONYM if each code

(a) mengandungi huruf O? contains the letter O?
Bilangan pilih atur bagi huruf O = 4
Bilangan kod 4 huruf
 $= 4 \times {}^6P_3$
 $= 4 \times 120$
 $= 480$

(b) mengandungi huruf konsonan sahaja? contains only the consonants?
Bilangan huruf konsonan = 5
Bilangan kod 4 huruf
 $= {}^5P_4$
 $= 120$

2. Berapakah bilangan nombor 6 digit yang boleh dibentuk daripada digit 2, 3, 4, 5, 7, 8 dan 9 jika nombor itu How many 6-digit numbers can be formed from the digits 2, 3, 4, 5, 7, 8 and 9 if the numbers

(a) ialah nombor genap? are even?
Nombor genap berakhir dengan digit 2, 4 atau 8.
Bilangan nombor genap
 $= 3 \times {}^8P_5$
 $= 3 \times 1\,680$
 $= 5\,040$

(b) mesti mengandungi digit 9? must consist of the digit 9?
Bilangan pilih atur bagi digit 9 = 6
Bilangan nombor yang mengandungi digit 9
 $= 6 \times {}^8P_5$
 $= 6 \times 1\,680$
 $= 10\,080$

6.2 Gabungan

A. Selesaikan setiap masalah berikut.
Solve each of the following problems.

CONTOH
Norman ingin memilih 4 buah tanaman pasu daripada 7 buah tanaman pasu yang berlainan untuk menghias pejabatnya. Cari bilangan pilihan mungkin yang boleh dibuatnya. Norman wants to choose 4 potted plants from 7 different potted plants to decorate his office. Find the number of possible choices that he could make.

Bilangan pilihan
 $= {}^7C_4$
 $= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$
 $= 35$
Tekanan: $\boxed{7} \boxed{!}$
Press: $\boxed{7} \boxed{!}$

1. Cari bilangan cara untuk memilih 7 orang pemain daripada 10 orang murid untuk membentuk pasukan badminton sekolah. Find the number of ways to choose 7 players from 10 students to form the school badminton team.

Bilangan cara
 $= {}^{10}C_7$
 $= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}$
 $= 120$

2. Terdapat 8 buah alat mainan yang berlainan di dalam sebuah kotak. Seorang budak ingin memilih 5 buah alat mainan itu. Berapakah pilihan yang boleh dibuatnya? There are 8 different toys in a box. A child wants to select 5 toys. How many selections can he make?

Bilangan pilihan
 $= {}^8C_5$
 $= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$
 $= 56$

3. Alex ingin membeli 4 buah buku cerita daripada satu koleksi 9 buah buku cerita. Cari bilangan cara dia dapat membeli buku cerita itu. Alex wants to purchase 4 storybooks from a collection of 9 storybooks. Find the number of ways he can make the purchase.

Bilangan cara
 $= {}^9C_4$
 $= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$
 $= 126$

4. Cari bilangan sisi empat yang dapat dibentuk daripada bucu-bucu sebuah oktagon. Find the number of quadrilaterals that can be formed from the vertices of an octagon.

Bilangan sisi empat
 $= {}^8C_4$
 $= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$
 $= 70$

5. Azlina ingin memilih 5 helai kemeja-T daripada 9 helai kemeja-T yang berlainan jenama sebagai cenderamata untuk beberapa tetamu. Cari bilangan gabungan yang mungkin. Azlina wants to choose 5 T-shirts from 9 T-shirts of different brands as gifts for some guests. Find the number of possible combinations.

Bilangan gabungan
 $= {}^9C_5$
 $= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$
 $= 126$

B. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

CONTOH
PIBG sebuah sekolah hendak memilih 5 orang guru dan 7 orang ibu bapa daripada 8 orang guru dan 10 orang ibu bapa yang dicalonkan untuk membentuk jawatankuasanya. Cari bilangan cara untuk memilih ahli jawatankuasa itu. The PIBG of a school wants to select 5 teachers and 7 parents from 8 teachers and 10 parents nominated to form its committee. Find the number of ways to select the committee members.

Bilangan cara untuk memilih guru $= {}^8C_5$
Bilangan cara untuk memilih ibu bapa $= {}^{10}C_7$
Bilangan cara untuk memilih ahli jawatankuasa
 $= {}^8C_5 \times {}^{10}C_7$
 $= 56 \times 120$
 $= 6\,720$

1. 9 orang murid akan dibahagi kepada dua kumpulan yang masing-masing terdiri daripada 5 orang murid dan 4 orang murid untuk dua tugasan berlainan. Cari bilangan cara pembahagian itu boleh dilakukan. 9 students are to be divided into two groups, consisting of 5 students and 4 students for two different assignments. Find the number of ways this division can be done.

Bilangan cara
 $= {}^9C_5 \times {}^4C_4$
 $= 126 \times 1$
 $= 126$

2. Terdapat 15 orang murid lelaki dan 10 orang murid perempuan dalam sebuah kelas. 6 orang daripada mereka akan dipilih untuk majlis perayaan Hari Kebangsaan. Cari bilangan cara untuk memilih mereka jika There are 15 boys and 10 girls in a class. 6 of them are to be selected for the National Day celebration. Find the number of ways of selecting the prizes if the prizes selected must consist of

(a) 4 orang murid lelaki mesti dipilih. 4 boys must be selected.
Bilangan cara
 $= {}^{12}C_4 \times {}^{10}C_2$
 $= 1\,365 \times 45$
 $= 61\,425$

(b) sekurang-kurangnya 4 orang murid lelaki mesti dipilih. at least 4 boys must be selected.
Bilangan cara
 $= {}^{12}C_4 \times {}^{10}C_2 + {}^{12}C_5 \times {}^{10}C_1 + {}^{12}C_6 \times {}^{10}C_0$
 $= 61\,425 + 30\,030 + 5\,005$
 $= 96\,460$

3. 9 buah hadiah untuk suatu pertandingan kuiz akan dipilih daripada 5 batang pen, 3 buah kalkulator dan 8 buah kotak pensel. Cari bilangan cara untuk memilih hadiah itu jika hadiah yang dipilih mesti terdiri daripada 9 prizes for a quiz are to be selected from 5 pens, 3 calculators and 8 pencil boxes. Find the number of ways of selecting the prizes if the prizes selected must consist of

(a) 2 batang pen. 2 pens.
Bilangan cara
 $= {}^5C_2 \times {}^3C_2 \times {}^8C_4$
 $= 10 \times 330$
 $= 3\,300$

(b) 3 batang pen dan 2 buah kalkulator. 3 pens and 2 calculators.
Bilangan cara
 $= {}^5C_3 \times {}^3C_2 \times {}^8C_4$
 $= 10 \times 3 \times 70$
 $= 2\,100$

PRAKTIK FORMATIF Kertas 1

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
5.1	5, 23a	-	-	5, 3
6.2	5, 23b	5, 23	5, 21	-

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Berapakah bilangan nombor 4 digit melebihi 5 000 yang boleh dibentuk daripada digit 0, 2, 4, 7 dan 8 dengan ulangan digit tidak dibenarkan?
How many 4-digit numbers greater than 5 000 can be formed from the digits 0, 2, 4, 7 and 8 if there is no repetition? [2]

Digit pertama boleh jadi 7 atau 8.
Bilangan nombor = $2 \times {}^4P_3$
= 2×24
= 48

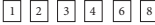
2. Berapakah bilangan nombor ganjil 4 digit yang boleh dibentuk daripada digit 1, 2, 3, 4, 7, 8 dan 9 jika tiada digit diulang?
How many 4-digit odd numbers can be formed from the digits 1, 2, 3, 4, 7, 8 and 9 if no digit is repeated? [2]

Nombor ganjil berakhir dengan digit 1, 3, 7 atau 9.
Bilangan nombor = $4 \times {}^4P_3$
= 4×120
= 480

3. 5 orang murid dan 2 orang guru berdiri dalam satu baris untuk mengambil gambar. Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun mereka dalam satu baris jika
5 students and 2 teachers are standing in a row to take a photograph. Calculate the number of different ways to arrange them in a row if
(a) tiada syarat dikenakan.
no condition is imposed.
(b) 2 orang guru itu mesti berdiri bersebelahan.
the 2 teachers must stand next to each other. [4]

(a) Bilangan cara = $7! = 5\,040$
(b) Katakan 2 orang guru dianggap sebagai 1 'objek'.
Bilangan pilih atur bagi 6 'objek'. = $6!$
Bilangan pilih atur bagi 2 orang guru = 2
Bilangan cara = $6! \times 2$
= 1 440

4. Rajah di bawah menunjukkan enam keping kad nombor. Satu kod lima digit hendak dibentuk dengan menggunakan lima daripada kad-kad itu.
The diagram shows six numbered cards. A five-digit code is to be formed by using five of these cards.



- Cari Find
(a) bilangan kod lima digit berlainan yang dapat dibentuk.
the number of different five-digit codes that can be formed.
(b) bilangan kod lima digit berlainan yang bermula dengan digit genap dan berakhir dengan digit ganjil.
the number of different five-digit codes which begin with an even digit and end with an odd digit. [4]

(a) Bilangan kod lima digit yang dapat dibentuk = 6P_5
= 720
(b) Bilangan pilih atur bagi digit pertama = ${}^4P_1 = 4$
Bilangan pilih atur bagi digit terakhir = ${}^2P_1 = 2$
Bilangan pilih atur bagi digit kedua, ketiga dan keempat = ${}^4P_3 = 24$
Bilangan kod lima digit yang dapat dibentuk = $4 \times 2 \times 24$
= 192

5. Rajah di bawah menunjukkan enam keping kad berhuruf.
The diagram shows six labelled cards.



- Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua kad itu dalam satu baris jika
Calculate the number of different ways to arrange all the cards in a row if
(a) tiada syarat dikenakan.
there is no restriction.
(b) kad pertama dan kad terakhir adalah huruf konsonan.
the first card and the last card are consonants. [3]

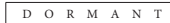
(a) Bilangan cara = $6!$
= 720
(b) Bilangan cara = $4 \times 3 \times 4!$
= 288

105

6. Di dalam sebuah beg terdapat 9 buah kubus yang berlainan warna. Cari
There are 9 different coloured cubes in a bag. Find
(a) bilangan cara 3 buah kubus boleh dipilih dari beg itu.
the number of ways 3 cubes can be chosen from the bag.
(b) bilangan cara sekurang-kurangnya 7 buah kubus boleh dipilih dari beg itu.
the number of ways at least 7 cubes can be chosen from the bag. [4]

(a) Bilangan cara = 9C_3
= 84
(b) Bilangan cara = ${}^9C_7 + {}^9C_8 + {}^9C_9$
= $36 + 9 + 1$
= 46

7. Rajah di bawah menunjukkan satu perkataan tujuh huruf.
The diagram shows a seven-letter word.



- (a) Cari bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua huruf itu dalam satu baris.
Find the number of different ways to arrange all the letters in a row.
(b) Empat huruf akan dipilih daripada perkataan itu.
Cari bilangan cara untuk memilih empat huruf itu yang terdiri daripada 3 konsonan.
Four letters are to be chosen from the word. Find the number of ways of choosing the four letters which consists of 3 consonants. [3]

(a) Bilangan cara = $7!$
= 5 040
(b) Bilangan cara untuk memilih 3 konsonan daripada 5 konsonan dan 1 vokal daripada 2 vokal
= ${}^5C_3 \times {}^2C_1$
= 10×2
= 20

106

8. Satu kumpulan 6 orang murid akan dipilih daripada 8 orang murid lelaki dan 10 orang murid perempuan untuk membentuk satu pasukan badminton sekolah. Cari bilangan cara berbeza untuk membentuk pasukan itu yang mengandungi
A group of 6 students are to be chosen from 8 boys and 10 girls to form a school badminton team. Find the number of different ways to form the team which consists of
(a) murid lelaki sahaja.
boys only
(b) sekurang-kurangnya 5 orang murid perempuan.
at least 5 girls. [4]

(a) Bilangan cara = 8C_6
= 28
(b) Bilangan cara = ${}^{10}C_5 \times {}^8C_1 + {}^{10}C_6$
= $2\,016 + 210$
= 2 226

9. (a) Nyatakan nilai bagi nC_n .
State the value of nC_n . [1]

- (b) 4 orang murid akan dipilih daripada 6 orang murid lelaki dan 5 orang murid perempuan untuk menghadiri suatu seminar. Cari bilangan cara yang berbeza untuk memilih murid-murid itu jika
4 students are to be selected from 6 boys and 5 girls to attend a seminar. Find the number of different ways to choose the students if
(i) keempat-empatnya ialah murid lelaki.
all the four students are boys.
(ii) seorang murid lelaki dan tiga orang murid perempuan dipilih.
one boy and three girls are chosen. [3]

(a) ${}^nC_n = \frac{n!}{n!0!}$
= 1
(b) (i) Bilangan cara = 6C_4
= 15
(ii) Bilangan cara = ${}^6C_1 \times {}^5C_3$
= 6×10
= 60

FOKUS KBAT

1. Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Menganalisis
Konteks: Pilih Atur dan Gabungan

Rajah di bawah menunjukkan beberapa digit dan huruf.
The diagram shows several digits and letters.



Ethan ingin membentuk suatu kata laluan yang mengandungi tiga digit dan dua huruf dengan menggunakan digit dan huruf itu. Berapakah bilangan kata laluan yang boleh dibentuk oleh Ethan jika kata laluan itu mesti bermula dengan huruf?
Ethan wants to form a password consisting of three digits and two letters by using the digits and letters. How many different passwords can be formed by Ethan if the password must start with a letter?

${}^6C_3 \times {}^4C_2 \times {}^2P_1 \times {}^4P_2 = 20 \times 6 \times 2 \times 24$
= 5 760

Kaedah lain:
 ${}^4P_1 \times {}^6C_3 \times {}^2C_2 \times {}^4P_2 = 4 \times 20 \times 3 \times 24$
= 5 760

Info KBAT

Pertimbangkan bilangan cara memilih digit dan huruf, dan dikali dengan pilih atur. Consider the number of ways to select the digits and letters, and followed by permutation.

2. Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi
Konteks: Gabungan

Bilangan cara seorang guru memilih 2 orang murid daripada sekumpulan murid ialah 21. Berapakah bilangan murid dalam kumpulan itu?
The number of ways a teacher chooses 2 students from a group of students is 21. How many students are there in the group?

${}^nC_2 = 21$
 $\frac{n!}{(n-2)!2!} = 21$
 $\frac{n(n-1)}{2} = 21$
 $n^2 - n - 42 = 0$
 $(n-7)(n+6) = 0$
 $n = 7$ atau $n = -6$
Oleh sebab $n > 0$, maka $n = 7$.

Bilangan murid dalam kumpulan itu ialah 7 orang.

Info KBAT

Guna ${}^nC_2 = \frac{n!}{(n-2)!2!}$
Ubah ${}^nC_2 = \frac{n!}{(n-2)!2!}$

107

BAB 7

KEBARANGKALIAN MUDAH
SIMPLE PROBABILITY

7.1 Kebarangkalian

A. Bagi setiap yang berikut, tulis ruang sampel, S, dengan menggunakan tatatanda set.
For each of the following, write down the sample space, S, using set notation. [1]

CONTOH

Sekeping duit syiling yang adil dan sebiji dadu yang adil dilambungkan secara serentak.
A fair coin and a fair dice are tossed together.

$S = \{(G, 1), (G, 2), (G, 3), (G, 4), (G, 5), (G, 6), (A, 1), (A, 2), (A, 3), (A, 4), (A, 5), (A, 6)\}$

G: Gambar A: Angka

2. Sekeping duit syiling yang adil dilambungkan dua kali.
A fair coin is tossed twice.

$S = \{(G, G), (G, A), (A, G), (A, A)\}$

1. Suatu hari dipilih secara rawak dari seminggu.
A day is randomly selected from a week.

$S = \{\text{Ahad, Isnin, Selasa, Rabu, Khamis, Jumaat, Sabtu}\}$

3. Jantina bagi 3 orang murid yang terdiri daripada lelaki dan perempuan.
The genders of 3 students consisting of boys and girls.

$S = \{(L, L, L), (L, L, P), (L, P, L), (P, L, L), (L, P, P), (P, L, P), (P, P, L), (P, P, P)\}$

B. Bagi setiap yang berikut, senaraikan semua kesudahan bagi peristiwa Z dan cari $n(Z)$.
For each of the following, list all the outcomes of event Z and find $n(Z)$. [2]

CONTOH

Satu nombor dipilih secara rawak dari nombor 11 hingga 30.
A number is chosen randomly from the numbers 11 to 30.
Z = Peristiwa mendapat nombor perdana
Z = Event of getting a prime number

$Z = \{11, 13, 17, 19, 23, 29\}$
 $n(Z) = 6$

2. Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan KOPERATIF.
A letter is chosen randomly from the word KOPERATIF.
Z = Peristiwa memilih huruf konsonan
Z = Event of choosing a consonant

$Z = \{K, P, R, T, F\}$
 $n(Z) = 5$

1. Satu bulan dipilih secara rawak dari setahun.
A month is randomly selected from a year.
Z = Peristiwa memilih bulan yang ada 30 hari
Z = Event of choosing a month with 30 days

$Z = \{\text{April, Jun, September, November}\}$
 $n(Z) = 4$

3. Sekeping duit syiling yang adil dilambungkan dua kali.
A fair coin is tossed twice.
Z = Peristiwa mendapat sekurang-kurangnya satu gambar
Z = Event of getting at least a heads

$Z = \{(G, G), (G, A), (A, G)\}$
 $n(Z) = 3$

108

C. Selesaikan masalah berikut. Solve the following problems.

CONTOH

Sebuah bola dipilih secara rawak dari sebuah kotak yang mengandungi 7 biji bola putih dan 5 biji bola merah. Cari kebarangkalian memilih sebuah bola merah.

A ball is randomly picked from a box containing 7 white balls and 5 red balls. Find the probability of picking a red ball.

n(S) = 7 + 5 = 12

n(bola merah) = 5

P(bola merah) = 5/12

2. Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan HELIKOPTER. Cari kebarangkalian memilih satu huruf konsonan.

A letter is chosen randomly from the word HELIKOPTER. Find the probability of choosing a consonant.

n(S) = 10

n(huruf konsonan) = 6

P(huruf konsonan) = 6/10

= 3/5

4. Di dalam dompet Rashid ada 8 keping wang kertas RM1, 4 keping wang kertas RM5 dan 3 keping wang kertas RM10. Rashid mengeluarkan sekeping wang kertas daripada dompetnya. Cari kebarangkalian bahawa nilai wang kertas itu adalah lebih daripada RM1.

Rashid's wallet consists of 8 pieces of RM1 notes, 4 pieces of RM5 notes and 3 pieces of RM10 notes. Rashid draws out a piece of note from his wallet. Find the probability that the value of the note is more than RM1.

n(S) = 8 + 4 + 3 = 15

n(nilai wang kertas lebih daripada RM1) = 4 + 3 = 7

P(nilai wang kertas lebih daripada RM1) = 7/15

1. Sebuah dadu yang adil dilambung sekali. Cari kebarangkalian bahawa nombor yang lebih besar daripada 4 diperoleh.

A fair dice is rolled once. Find the probability that a number greater than 4 is obtained.

n(S) = 6

n(nombor lebih besar daripada 4) = 2

P(nombor lebih besar daripada 4) = 2/6

= 1/3

3. Sekeping kad dicabut secara rawak daripada 30 keping kad bernombor dari 11 hingga 40. Cari kebarangkalian mencabut satu nombor kuasa dua sempurna.

A card is drawn randomly from 30 cards, numbered from 11 to 40. Find the probability of drawing a number which is a complete square.

S = {11, 12, 13, ..., 40}

n(S) = 30

A = {nombor kuasa dua sempurna}

= {16, 25, 36}

n(A) = 3

P(A) = 3/30 = 1/10

5. Rajah di atas menunjukkan 11 keping kad huruf. Jika sekeping kad dicabut secara rawak, cari kebarangkalian bahawa kad itu dilabel dengan huruf I.

The diagram shows 11 labelled cards. If a card is drawn at random, find the probability that it is labelled with the letter I.

(a) dilabel dengan huruf I.

(b) dilabel dengan huruf konsonan.

n(S) = 11

(a) n(kad dilabel dengan I) = 3

P(kad dilabel dengan I) = 3/11

(b) n(kad dilabel dengan huruf konsonan) = 7

P(kad dilabel dengan huruf konsonan) = 7/11

109

D. Selesaikan masalah berikut. Solve the following problems.

CONTOH

Rosita mengeluarkan sekeping kad secara rawak dari sebuah kotak yang mengandungi 9 keping kad bernombor dari 11 hingga 19. Cari kebarangkalian bahawa nombor yang dipilih itu ialah Rosita draws a card randomly from a box which contains 9 cards, numbered from 11 to 19. Find the probability that the number drawn is

(a) nombor genap dan nombor gandaan 3.

(b) nombor genap atau nombor gandaan 3.

S = {11, 12, 13, ..., 19}, n(S) = 9

A = {nombor genap} = {12, 14, 16, 18}

(a) A ∩ B = {12, 18}, n(A ∩ B) = 2

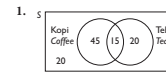
P(A ∩ B) = n(A ∩ B) / n(S) = 2/9

B = {gandaan 3} = {12, 15, 18}

n(A) = 4 dan n(B) = 3

(b) P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)

= 4/9 + 3/9 - 2/9 = 5/9



Gambar rajah Venn di sebelah menunjukkan minuman kegemaran bagi 100 orang pekerja pada waktu sarapan pagi. Seorang pekerja dipilih secara rawak daripada kumpulan itu. Cari kebarangkalian bahawa dia suka minum kopi dan teh.

n(S) = 100, A = {suka kopi}, B = {suka teh}

n(S) = 45 + 15 = 60

(a) P(A ∩ B) = n(A ∩ B) / n(S)

= 15/60

= 1/4

n(B) = 15 + 20 = 35

n(A ∩ B) = 15

(b) P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)

= 60/100 + 35/100 - 15/100

= 45/100

= 9/20

2. Satu nombor dipilih secara rawak daripada set {x : 21 ≤ x ≤ 40, dengan x ialah integer}. Cari kebarangkalian bahawa nombor yang dipilih itu ialah

(a) nombor gandaan 3 dan gandaan 4.

(b) nombor gandaan 3 atau gandaan 4.

S = {21, 22, 23, ..., 40}, n(S) = 20

A = {gandaan 3}

= {21, 24, 27, 30, 33, 36, 39}

n(A) = 7, n(B) = 5

(a) A ∩ B = {24, 36}

P(A ∩ B) = n(A ∩ B) / n(S)

= 2/20

= 1/10

B = {gandaan 4}

= {24, 28, 32, 36, 40}

(b) P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)

= 7/20 + 5/20 - 2/20

= 10/20

= 1/2

110

7.2 Kebarangkalian bagi Peristiwa Saling Eksklusif

Selesaikan masalah berikut. Solve the following problems.

CONTOH

Sebuah dadu yang adil dilambung. Cari kebarangkalian mendapat

(a) nombor 4 atau nombor lebih besar daripada 4.

(b) nombor ganjil atau nombor 2.

An odd number or the number 2.

(a) P(nombor 4) = 1/6

P(nombor lebih besar daripada 4) = 2/6

P(nombor 4 atau nombor lebih besar daripada 4) = 1/6 + 2/6

= 3/6

= 1/2

(b) P(nombor ganjil) = 3/6

P(nombor 2) = 1/6

P(nombor ganjil atau nombor 2) = 3/6 + 1/6

= 4/6

= 2/3

2. Jane ingin membeli sebatang pen daripada satu koleksi 5 batang pen merah, 3 batang pen biru dan 6 batang pen hitam. Cari kebarangkalian bahawa dia membeli

(a) sebatang pen merah atau sebatang pen hitam.

(b) sebatang pen biru atau sebatang pen hitam.

A red pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

A blue pen or a black pen.

111

7.3 Kebarangkalian bagi Peristiwa Tak Bersandar

A. Selesaikan masalah berikut. Solve the following problems.

CONTOH

Kotak A mengandungi 5 batang pen merah dan 3 batang pen biru. Kotak B mengandungi 6 batang pen merah dan 6 batang pen biru. Jika sebatang pen dipilih secara rawak daripada setiap kotak, cari kebarangkalian bahawa

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

A red pen is taken from box A and a blue pen is taken from box B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

A red pen is taken from box A and a blue pen is taken from box B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

(a) kedua-duanya pen biru.

(b) pen merah dikeluarkan dari kotak A dan pen biru dikeluarkan dari kotak B.

112

4. Kebarangkalian bahawa hujan akan turun pada suatu hari di Taiping ialah $\frac{3}{4}$. Zamri akan berada di Taiping dari hari Isnin hingga hari Rabu. Cari kebarangkalian bahawa dia akan lihat hujan turun
- The probability that it will rain on a day in Taiping is $\frac{3}{4}$. Zamri will be in Taiping from Monday till Wednesday. Find the probability that he will see rain falling
- (a) pada ketiga-tiga hari itu.
on all the three days.
(b) pada hari Isnin dan hari Selasa tetapi tidak pada hari Rabu.
on Monday and Tuesday but not on Wednesday.

$$P(\text{hujan akan turun pada suatu hari}) = \frac{3}{4}$$

$$P(\text{hujan tidak akan turun pada suatu hari}) = \frac{1}{4}$$

(a) $P(\text{hujan turun pada ketiga-tiga hari})$
 $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

(b) $P(\text{hujan turun pada hari Isnin dan hari Selasa tetapi tidak pada hari Rabu})$
 $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$

B. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

CONTOH

Sekeping duit syiling yang tidak adil dilambung tiga kali. Kebarangkalian mendapat gambar dalam setiap lambungan itu ialah $\frac{3}{5}$. Cari kebarangkalian mendapat

A biased coin is tossed three times. The probability of getting heads in each toss is $\frac{3}{5}$. Find the probability of obtaining

- (a) angka dalam ketiga-tiga lambungan itu.
tails in all the three tosses.
- (b) gambar dalam hanya satu lambungan itu.
heads in only one toss.

Katakan A = peristiwa mendapat gambar dalam satu lambungan dan A' = peristiwa mendapat angka dalam satu lambungan
 $P(A) = \frac{3}{5}$ dan $P(A') = \frac{2}{5}$

(a) $P(\text{mendapat angka dalam ketiga-tiga lambungan})$
 $= P(A'A'A')$
 $= P(A') \times P(A') \times P(A')$
 $= \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$
 $= \frac{8}{125}$

(b) $P(\text{mendapat gambar dalam hanya satu lambungan})$
 $= P(A'A'A) + P(A'AA') + P(AA'A)$
 $= (\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}) + (\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}) + (\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5})$
 $= \frac{12}{125} + \frac{12}{125} + \frac{12}{125}$
 $= \frac{36}{125}$

113

PRAKTIS FORMALIF Kertas 1

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Peristiwa A dan B adalah bersandar. Diberi $P(A) = \frac{4}{7}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ dan $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, cari $P(A \cap B)$.
The events A and B are not independent. Given $P(A) = \frac{4}{7}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ and $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, find $P(A \cap B)$.

(a) $P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$
 $= 1 - \frac{5}{6}$
 $= \frac{1}{6}$

(b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
 $= \frac{4}{7} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$
 $= \frac{17}{42}$

2. Dalam suatu pemilihan seorang ketua pasukan bola sepak, kebarangkalian Azman dipilih ialah $\frac{1}{4}$ manakala kebarangkalian sama ada Azman atau Muthu dipilih ialah $\frac{3}{8}$. Cari kebarangkalian bahawa $Azman$ or $Muthu$ is chosen is $\frac{3}{8}$. Find the probability that $Azman$ or $Muthu$ is chosen.
- (a) Muthu dipilih.
 $Muthu$ is chosen.
(b) Azman atau Muthu tidak dipilih.
 $Azman$ or $Muthu$ is not chosen.

(a) $P(\text{Azman atau Muthu dipilih})$
 $= P(\text{Azman dipilih}) + P(\text{Muthu dipilih})$
 $= \frac{3}{8} + \frac{1}{4} + P(\text{Muthu dipilih})$
 $P(\text{Muthu dipilih}) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$
 $= \frac{1}{8}$

(b) $P(\text{Azman atau Muthu tidak dipilih})$
 $= 1 - P(\text{Azman atau Muthu dipilih})$
 $= 1 - \frac{3}{8}$
 $= \frac{5}{8}$

115

5. Sebuah kotak mengandungi 12 biji mentol. 4 biji mentol itu telah rosak. 2 biji mentol dikeluarkan secara berturut-turut dari kotak itu. Cari kebarangkalian bahawa
- A box contains 12 bulbs. 4 of the bulbs are spoilt. 2 bulbs, one after another, are drawn from the box. Find the probability that
- (a) kedua-dua biji mentol itu telah rosak.
both of the bulbs are spoilt.
(b) sebiji daripada mentol itu telah rosak.
one of the bulbs is spoilt.

Bilangan mentol rosak = 4
 Bilangan mentol elok = $12 - 4 = 8$

(a) $P(\text{kedua-dua mentol rosak})$
 $= P(\text{mentol pertama rosak}) \times P(\text{mentol kedua rosak})$
 $= \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$

(b) $P(\text{sebiji daripada mentol rosak})$
 $= P(\text{mentol pertama rosak tetapi mentol kedua elok}) + P(\text{mentol pertama elok tetapi mentol kedua rosak})$
 $= \frac{4}{12} \times \frac{8}{11} + \frac{8}{12} \times \frac{4}{11}$
 $= \frac{32}{132} + \frac{32}{132} = \frac{16}{33}$

1. Dalam satu sesi memahan, kebarangkalian Azman, Bob dan Chandran mengenai sasaran masing-masing ialah $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{5}$. Jika mereka memahan pada masa yang sama, cari kebarangkalian bahawa
- In an archery session, the probabilities of Azman, Bob and Chandran hitting the target are $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ and $\frac{1}{5}$ respectively. If they shoot at the same time, find the probability that
- (a) mereka bertiga mengenai sasaran.
three of them hit the target.
(b) hanya seorang daripada mereka tidak mengenai sasaran.
only one of them miss the target.

$A = \text{Azman}, B = \text{Bob}, C = \text{Chandran}$

(a) $P(\text{mereka bertiga mengenai sasaran})$
 $= P(ABC)$
 $= P(A) \times P(B) \times P(C)$
 $= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

(b) $P(\text{hanya seorang tidak mengenai sasaran})$
 $= P(A'BC) + P(AB'C) + P(ABC')$
 $= \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$
 $= \frac{2}{60} + \frac{1}{60} + \frac{18}{60} = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$

2. Sebiji dadu yang adil dilambung tiga kali. Cari kebarangkalian bahawa

- (a) nombor 6 diperoleh sekali.
the number 6 is obtained once.
(b) nombor 6 diperoleh dua kali.
the number 6 is obtained twice.

A = peristiwa memperoleh nombor 6
 A' = peristiwa tidak memperoleh nombor 6

(a) $P(\text{nombor 6 diperoleh sekali})$
 $= P(AA'A) + P(A'A'A) + P(A'AA)$
 $= \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}$
 $= \frac{25}{216} + \frac{25}{216} + \frac{25}{216} = \frac{25}{72}$

(b) $P(\text{nombor 6 diperoleh dua kali})$
 $= P(AAA') + P(AA'A) + P(A'A'A)$
 $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$
 $= \frac{5}{216} + \frac{5}{216} + \frac{5}{216} = \frac{5}{72}$

3. Sebuah beg mengandungi 6 biji bola merah dan 4 biji bola putih. Sebiji bola dipilih secara rawak dari beg itu, dicatat warnanya dan dikembalikan ke dalam beg itu. Kemudian, bola kedua dipilih dari beg itu. Cari kebarangkalian bahawa

- A bag contains 6 red balls and 4 white balls. A ball is selected at random from the bag, its colour is noted and it is put back into the bag. A second ball is then drawn from the bag. Find the probability that
- (a) bola pertama berwarna merah dan bola kedua berwarna putih.
the first ball is red and the second ball is white.
(b) kedua-dua biji bola itu mempunyai warna yang sama.
the two balls are of the same colour.
(c) kedua-dua biji bola itu bukan berwarna merah.
both of the balls are not red.

R = peristiwa bola merah dipilih
 W = peristiwa bola putih dipilih

(a) $P(\text{bola pertama merah dan bola kedua putih})$
 $= P(RW)$
 $= P(R) \times P(W)$
 $= \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{6}{25}$

(b) $P(\text{kedua-dua biji bola berwarna sama})$
 $= P(RR) + P(WW)$
 $= \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{10}$
 $= \frac{13}{25}$

(c) $P(\text{kedua-dua biji bola bukan berwarna merah})$
 $= 1 - P(\text{kedua-dua biji bola berwarna merah})$
 $= 1 - P(RR)$
 $= 1 - (\frac{6}{10} \times \frac{6}{10})$
 $= \frac{16}{25}$

114

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
7.1	-	-	-	-
7.2	-	S.24	-	-
7.3	S.24	-	S.20,24	S.4

3. Sebuah kotak mengandungi 15 batang pen. 5 daripadanya ialah pen hitam dan 10 lagi ialah pen merah. Dua batang pen diambil secara rawak dari kotak itu. Cari kebarangkalian bahawa
- A box contains 15 pens. 5 of the pens are black pens and the other 10 are red pens. Two pens are taken at random from the box. Find the probability that
- (a) kedua-dua batang pen itu ialah pen hitam.
both pens are black pens.
(b) pen yang diambil adalah berlainan warna.
the pens taken are of different colour.

(a) $P(\text{kedua-duanya pen hitam})$
 $= \frac{5}{15} \times \frac{4}{14}$
 $= \frac{2}{21}$

(b) $P(\text{pen diambil berlainan warna})$
 $= P(\text{hitam, merah}) + P(\text{merah, hitam})$
 $= \frac{5}{15} \times \frac{10}{14} + \frac{10}{15} \times \frac{5}{14} = \frac{10}{21}$

4. Kebarangkalian murid A dipilih sebagai pengawas sekolah ialah $\frac{5}{6}$ manakala murid B dipilih ialah $\frac{4}{7}$. Cari kebarangkalian bahawa
- The probability of student A being chosen as a school prefect is $\frac{5}{6}$ while the probability of student B being chosen is $\frac{4}{7}$. Find the probability that
- (a) kedua-dua orang murid itu dipilih sebagai pengawas sekolah.
both of the students are chosen as the school prefects.
(b) hanya seorang murid itu dipilih sebagai pengawas sekolah.
only one student is chosen as a school prefect.

(a) $P(\text{kedua-dua murid dipilih})$
 $= P(A) \times P(B)$
 $= \frac{5}{6} \times \frac{4}{7}$
 $= \frac{10}{21}$

(b) $P(\text{hanya seorang murid dipilih})$
 $= P(A) \times P(B') + P(A') \times P(B)$
 $= \frac{5}{6} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{7}$
 $= \frac{19}{42}$

115

5. Jadual di bawah menunjukkan bilangan murid mengikut jantina dalam dua buah bilik berbeza. Bilangan murid lelaki dalam bilik Waja ialah x orang.
- The table shows the number of students by gender in two different rooms. The number of boys in room Waja is x .

	Lelaki Boy	Perempuan Girl
Waja	x	4
Viva	6	2

- Seorang murid dipilih secara rawak dari setiap bilik. Jika kebarangkalian bahawa kedua-dua orang murid yang dipilih itu berbeza jantina ialah $\frac{15}{28}$, cari nilai x .
- A student is chosen at random from each room. If the probability that both students chosen are of different gender is $\frac{15}{28}$, find the value of x .

$$\frac{x}{x+4} \times \frac{2}{8} + \frac{4}{x+4} \times \frac{6}{8} = \frac{15}{28}$$

$$7x + 84 = 15(x + 4)$$

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

6. Rajah di bawah menunjukkan sebaris petak segi empat sama untuk suatu permainan.
- The diagram shows a row of squares for a game.



- Sekeping duit syiling diletakkan di atas satu daripada petak itu dan sebiji dadu dilambungkan. Jika 1 atau 2 diperoleh, duit syiling itu akan digerakkan satu petak ke kiri. Jika 3, 4, 5 atau 6 diperoleh, duit syiling itu akan digerakkan satu petak ke kanan.
- A coin is placed on one of the squares and a fair dice is thrown. If 1 or 2 is obtained, the coin is moved one square to the left. If 3, 4, 5 or 6 is obtained, the coin is moved one square to the right.
- (a) Duit syiling diletakkan di atas petak berlabel A dan dadu dilambungkan sekali. Apakah kebarangkalian bahawa duit syiling itu digerakkan ke kanan?
The coin is placed on square labelled A and the dice is thrown once. What is the probability that the coin is moved to the right?

- (b) Duit syiling diletakkan di atas petak berlabel B . Dadu dilambung untuk kali kedua dan duit syiling digerakkan sekali lagi. Cari kebarangkalian bahawa duit syiling itu terletak sama ada di petak berlabel B atau C atau D .
The coin is placed on square labelled B . The dice is thrown once and the coin is moved. The dice is thrown for the second time and the coin is moved again. Find the probability that the coin is placed on either square B or C or D .

(a) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(b) $P(B \text{ atau } C \text{ atau } D)$
 $= P(B) + P(C) + P(D)$
 $= (\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}) + 0 + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9}$
 $= \frac{8}{9}$

7. Alex dan Billy layak bertanding peringkat akhir kejohanan pingpong di sekolah mereka. Pemain yang pertama memenangi mana-mana dua set permainan adalah pemenang. Kebarangkalian Alex menang dalam mana-mana set ialah $\frac{5}{8}$. Cari kebarangkalian bahawa
- Alex and Billy are qualified to the final of a table tennis tournament in their school. The player who first wins any two sets of the match is the winner. The probability of Alex wins in any of the sets is $\frac{5}{8}$. Find the probability that
- (a) pemenang ditentukan selepas dua set permainan.
the winner is determined after two sets of the match.
(b) Alex akan menang kejohanan itu selepas bermain tiga set permainan.
Alex will win the tournament after playing three sets of the match.

(a) $P(AA) + P(BB) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$
 $= \frac{17}{32}$

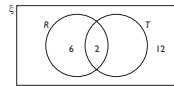
(b) $P(ABA) + P(BAA)$
 $= \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8}$
 $= \frac{75}{256}$

116

FOKUS KBAT

1. Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi
Konteks: Kebarangkalian bagi Peristiwa Tak Bersandar

Gambar rajah Venn di bawah menunjukkan bilangan ahli dalam Kelab Renang dan Kelab Tenis di kalangan sekumpulan murid.
 The Venn diagram shows the number of members in the Swimming Club and the Tennis Club among a group of students.



Apabila dua orang murid dipilih secara rawak, kebarangkalian bahawa kedua-dua orang murid itu adalah daripada kelab yang berlainan ialah $\frac{1}{10}$. Cari bilangan ahli Kelab Tenis jika jumlah bilangan murid dalam kumpulan itu adalah kurang daripada 40 orang.

When two students are selected at random, the probability that both students are from different clubs is $\frac{1}{10}$. Find the number of members in the Tennis Club if the total number of students in the group is less than 40.

Katakan bilangan murid yang hanya merupakan ahli dalam Kelab Tenis = n .
 Jumlah bilangan murid = $n + 6 + 2 + 12$
 $= n + 20$

Info KBAT
 Anggap bilangan murid yang hanya merupakan ahli dalam Kelab Tenis = n . Assume that the number of students who are only members in the Tennis Club = n .

$$P(\text{kelab berlainan}) = \frac{1}{10}$$

$$\left[\frac{6}{n+20} \times \frac{n}{n+19} \right] + \left[\frac{n}{n+20} \times \frac{6}{n+19} \right] = \frac{1}{10}$$

$$\left[\frac{6n}{(n+20)(n+19)} \right] + \left[\frac{6n}{(n+20)(n+19)} \right] = \frac{1}{10}$$

$$\frac{12n}{(n+20)(n+19)} = \frac{1}{10}$$

$$120n = (n+20)(n+19)$$

$$= n^2 + 39n + 380$$

$$n^2 - 81n + 380 = 0$$

$$(n-5)(n-76) = 0$$

$n = 5$ atau $n = 76$

Oleh sebab jumlah bilangan murid dalam kumpulan itu < 40, maka $n = 5$.

Bilangan ahli Kelab Tenis = $5 + 2$
 $= 7$

2. Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi
Konteks: Kebarangkalian bagi Peristiwa Tak Bersandar

2 orang lelaki dan 4 orang perempuan akan duduk dalam satu baris. Cari kebarangkalian bahawa 2 orang lelaki itu tidak akan duduk bersebelahan.
 2 boys and 4 girls are to be seated in a row. Find the probability that the 2 boys will not sit side by side.

$$\text{Kebarangkalian} = 1 - \frac{{}^2P_2 \times {}^4P_4}{{}^6P_6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

Info KBAT

Aplikasikan pilih atur untuk bilangan susunan bagi kedudukan.
 Apply the permutation for the number of arrangements of seats.

3. Kemahiran Kognitif: Menganalisis
Konteks: Kebarangkalian bagi Peristiwa Tak Bersandar

Dalam suatu pertandingan badminton pusingan akhir, iaitu Lee lawan Lim. Pemenang akan ditentukan apabila terdapat seorang pemain menang dua set dalam perlawanan itu. Peluang untuk Lee menang dalam mana-mana satu set dalam perlawanan itu ialah 55%. Cari kebarangkalian bahawa kedua-duanya akan menjadi pemenang atau pertandingan itu akan tamat selepas tiga set perlawanan.
 In the badminton competition final, it is Lee versus Lim. The winner is determined when a player wins two sets in the match. The chance of Lee winning any one set of the match is 55%. Find the probability that both of them will become winners or the competition will end after three sets of match.

$P(\text{Lee menang}) = \frac{11}{20}$, $P(\text{Lim menang}) = \frac{9}{20}$

Tidak ada mungkin mempunyai 2 orang pemenang.
 Maka, $P(\text{kedua-dua orang menang}) = 0$.

$P(\text{pertandingan akan tamat selepas tiga set perlawanan})$
 $= 1 - P(\text{pertandingan akan tamat selepas dua set perlawanan})$

Kebarangkalian
 $= P(\text{Kedua-dua orang menang}) + P(\text{pertandingan akan tamat selepas tiga set perlawanan})$
 $= 0 + 1 - P(\text{Lee menang dua set dalam perlawanan}) - P(\text{Lim menang dua set dalam perlawanan})$
 $= 1 - \left[\frac{11}{20} \times \frac{11}{20} \right] - \left[\frac{9}{20} \times \frac{9}{20} \right]$
 $= 1 - \frac{121}{400} - \frac{81}{400}$
 $= \frac{99}{200}$

Info KBAT

Syarat pertandingan akan tamat dalam tiga set perlawanan adalah pemenang akan kalah dalam set pertama atau set kedua. The condition that the competition will end in three sets of the match is the winner will lose either in the first set or the second set.

BAB 8

TABURAN KEBARANGKALIAN
PROBABILITY DISTRIBUTIONS

8.1 Taburan Binomial

A. Selesaikan masalah berikut.
 Solve the following problems.

CONTOH

Kebarangkalian mendapat sebiji oren busuk dari sebuah kotak ialah 0.2. Christina memilih 6 biji oren. Hitung kebarangkalian bahawa Christina has chosen 6 oranges. Calculate the probability that

- (a) hanya sebiji oren itu busuk, only one orange is bad.
- (b) semua oren itu elok, all the oranges are good.

Katakan X mewakili bilangan oren busuk.
 $p = 0.2$, $q = 1 - 0.2 = 0.8$, $n = 6$

(a) $P(X = 1) = {}^6C_1(0.2)^1(0.8)^5$
 $= 0.3932$

(b) $P(\text{semua oren elok}) = P(\text{tiada oren busuk})$
 $P(X = 0) = {}^6C_0(0.2)^0(0.8)^6$
 $= 0.2621$

2. Kebarangkalian sebuah bas akan tiba lewat di sekolah ialah 0.15. Cari kebarangkalian bahawa dalam 5 hari persekolahan tertentu, bas itu akan lewat untuk 2 hari.
 The probability that a bus will be late to school is 0.15. Find the probability that in 5 particular school days, the bus will be late for 2 days.

Katakan X mewakili bilangan hari bas lewat.
 $p = 0.15$, $q = 0.85$, $n = 5$

$P(X = 2) = {}^5C_2(0.15)^2(0.85)^3$
 $= 0.1382$

1. Kebarangkalian Kasim akan menang dalam suatu pertandingan catur ialah $\frac{3}{4}$. Jika dia bermain tujuh perlawanan, hitung kebarangkalian bahawa dia akan menang tepat empat perlawanan.
 The probability that Kasim will win in a chess competition is $\frac{3}{4}$. If he plays seven games, calculate the probability that he will win exactly four games.

Katakan X mewakili bilangan perlawanan yang Kasim menang.

$p = \frac{3}{4}$, $q = \frac{1}{4}$, $n = 7$

$P(X = 4) = {}^7C_4 \left(\frac{3}{4} \right)^4 \left(\frac{1}{4} \right)^3$
 $= 0.1730$

3. Kebarangkalian tembakan seorang penembak mengenai sasaran ialah 0.8. Jika dia melepaskan 9 das tembakan, cari kebarangkalian bahawa tembakkannya akan mengenai sasaran.
 The probability that a shooter hits the target is 0.8. If he fires 9 shots, find the probability that he will hit the target

- (a) tepat 8 kali, exactly 8 times.
- (b) sekurang-kurangnya 8 kali, at least 8 times.

Katakan X mewakili bilangan tembakan yang mengenai sasaran.

$p = 0.8$, $q = 0.2$, $n = 9$

(a) $P(X = 8) = {}^9C_8(0.8)^8(0.2)^1$
 $= 0.3020$

(b) $P(\text{sekurang-kurangnya 8 das})$
 $= P(X = 8) + P(X = 9)$
 $= 0.3020 + {}^9C_9(0.8)^9(0.2)^0$
 $= 0.3020 + 0.1342$
 $= 0.4362$

B. Plotkan graf bagi setiap taburan binomial berikut.

Plot the graph of each of the following binomial distributions.

CONTOH

Sekeping duit syiling yang tidak adil dilambung 3 kali berturut-turut. Kebarangkalian mendapat gambar ialah 0.65.
 A biased coin is tossed 3 times consecutively. The probability of obtaining heads is 0.65.

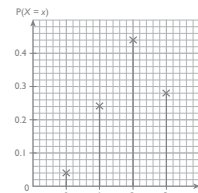
Katakan X ialah bilangan kali mendapat gambar.
 $n = 3$, $p = 0.65$, $q = 1 - 0.65 = 0.35$
 $X = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X = 0) = {}^3C_0(0.65)^0(0.35)^3 = 0.043$

$P(X = 1) = {}^3C_1(0.65)^1(0.35)^2 = 0.239$

$P(X = 2) = {}^3C_2(0.65)^2(0.35)^1 = 0.444$

$P(X = 3) = {}^3C_3(0.65)^3(0.35)^0 = 0.275$



1. Dalam suatu kuiz, setiap peserta dikehendaki menjawab 3 soalan. Kebarangkalian Aziz menjawab setiap soalan dengan betul ialah 0.6.
 In a quiz, each participant has to answer 3 questions. The probability of Aziz answering each question correctly is 0.6.

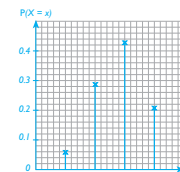
Katakan X ialah bilangan soalan yang dijawab betul.
 $n = 3$, $p = 0.6$, $q = 0.4$
 $X = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X = 0) = {}^3C_0(0.6)^0(0.4)^3 = 0.064$

$P(X = 1) = {}^3C_1(0.6)^1(0.4)^2 = 0.288$

$P(X = 2) = {}^3C_2(0.6)^2(0.4)^1 = 0.432$

$P(X = 3) = {}^3C_3(0.6)^3(0.4)^0 = 0.216$



2. Kebarangkalian Henry mengenai sasaran dalam satu pertandingan memanah ialah 0.45. Dia membuat 4 percubaan.
 The probability of Henry hitting the target in an archery competition is 0.45. He makes 4 attempts.

Katakan X ialah bilangan kali Henry mengenai sasaran.
 $n = 4$, $p = 0.45$, $q = 0.55$
 $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

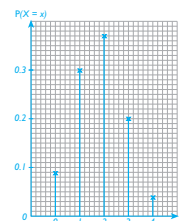
$P(X = 0) = {}^4C_0(0.45)^0(0.55)^4 = 0.092$

$P(X = 1) = {}^4C_1(0.45)^1(0.55)^3 = 0.299$

$P(X = 2) = {}^4C_2(0.45)^2(0.55)^2 = 0.368$

$P(X = 3) = {}^4C_3(0.45)^3(0.55)^1 = 0.200$

$P(X = 4) = {}^4C_4(0.45)^4(0.55)^0 = 0.041$



C. Cari min, varians dan sisihan piawai bagi setiap taburan binomial berikut.
Find the mean, the variance and the standard deviation of each of the following binomial distributions.

CONTOH

Suatu ujian mengandungi 28 soalan. Setiap soalan diikuti oleh 4 pilihan jawapan, dengan keadaan hanya satu jawapan yang betul.
A test consists of 28 questions. Each question is followed by 4 choices of answer, where only one of them is correct.

$$n = 28, p = \frac{1}{4} = 0.25, q = 0.75$$

$$\text{Min} = np = 28(0.25) = 7 \quad \text{Sisihan piawai} = \sqrt{npq} = \sqrt{28(0.25)(0.75)} = 5.25$$

$$\text{Varians} = npq = 28(0.25)(0.75) = 5.25$$

- Sejbi dadu yang adil dilambung 15 kali berturut-turut. Kebarangkalian mendapat nombor 3 ialah $\frac{1}{6}$.
A fair die is rolled 15 times consecutively. The probability of obtaining the number 3 is $\frac{1}{6}$.
- Sebuah kelas terdiri daripada 48 orang murid dan 85% daripada mereka lulus dalam satu ujian Sains. A class consists of 48 students and 85% of them pass in a Science test.
- Diberi 2 daripada 7 orang murid di sebuah sekolah telah dipilih untuk menyertai satu program latihan. Jika terdapat 320 orang murid yang terlibat dalam program itu, cari bilangan murid di sekolah itu. Seterusnya, tentukan sisihan piawai bagi bilangan murid dalam program itu.
Given 2 out of 7 students in a school have been selected to participate in a training program. If there are 320 students involved in the program, find the number of students in the school. Hence, determine the standard deviation of the number of students in the program.
- Dalam suatu ujian kelayakan untuk menyertai polis telah dipilih untuk menyertai satu program latihan. Jika terdapat 320 orang murid yang terlibat dalam program itu, cari bilangan murid yang menduduki ujian itu. Seterusnya, cari kebarangkalian bagi seorang calon yang lulus dalam ujian itu.
In a qualifying test for entrance to the police cadet, 48 candidates pass the test and the variance is 46.08. Find the number of candidates who sit for the test. Hence, find the probability of a candidate passing the test.

C. Selesaikan masalah berikut.
Solve each of the following problems.

- Diberi 2 daripada 7 orang murid di sebuah sekolah telah dipilih untuk menyertai satu program latihan. Jika terdapat 320 orang murid yang terlibat dalam program itu, cari bilangan murid di sekolah itu. Seterusnya, tentukan sisihan piawai bagi bilangan murid dalam program itu.
Given 2 out of 7 students in a school have been selected to participate in a training program. If there are 320 students involved in the program, find the number of students in the school. Hence, determine the standard deviation of the number of students in the program.
- Dalam suatu ujian kelayakan untuk menyertai polis telah dipilih untuk menyertai satu program latihan. Jika terdapat 320 orang murid yang terlibat dalam program itu, cari bilangan murid yang menduduki ujian itu. Seterusnya, cari kebarangkalian bagi seorang calon yang lulus dalam ujian itu.
In a qualifying test for entrance to the police cadet, 48 candidates pass the test and the variance is 46.08. Find the number of candidates who sit for the test. Hence, find the probability of a candidate passing the test.

8.2 Taburan Normal

A. Diberi Z ialah suatu pemboleh ubah taburan normal piawai, cari nilai bagi setiap yang berikut.
Given Z is a standard normal distribution variable, find the value of each of the following.

CONTOH

(a) $P(Z > 1.543)$
= 0.0618 - 0.0004
= 0.0614

(b) $P(-0.5 < Z < 1.25)$
= 1 - P(Z < -0.5) - P(Z > 1.25)
= 1 - P(Z > 0.5) - P(Z > 1.25)
= 1 - 0.3085 - 0.1056
= 0.5859

1. $P(Z > 1.022)$
= 1 - P(Z < 1.022)
= 1 - 0.2480
= 0.7520

2. $P(Z \leq -0.635)$
= P(Z > 0.635)
= 1 - P(Z < 0.635)
= 1 - 0.7377
= 0.2623

3. $P(Z \leq 0.839)$
= P(Z < 0.839)
= 1 - P(Z > 0.839)
= 1 - 0.2008
= 0.7992

4. $P(-0.75 < Z < 1.2)$
= 1 - P(Z < -0.75) - P(Z > 1.2)
= 1 - P(Z > 0.75) - P(Z > 1.2)
= 1 - 0.2266 - 0.1151
= 0.6583

B. Cari skor-z bagi setiap yang berikut.
Find the z-score of each of the following.

CONTOH

(a) $P(Z \geq z) = 0.0885$
Skor-z = 1.35

(b) $P(Z < z) = 0.5379$
1 - P(Z > z) = 0.5379
P(Z > z) = 0.4621
Skor-z = 0.095

1. $P(Z < z) = 0.2251$
Skor-z = -0.755

2. $P(Z > z) = 0.7499$
1 - P(Z < z) = 0.7499
P(Z < z) = 0.2501
Skor-z = -0.674

3. $P(z < Z < 0) = 0.342$
P(z < Z < 0) = 0.342
0.5 - P(Z < z) = 0.342
P(Z < z) = 0.158
Skor-z = -1.003

4. $P(0 < Z < z) = 0.363$
P(0 < Z < z) = 0.363
0.5 - P(Z > z) = 0.363
P(Z > z) = 0.137
Skor-z = 1.094

PRAKTIS FORMATIF Kertas 1

ANALISIS SOALAN SPM

Subtopik	2013	2014	2015	2016
8.1	5, 25	-	-	5, 24, 2
8.2	5, 25	5, 25	5, 25	-

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

- Kebarangkalian bahawa setiap tembakan yang dilepaskan oleh Rahim mengenai sasaran ialah $\frac{1}{4}$.
The probability that each shot fired by Rahim hits the target is $\frac{1}{4}$.
- Jika Rahim melepaskan 8 das tembakan, cari kebarangkalian tepat 3 das tembakan mengenai sasaran.
If Rahim fires 8 shots, find the probability that exactly 3 shots hit the target.
- Jika Rahim melepaskan n das tembakan, kebarangkalian semua tembakan itu mengenai sasaran ialah $\frac{1}{1024}$. Cari nilai n.
If Rahim fires n shots, the probability that all the shots hit the target is $\frac{1}{1024}$. Find the value of n.

Kebarangkalian kejayaan, $p = \frac{1}{4}$
Kebarangkalian kegagalan, $q = \frac{3}{4}$

(a) Bilangan tembakan, $n = 8$
P(tepat 3 das tembakan mengenai sasaran)
= ${}^8C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^5$
= 0.2076

(b) P(semua n tembakan mengenai sasaran) = $\frac{1}{1024}$
= ${}^n C_n \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{3}{4}\right)^0$
= $\left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{1024}$
 $\left(\frac{1}{4}\right)^n = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$
n = 10

2. Rajah di bawah menunjukkan graf satu taburan binomial bagi X.
The diagram shows the graph of a binomial distribution of X.

(a) $P(X \leq 2)$

(b) nilai k, the value of k.

3. (a) $P(X \leq 2)$
= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)
= 0.0081 + 0.0756 + 0.2646
= 0.3483

(b) $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 1$
0.0081 + 0.0756 + 0.2646 + k + 0.2401 = 1
0.5884 + k = 1
k = 1 - 0.5884
k = 0.4116

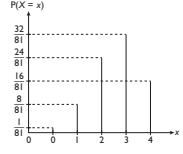
4. Dalam suatu ujian, 70% daripada murid telah lulus. Satu sampel yang terdiri daripada 10 orang murid dipilih secara rawak. Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 8 orang murid daripada sampel itu lulus ujian tersebut.
In a test, 70% of the students has passed. A sample of 10 students is chosen at random. Find the probability that more than 8 students from the sample passed the test.

n = 10, p = 70% = 0.7, q = 0.3
P(lebih daripada 8 orang murid lulus ujian itu)
= P(X > 8)
= P(X = 9) + P(X = 10)
= ${}^{10}C_9 (0.7)^9 (0.3)^1 + {}^{10}C_{10} (0.7)^{10}$
= 0.1211 + 0.0282
= 0.1493

5. (a) Sishan piawai = \sqrt{npq}
= $\sqrt{12 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5}}$
= 1.386

(b) P(sekurang-kurangnya satu percubaan berjaya)
= P(X > 0)
= 1 - P(X = 0)
= 1 - ${}^{12}C_0 \left(\frac{1}{5}\right)^{12}$
= 0.9313

5. Sebuah syarikat menjalankan satu tinjauan tentang jangka hayat bagi suatu jenama bateri tertentu. Didapati bahawa kebarangkalian jangka hayat bateri itu kurang daripada setahun ialah p .
A company conduct a survey on lifespan of a certain brand of battery. It is found that the probability lifespan of the battery less than one year is p .

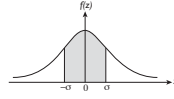


Satu sampel yang mengandungi 4 biji bateri dipilih secara rawak. Rajah di atas menunjukkan keputusan tinjauan tersebut, dengan keadaan X mewakili bilangan bateri yang mempunyai jangka hayat kurang daripada setahun.
A sample of 4 batteries is selected at random. The diagram shows the result of the survey, such that X represents the number of batteries with a lifespan of less than one year.

- (a) Cari nilai p .
Find the value of p .
(b) Hitung bilangan bateri yang masih berfungsi selepas setahun jika 60 biji bateri dengan jenama yang sama digunakan.
Calculate the number of batteries that are still functioning after one year if 60 batteries of the same brand are used.

(a) $P(X=4) = {}^4C_4 p^4 q^0 = \frac{16}{81}$
 $p^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$
 $p = \frac{2}{3}$
(b) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 60 = \frac{1}{3} \times 60$
 $= 20$

6. Rajah di bawah menunjukkan graf taburan normal piawai dengan min, μ dan sisihan piawai, σ . The diagram shows the standard normal distribution graph with mean, μ and standard deviation, σ .



- (a) Nyatakan Status
(i) nilai μ , the value of μ .
(ii) nilai σ , the value of σ .
(b) Cari luas rantau berlorek.
Find the area of the shaded region.

(a) (i) $\mu = 0$
(ii) $\sigma = 1$
(b) $P(-1 < Z < 1) = 1 - 2P(Z > 1)$
 $= 1 - 2(0.1587)$
 $= 0.6826$

7. Pemboleh ubah rawak X mempunyai taburan normal dengan min 32 dan sisihan piawai σ . Diberi skor- z ialah 1.5 apabila $X = 33.2$. Cari
The random variable X has a normal distribution with a mean of 32 and a standard deviation of σ . Given the z -score is 1.5 when $X = 33.2$. Find

- (a) nilai σ , the value of σ .
(b) nilai k dengan keadaan $P(X > k) = 0.4013$, the value of k such that $P(X > k) = 0.4013$.

(a) $\text{Skor-}z = \frac{33.2 - 32}{\sigma} = 1.5$
 $\sigma = \frac{1.2}{1.5}$
 $= 0.8$
(b) $P(X > k) = 0.4013$
 $P\left(Z > \frac{k - 32}{0.8}\right) = 0.4013$
 $\frac{k - 32}{0.8} = 0.25$
 $k - 32 = 0.2$
 $k = 32.2$

3. Satu tinjauan dijalankan berkenaan pengawas di sebuah sekolah. A survey is carried out about the prefects in a school.

(a) Didapati bahawa min bilangan pengawas ialah 168, varians ialah 120 dan kebarangkalian bahawa seorang murid menjadi pengawas ialah p .
It is found that the mean of the number of prefects is 168, the variance is 120 and the probability that a student become a prefect is p .

- (i) Cari nilai p .
Find the value of p .
(ii) Jika 10 orang murid dari sekolah itu dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 7 orang murid menjadi pengawas.
If 10 students from the school are chosen at random, find the probability that more than 7 students become prefects.

(b) Jisim pengawas-pengawas di sekolah itu adalah mengikut taburan normal dengan min 52 kg dan sisihan piawai 6.2 kg. Cari
The masses of the prefects in the school follow a normal distribution with a mean of 52 kg and a standard deviation of 6.2 kg. Find

- (i) kebarangkalian bahawa seorang pengawas yang dipilih secara rawak mempunyai jisim kurang daripada 50 kg, the probability that a prefect chosen at random has a mass of less than 50 kg.
(ii) nilai m jika 20% daripada pengawas itu mempunyai jisim lebih daripada m kg, the value of m if 20% of the prefects have mass of more than m kg.

(a) (i) $\text{min} = np = 168$ ①
varians = $npq = np(1-p) = 120$ ②
 $\frac{np(1-p)}{np} = \frac{120}{168}$
 $1-p = \frac{5}{7}$
 $p = \frac{2}{7}$
(ii) Katakan X ialah bilangan pengawas terpilih.
 $n = 10, p = \frac{2}{7}, q = \frac{5}{7}$
 $P(X > 7) = P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)$
 $= {}^{10}C_8 \left(\frac{2}{7}\right)^8 \left(\frac{5}{7}\right)^2 + {}^{10}C_9 \left(\frac{2}{7}\right)^9 \left(\frac{5}{7}\right) + \left(\frac{2}{7}\right)^{10}$
 $= 0.001114$
(b) Katakan X ialah jisim pengawas, $X \sim N(52, 6.2^2)$.
(i) $P(X < 50) = P\left(\frac{50 - 52}{6.2}\right)$
 $= P(Z < -0.323)$
 $= 0.3734$
(ii) $P(X > m) = P\left(Z > \frac{m - 52}{6.2}\right) = 20\% = 0.2$
 $\frac{m - 52}{6.2} = 0.842$
 $m - 52 = 5.2204$
 $m = 57.22$

PRAKTIS FORMATIF Kertas 2

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
S1	S. 100	S. 78	S. 100	S. 78
S2	S. 100	S. 78	S. 100	S. 90

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. (a) Dalam suatu kajian di sebuah pekan tertentu, didapati tiga daripada empat keluarga memiliki sebuah penyaman udara. Jika 9 keluarga dari pekan itu dipilih secara rawak, hitung kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 7 keluarga memiliki sebuah penyaman udara.
In a survey carried out in a particular town, it is found that three out of four families own an air conditioner. If 9 families are chosen at random from the town, calculate the probability that at least 7 families own an air conditioner.

(b) Di sebuah sekolah, 250 orang murid menduduki suatu ujian. Markah yang diperoleh adalah mengikut taburan normal dengan min 52 dan sisihan piawai 6.
In a school, 250 students sat for a test. The marks obtained follow a normal distribution with a mean of 52 and a standard deviation of 6.
(i) Cari bilangan murid yang lulus ujian itu jika markah lulus ialah 40.
Find the number of students who pass the test if the passing mark is 40.
(ii) Jika 15% daripada murid itu lulus ujian dengan mendapat gred A, cari markah minimum untuk mendapat gred A.
If 15% of the students pass the test with grade A, find the minimum mark to obtain grade A.

(a) Katakan X ialah bilangan keluarga yang memiliki sebuah penyaman udara.
 $n = 9, p = \frac{3}{4}, q = \frac{1}{4}$
 $P(\text{sekurang-kurangnya } 7 \text{ keluarga memiliki sebuah penyaman udara})$
 $= P(X \geq 7)$
 $= P(X=7) + P(X=8) + P(X=9)$
 $= {}^9C_7 \left(\frac{3}{4}\right)^7 \left(\frac{1}{4}\right)^2 + {}^9C_8 \left(\frac{3}{4}\right)^8 \left(\frac{1}{4}\right) + {}^9C_9 \left(\frac{3}{4}\right)^9 \left(\frac{1}{4}\right)^0$
 $= 0.6007$
(b) Katakan X ialah markah yang diperoleh seorang murid.
(i) $P(X \geq 40) = P\left(Z \geq \frac{40 - 52}{6}\right)$
 $= P(Z \geq -2) = 0.9772$
Bilangan murid yang lulus ujian = 250×0.9772
 $= 244$
(ii) $P(X > x) = 15\% = 0.15$
 $P\left(Z > \frac{x - 52}{6}\right) = 0.15$ Markah minimum untuk mendapat gred A ialah 58.2
 $\frac{x - 52}{6} = 1.036$
 $x = 58.216$

2. (a) Didapati bahawa 25% daripada pelajar dari Kolej Intan memandu kereta ke kolej. 10 orang pelajar dari Kolej Intan dipilih secara rawak. Cari kebarangkalian bahawa tepat 4 orang daripada mereka memandu kereta ke kolej.
It is found that 25% of the students from the Intan College driving car to college. 10 students from the Intan College are chosen at random. Find the probability that exactly 4 of them driving car to college.

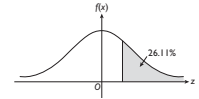
(b) Jisim ikan yang ditangkap dari sebuah kolam ikan adalah mengikut taburan normal dengan min 2.4 kg dan sisihan piawai k kg. Diberi bahawa 10.56% daripada ikan itu mempunyai jisim lebih daripada 3 kg.
The masses of fish caught from a pond follows a normal distribution with a mean of 2.4 kg and a standard deviation of k kg. It is given that 10.56% of the fish have a mass of more than 3 kg.
(i) Hitung nilai k .
Calculate the value of k .
(ii) Diberi bilangan ikan yang ditangkap dari kolam itu ialah 1 800 ekor. Cari bilangan ikan yang mempunyai jisim antara 2.0 kg hingga 3.0 kg.
Given the number of fish caught from the pond is 1 800. Find the number of fish that have the mass between 2.0 kg and 3.0 kg.

(a) $X \sim B(10, 0.25)$
 $P(X=4) = {}^{10}C_4 (0.25)^4 (0.75)^6$
 $= 0.1460$
(b) $X \sim N(2.4, k^2)$
(i) $P(X > 3) = 0.1056$
 $P\left(Z > \frac{3 - 2.4}{k}\right) = 0.1056$
 $\frac{0.6}{k} = 1.25$
 $k = 0.48$
(ii) $P(2.0 < X < 3.0)$
 $= P\left(\frac{2.0 - 2.4}{0.48} < Z < \frac{3.0 - 2.4}{0.48}\right)$
 $= P(-0.8333 < Z < 1.25)$
 $= 1 - 0.2025 - 0.1056$
 $= 0.6919$
Bilangan ikan = $1\,800 \times 0.6919$
 $= 1\,245$

4. (a) Kebarangkalian seorang pelajar memandu kereta ke kolej ialah p . Suatu sampel 6 orang pelajar dipilih secara rawak.
The probability of a student driving car to college is p . A sample of 6 students is selected at random.

- (i) Jika kebarangkalian bagi 6 orang pelajar itu memandu kereta ke kolej ialah 0.262144, cari nilai p .
If the probability of all the 6 students driving car to college is 0.262144, find the value of p .
(ii) Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 4 orang pelajar memandu kereta ke kolej.
Find the probability that more than 4 students driving car to college.

(b) Rajah di bawah menunjukkan satu graf taburan normal piawai yang mewakili isi padu sos tomato di dalam botol yang dihasilkan oleh sebuah kilang.
The diagram shows a standard normal distribution graph representing the volume of tomato sauce in bottles produced by a factory.



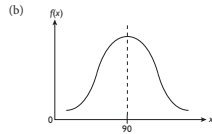
Diberi min ialah 450 cm³ dan variansnya ialah 225 cm⁶. Jika peratus isi padu yang melebihi V ialah 26.11%, cari
Given the mean is 450 cm³ and the variance is 225 cm⁶. If the percentage of the volume more than V is 26.11%, find
(i) nilai V , the value of V .

(ii) kebarangkalian bahawa isi padu antara 420 cm³ dan 470 cm³, the probability that the volume between 420 cm³ and 470 cm³.
(a) (i) $X \sim B(6, p)$
 $P(X=6) = {}^6C_6 p^6 = 0.262144$
 $p = {}^6\sqrt{0.262144}$
 $= 0.8$
(ii) $P(X > 4) = P(X=5) + P(X=6)$
 $= {}^6C_5 (0.8)^5 (0.2) + 0.262144$
 $= 0.393216 + 0.262144$
 $= 0.65536$
(b) $X \sim N(450, 225)$
(i) $P(X > V) = 0.2611$
 $P\left(Z > \frac{V - 450}{\sqrt{225}}\right) = 0.2611$
 $\frac{V - 450}{15} = 0.64$
 $V = 459.6$
(ii) $P(420 < X < 470) = P\left(\frac{420 - 450}{\sqrt{225}} < Z < \frac{470 - 450}{\sqrt{225}}\right)$
 $= P\left(-2 < Z < \frac{4}{3}\right)$
 $= 1 - P(Z > 2) - P\left(Z > \frac{4}{3}\right)$
 $= 1 - 0.0228 - 0.0913$
 $= 0.8859$

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Menganalisis
Konteks: Taburan Binomial dan Taburan Normal

- (a) 40% lembu di sebuah ladang dijual di sebuah pasar. Cari bilangan minimum lembu di ladang itu supaya kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya seekor lembu dijual adalah melebihi $\frac{7}{8}$.
 40% of the cows in a farm are sold in a market. Find the minimum number of the cows in the farm so that the probability that at least a cow is sold exceeds $\frac{7}{8}$.



(a) $p = 0.4$ dan $q = 0.6$
 $P(X \geq 1) > \frac{7}{8}$
 $1 - P(X = 0) > \frac{7}{8}$
 $1 - {}^nC_0(0.4)^0(0.6)^n > 0.875$
 $1 - (1)(1)(0.6)^n > 0.875$
 $0.6^n < 0.125$
 $\log_{10} 0.6^n < \log_{10} 0.125$
 $n \log_{10} 0.6 < \log_{10} 0.125$
 $n > \frac{\log_{10} 0.125}{\log_{10} 0.6}$
 $n > 4.07$

Bilangan minimum lembu ialah 5 ekor.

(b) $\text{Min, } \mu = 90$
 $P(95 < X < 100)$
 $= P\left(\frac{95-90}{16} < Z < \frac{100-90}{16}\right)$
 $= P(0.3125 < Z < 0.625)$
 $= P(Z > 0.3125) - P(Z > 0.625)$
 $= 0.3772 - 0.2660$
 $= 0.1112$
 Jumlah bilangan peserta = $\frac{61}{0.1112}$
 $= 549$

Rajah di sebelah menunjukkan graf taburan bagi skor yang diperoleh sekumpulan peserta dalam suatu pertandingan IQ. Skor peserta bertaburan secara normal dengan sisihan piawai 16. Terdapat 61 orang peserta yang mempunyai skor antara 95 hingga 100. Berapakah skor minimum yang diperoleh pemenang dalam pertandingan IQ itu?
 The diagram shows the distribution graph of the scores obtained by a group of participants in a IQ competition. The scores of the participants are normally distributed with a standard deviation of 16. There are 61 participants who scored between 95 and 100. What is the minimum score obtained by the champion in the IQ competition?

Info KBAT

- (a) Guna $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$.
 Use $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$.
 Kebarangkalian pemenang
 = Jumlah bilangan peserta
 Find the total number of participants.
 Probability of champion
 = Total number of participants

Hanya ada seorang pemenang.

$P(X \geq x) = \frac{1}{549}$
 $P\left(Z > \frac{x-90}{16}\right) = 0.00182$
 Daripada jadual taburan normal,
 $P(Z > 2.91) = 0.00181$.
 Maka, $\frac{x-90}{16} = 2.91$
 $x = 136.56$

Skor minimum yang diperoleh pemenang ialah 137.

129

BAB 9

GERAKAN PADA GARIS LURUS
MOTION ALONG A STRAIGHT LINE

9.1 Sesaran

A. Sesaran, s meter, suatu zarah dari titik tetap O, t saat selepas zarah itu mula bergerak diberi oleh $s = f(t)$.
 Hitung (a) sesaran, dan (b) masa yang diambil.
 The displacement, s metres, of a particle from a fixed point O, t seconds after the start of its motion is given by $s = f(t)$. Calculate (a) the displacement, and (b) the time(s) taken.

CONTOH

$s = 8t - 3t^2$
 (a) Apabila $s = 2$ When $t = 2$
 (b) Apabila $s = -3$ When $s = -3$
 (a) $s = 8(2) - 3(2)^2 = 16 - 12 = 4$
 (b) $8t - 3t^2 = -3$
 $3t^2 - 8t + 3 = 0$
 $(3t + 1)(t - 3) = 0$
 $t = -\frac{1}{3}$ atau $t = 3$
 Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 3$.

1. $s = t^2 + t$
 (a) Apabila $t = 3$ When $t = 3$
 (b) Apabila $s = 6$ When $s = 6$
 (a) $s = 3^2 + 3 = 12$
 (b) $t^2 + t = 6$
 $t^2 + t - 6 = 0$
 $(t - 2)(t + 3) = 0$
 $t = 2$ atau $t = -3$
 Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 2$.

2. $s = t^2 + 3t$

(a) Apabila $t = 5$ When $t = 5$
 (b) Apabila $s = 10$ When $s = 10$
 (a) $s = 5^2 + 3(5) = 40$
 (b) $t^2 + 3t = 10$
 $t^2 + 3t - 10 = 0$
 $(t - 2)(t + 5) = 0$
 $t = 2$ atau $t = -5$
 Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 2$.

3. $s = 2t^2 - 5t + 6$

(a) Apabila $t = 4$ When $t = 4$
 (b) Apabila $s = 3$ When $s = 3$
 (a) $s = 2(4)^2 - 5(4) + 6 = 18$
 (b) $2t^2 - 5t + 6 = 3$
 $2t^2 - 5t + 3 = 0$
 $(t - 1)(2t - 3) = 0$
 $t = 1$ atau $t = \frac{3}{2}$

4. $s = 6t - 2t^2$

(a) Apabila $t = 3$ When $t = 3$
 (b) Apabila $s = 4$ When $s = 4$
 (a) $s = 6(3) - 2(3)^2 = 0$
 (b) $6t - 2t^2 = 4$
 $2t^2 - 6t + 4 = 0$
 $t^2 - 3t + 2 = 0$
 $(t - 1)(t - 2) = 0$
 $t = 1$ atau $t = 2$

5. $s = 4t - 3t^2 + 2$

(a) Apabila $t = 5$ When $t = 5$
 (b) Apabila $s = -2$ When $s = -2$
 (a) $s = 4(5) - 3(5)^2 + 2 = -53$
 (b) $4t - 3t^2 + 2 = -2$
 $3t^2 - 4t + 4 = 0$
 $(t - 2)(3t + 2) = 0$
 $t = 2$ atau $t = -\frac{2}{3}$
 Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 2$.

130

B. Sesaran, s meter, suatu zarah dari titik tetap O, t saat selepas melalui O diberi oleh $s = 7t - 3t^2$. Hitung jarak yang dilalui dalam tempoh masa yang diberi.
 The displacement, s metres, of a particle from a fixed point O, t seconds after passing O is given by $s = 7t - 3t^2$. Calculate the distance travelled during the given period.

CONTOH

Saat ketiga/Third second

Apabila $t = 2$, $s = 7(2) - 3(2)^2 = 14 - 12 = 2$ m
 Apabila $t = 3$, $s = 7(3) - 3(3)^2 = 21 - 27 = -6$ m
 Jarak yang dilalui = $|-6 - 2| = 8$ m

1. Saat pertama/First second

Apabila $t = 0$, $s = 0$ m
 Apabila $t = 1$, $s = 7(1) - 3(1)^2 = 4$ m
 Jarak yang dilalui = $4 - 0 = 4$ m

2. Saat keempat/Fourth second

Apabila $t = 3$, $s = 7(3) - 3(3)^2 = 21 - 27 = -6$ m
 Apabila $t = 4$, $s = 7(4) - 3(4)^2 = 28 - 48 = -20$ m
 Jarak yang dilalui = $|-20 - (-6)| = 14$ m

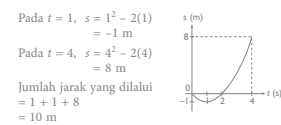
3. Saat kelima/Fifth second

Apabila $t = 4$, $s = 7(4) - 3(4)^2 = 28 - 48 = -20$ m
 Apabila $t = 5$, $s = 7(5) - 3(5)^2 = 35 - 75 = -40$ m
 Jarak yang dilalui = $|-40 - (-20)| = 20$ m

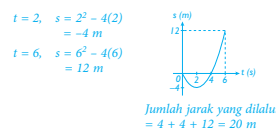
C. Sesaran, s m, suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus dari satu titik tetap O diberi oleh $s = f(t)$, dengan keadaan t saat ialah masa selepas zarah itu mula bergerak. Cari jumlah jarak yang dilalui dalam tempoh yang diberikan dengan menggunakan Kaedah graf.
 The displacement, s m, of a particle moving along a straight line from a fixed point O is given by $s = f(t)$, where t seconds is the time after the start of its motion. Find the total distance travelled in the given time by using the graphical method.

CONTOH

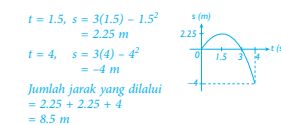
$s = t^2 - 2t$; 4 saat yang pertama/First 4 seconds



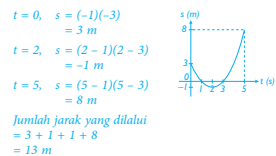
1. $s = t^2 - 4t$; 6 saat yang pertama/First 6 seconds



2. $s = 3t - t^2$; 4 saat yang pertama/First 4 seconds



3. $s = (t - 1)(t - 3)$; 5 saat yang pertama/First 5 seconds



131

9.2 Halaju

A. Sesaran, s m, suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus dari satu titik tetap O diberikan seperti berikut, dengan keadaan t saat ialah masa selepas zarah itu mula bergerak. Hitung halaju zarah itu selepas 3 saat.
 The displacement, s m, of a particle moving along a straight line from a fixed point O is given as follows, where t seconds is the time after the start of its motion. Calculate its velocity after 3 seconds.

CONTOH

$s = 3t^2 - 5t + 4$
 $v = \frac{ds}{dt} = 6t - 5$
 Apabila $t = 3$, $v = 6(3) - 5 = 13$ m s⁻¹

1. $s = 2t^2 - 6t - 3$

$v = \frac{ds}{dt} = 4t - 6$
 Apabila $t = 3$, $v = 4(3) - 6 = 6$ m s⁻¹

2. $s = 5t - t^2 + 3$
 $v = \frac{ds}{dt} = 5 - 2t$
 Apabila $t = 3$, $v = 5 - 2(3) = -1$ m s⁻¹

3. $s = 4t - 5t^2 + 1$

$v = \frac{ds}{dt} = 4 - 10t$
 Apabila $t = 3$, $v = 4 - 10(3) = -26$ m s⁻¹

4. $s = t^3 - 2t^2 + 3t - 4$

$v = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 4t + 3$
 Apabila $t = 3$, $v = 3(3)^2 - 4(3) + 3 = 18$ m s⁻¹

5. $s = t^2 - 4t^3 + 6t + 5$

$v = \frac{ds}{dt} = 2t - 12t^2 + 6$
 Apabila $t = 3$, $v = 2(3) - 12(3)^2 + 6 = -96$ m s⁻¹

B. Sesaran, s m, suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus dari satu titik tetap O, t saat selepas zarah itu mula bergerak diberikan seperti berikut. Selesaikan setiap yang berikut.
 The displacement, s m, of a particle moving along a straight line from a fixed point O, t seconds after the start of its motion is given as follows. Solve each of the following.

CONTOH

Diberi/Given $s = t^2 - 8t + 5$

Cari/Find

- (a) masa apabila zarah itu berada dalam keadaan pegun, $v = 0$, the time when the particle is at rest.
 (b) julat masa apabila zarah itu bergerak dengan halaju positif, the time interval during which the particle moves with a positive velocity.

$s = t^2 - 8t + 5$
 $v = \frac{ds}{dt} = 2t - 8$

- (a) Apabila zarah itu berada dalam keadaan pegun, $v = 0$.
 $2t - 8 = 0$
 $2t = 8$
 $t = 4$
 (b) Apabila halaju zarah itu positif, $v > 0$.
 $2t - 8 > 0$
 $t - 4 > 0$
 $t > 4$

1. Diberi/Given $s = 3t^2 - 12t - 4$

Cari/Find

- (a) nilai t apabila zarah itu berada dalam keadaan pegun, $v = 0$, the value of t when the particle is at rest.
 (b) julat masa apabila zarah itu bergerak ke arah positif, the time interval during which the particle moves in the positive direction.

$s = 3t^2 - 12t - 4$
 $v = \frac{ds}{dt} = 6t - 12$
 (a) Apabila zarah itu berada dalam keadaan pegun, $v = 0$.
 $6t - 12 = 0$
 $6t = 12$
 $t = 2$
 (b) Apabila zarah itu bergerak ke arah positif, $v > 0$.
 $6t - 12 > 0$
 $6t > 12$
 $t > 2$

132

2. Diberi/Given $s = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2t + 4$

Cari/Find

- (a) nilai t apabila zarah itu berhenti seketika, the values of t when the particle stops momentarily.
 (b) julat masa apabila zarah itu bergerak dengan halaju negatif, the time interval during which the particle moves with a negative velocity.

$$s = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2t + 4$$

$$v = \frac{ds}{dt} = t^2 - 3t + 2$$

- (a) Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.
 $t^2 - 3t + 2 = 0$
 $(t - 1)(t - 2) = 0$
 $t = 1$ atau $t = 2$

- (b) Apabila zarah itu bergerak dengan halaju negatif, $v < 0$.
 $t^2 - 3t + 2 < 0$
 $(t - 1)(t - 2) < 0$
 $1 < t < 2$

3. Diberi/Given $s = 2t^3 - 9t^2 - 24t + 8$

Cari/Find

- (a) masa apabila zarah itu berhenti seketika, the time when the particle stops momentarily.
 (b) julat masa apabila zarah itu bergerak ke arah kanan, the time interval during which the particle moves to the right.

$$s = 2t^3 - 9t^2 - 24t + 8$$

$$v = \frac{ds}{dt} = 6t^2 - 18t - 24$$

- (a) Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.
 $6t^2 - 18t - 24 = 0$
 $t^2 - 3t - 4 = 0$
 $(t + 1)(t - 4) = 0$
 $t = -1$ atau $t = 4$

- Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 4$.
 (b) Apabila zarah itu bergerak ke arah kanan, $v > 0$.
 $t^2 - 3t - 4 > 0$
 $(t + 1)(t - 4) > 0$
 $t < -1$ atau $t > 4$
 Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t > 4$.

C. Halaju, $v \text{ m s}^{-1}$, suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus diberikan seperti berikut, dengan t saat ialah masa selepas melalui satu titik tetap O. Cari sesaran zarah itu dari O selepas 2 saat. The velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, of a particle moving along a straight line is given as follows, where t seconds is the time after passing a fixed point O. Find the displacement of the particle from O after 2 seconds.

CONTOH

$$v = 4t - 3t^2 - 2$$

$$s = \int v \, dt$$

$$= \int (4t - 3t^2 - 2) \, dt$$

$$= 2t^2 - t^3 - 2t + c$$

Pada $t = 0$, $s = 0$.
 $0 = 2(0)^2 - 0^3 - 2(0) + c$
 $0 = 0 - 0 - 0 + c$
 $c = 0$
 Maka, $s = 2t^2 - t^3 - 2t$
 Pada $t = 2$,
 $s = 2(2)^2 - 2^3 - 2(2)$
 $= 8 - 8 - 4$
 $= -4 \text{ m}$

1. $v = 3t^2 - 8t + 5$

$$s = \int (3t^2 - 8t + 5) \, dt$$

$$= t^3 - 4t^2 + 5t + c$$

Pada $t = 0$, $s = c = 0$.
 Maka, $s = t^3 - 4t^2 + 5t$
 Pada $t = 2$,
 $s = 2^3 - 4(2)^2 + 5(2)$
 $= 2 \text{ m}$

2. $v = 4t - 6t^2 - 5$

$$s = \int (4t - 6t^2 - 5) \, dt$$

$$= 2t^2 - 2t^3 - 5t + c$$

Pada $t = 0$, $s = 0$, $c = 0$.
 Maka, $s = 2t^2 - 2t^3 - 5t$
 Pada $t = 2$,
 $s = 2(2)^2 - 2(2)^3 - 5(2)$
 $= -18 \text{ m}$

133

D. Selesaikan masalah berikut.

Solve the following problems.

23/35

CONTOH

Halaju, $v \text{ m s}^{-1}$, suatu zarah yang bergerak di sepanjang satu garis lurus diberi oleh $v = 3t(t - 4)$, dengan keadaan t saat ialah masa selepas melalui satu titik tetap O. The velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, of a particle moving along a straight line is given by $v = 3t(t - 4)$, where t seconds is the time after passing a fixed point O.

- (a) Cari sesaran zarah itu dari O apabila zarah itu berhenti seketika. Find the displacement of the particle from O when the particle stops momentarily.
 (b) Cari jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam saat keempat. Find the distance travelled by the particle in the fourth second.

(a) Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.
 Maka, $3t(t - 4) = 0$
 $t = 0$ atau $t = 4$
 $s = \int 3t(t - 4) \, dt$
 $= \int (3t^2 - 12t) \, dt$
 $= t^3 - 6t^2 + c$
 Pada $t = 4$,
 $s = 4^3 - 6(4)^2$
 $= -32 \text{ m}$

(b) Jarak yang dilalui dalam saat keempat ialah jarak yang dilalui dari $t = 3$ hingga $t = 4$.
 Pada $t = 3$, $s = 3^3 - 6(3)^2 = -27 \text{ m}$
 Pada $t = 4$, $s = -32 \text{ m}$
 Jarak yang dilalui = $[-32 - (-27)]$
 $= -5 \text{ m}$

1. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O. Halajunya, $v \text{ m s}^{-1}$, diberi oleh $v = 15 - 3t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas meninggalkan O. Cari A particle moves along a straight line and passes through a fixed point O. Its velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, is given by $v = 15 - 3t$, where t is the time, in seconds, after leaving O. Find

- (a) sesaran maksimum zarah itu sebelum zarah itu bertukar arah gerakannya, the maximum displacement of the particle before it reverses its direction.
 (b) halaju apabila zarah itu kembali ke O semula, the velocity when the particle returns to O.

(a) Apabila zarah itu bertukar arah gerakannya, $v = 0$.
 $15 - 3t = 0$
 $t = 5$
 $s = \int (15 - 3t) \, dt = 15t - \frac{3t^2}{2} + c$
 Pada $t = 0$, $s = 0$, $c = 0$.
 Maka, $s = 15t - \frac{3t^2}{2}$
 Pada $t = 5$, $s = 15(5) - \frac{3}{2}(5)^2 = 37.5 \text{ m}$

(b) Apabila zarah itu kembali ke O semula, $s = 0$.
 $15t - \frac{3t^2}{2} = 0$
 $t(15 - \frac{3t}{2}) = 0$
 $t = 0$ atau $t = 10$
 Pada $t = 10$, $v = 15 - 3(10)$
 $= -15 \text{ m s}^{-1}$

(a) Apabila $v = -3$,
 $7 - 2t = -3$
 $2t = 10$
 $t = 5$
 $s = \int (7 - 2t) \, dt = 7t - t^2 + c$
 Pada $t = 0$, $s = 5$, $c = 5$.
 Maka, $s = 7t - t^2 + 5$
 Pada $t = 5$, $s = 7(5) - 5^2 + 5 = 15 \text{ m}$

(b) Pada $t = 4$, $s = 7(4) - 4^2 + 5 = 17 \text{ m}$
 Pada $t = 5$, $s = 15 \text{ m}$
 Jarak yang dilalui = $[15 - 17]$
 $= 2 \text{ m}$

134

9.3 Pecutan

A. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus. Halajunya ialah $v \text{ m s}^{-1}$, dengan keadaan t saat ialah masa selepas zarah itu mula bergerak. Cari (a) pecutan awal zarah itu, dan (b) pecutan zarah itu selepas 3 saat. A particle moves along a straight line. Its velocity is $v \text{ m s}^{-1}$, where t seconds is the time after the start of its motion. Find (a) the initial acceleration of the particle, and (b) the acceleration of the particle after 3 seconds.

CONTOH

$$v = t^3 - 2t^2 + 8t + 1$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 3t^2 - 4t + 8$$

(a) Pada $t = 0$, $a = 0 - 0 + 8$
 $= 8 \text{ m s}^{-2}$
 (b) Pada $t = 3$, $a = 3(3)^2 - 4(3) + 8$
 $= 23 \text{ m s}^{-2}$

1. $v = 4t^2 - 3t + 5$

$$a = \frac{dv}{dt} = 8t - 3$$

(a) Pada $t = 0$, $a = 8(0) - 3$
 $= -3 \text{ m s}^{-2}$
 (b) Pada $t = 3$, $a = 8(3) - 3$
 $= 21 \text{ m s}^{-2}$

2. $v = t^3 - 6t^2 + 2t$

$$a = \frac{dv}{dt} = 3t^2 - 12t + 2$$

(a) Pada $t = 0$, $a = 3(0)^2 - 12(0) + 2$
 $= 2 \text{ m s}^{-2}$
 (b) Pada $t = 3$, $a = 3(3)^2 - 12(3) + 2$
 $= -7 \text{ m s}^{-2}$

3. $v = 12t - 4t^3$

$$a = \frac{dv}{dt} = 12 - 12t^2$$

(a) Pada $t = 0$, $a = 12 - 12(0)^2$
 $= 12 \text{ m s}^{-2}$
 (b) Pada $t = 3$, $a = 12 - 12(3)^2$
 $= -96 \text{ m s}^{-2}$

B. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus. Pecutannya, $a = f(t)$, dengan keadaan t saat ialah masa selepas melalui satu titik tetap O dan halaju awalnya diberikan seperti berikut. Cari (a) halaju zarah itu selepas 2 saat, dan (b) halaju maksimum atau minimum zarah itu selepas melalui O. A particle moves along a straight line. Its acceleration, $a = f(t)$, where t seconds is the time after passing through a fixed point O and its initial velocity is given as follows. Find (a) the velocity of the particle after 2 seconds, and (b) the maximum or minimum velocity of the particle after passing through O.

CONTOH

Diberi $a = 5 - 2t$ dan halaju awal ialah 12 m s^{-1} . Given $a = 5 - 2t$ and the initial velocity is 12 m s^{-1} .

(a) $a = 5 - 2t$
 $v = \int a \, dt$
 $= \int (5 - 2t) \, dt$
 $= 5t - t^2 + c$
 Pada $t = 0$, $v = 12$.
 $12 = 5(0) - 0^2 + c$
 $c = 12$
 Maka, $v = 5t - t^2 + 12$
 Pada $t = 2$, $v = 5(2) - 2^2 + 12$
 $= 18 \text{ m s}^{-1}$

(b) Apabila v maksimum atau minimum, $a = 0$.
 $5 - 2t = 0$
 $t = \frac{5}{2}$
 $\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{da}{dt} = -2 < 0$
 $\Rightarrow v$ adalah maksimum apabila $t = \frac{5}{2}$.
 Halaju maksimum = $5(\frac{5}{2}) - (\frac{5}{2})^2 + 12$
 $= 18\frac{1}{4} \text{ m s}^{-1}$

135

1. Diberi $a = 4t - 3$ dan halaju awal ialah 5 m s^{-1} . Given $a = 4t - 3$ and the initial velocity is 5 m s^{-1} .

(a) $a = 4t - 3$
 $v = \int (4t - 3) \, dt$
 $= 2t^2 - 3t + c$
 Pada $t = 0$, $v = 5$, $c = 5$.
 Maka, $v = 2t^2 - 3t + 5$
 Pada $t = 2$, $v = 2(2)^2 - 3(2) + 5$
 $= 7 \text{ m s}^{-1}$

(b) Apabila v maksimum atau minimum, $a = 0$.
 $4t - 3 = 0$
 $t = \frac{3}{4}$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{da}{dt} = 4 > 0$$

$\Rightarrow v$ adalah minimum apabila $t = \frac{3}{4}$.
 Halaju minimum = $2(\frac{3}{4})^2 - 3(\frac{3}{4}) + 5$
 $= 3\frac{7}{8} \text{ m s}^{-1}$

2. Diberi $a = 32 - 8t$ dan halaju awal ialah 6 m s^{-1} . Given $a = 32 - 8t$ and the initial velocity is 6 m s^{-1} .

(a) $a = 32 - 8t$
 $v = \int (32 - 8t) \, dt$
 $= 32t - 4t^2 + c$
 Pada $t = 0$, $v = 6$, $c = 6$.
 Maka, $v = 32t - 4t^2 + 6$
 Pada $t = 2$, $v = 32(2) - 4(2)^2 + 6$
 $= 54 \text{ m s}^{-1}$

(b) Apabila v maksimum atau minimum, $a = 0$.
 $32 - 8t = 0$
 $t = 4$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{da}{dt} = -8 < 0$$

$\Rightarrow v$ adalah maksimum apabila $t = 4$.
 Halaju maksimum = $32(4) - 4(4)^2 + 6$
 $= 70 \text{ m s}^{-1}$

C. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O dengan halaju 5 m s^{-1} . Pecutannya, $a \text{ m s}^{-2}$, diberi oleh $a = f(t)$, dengan keadaan t saat ialah masa selepas melalui titik O. Selesaikan setiap yang berikut. A particle moves along a straight line and passes through a fixed point O with a velocity of 5 m s^{-1} . Its acceleration, $a \text{ m s}^{-2}$, is given by $a = f(t)$, where t seconds is the time after passing through the point O. Solve each of the following.

CONTOH

Jika $a = 8 - 2t$, cari sesaran zarah itu dari O apabila $t = 4$. If $a = 8 - 2t$, find the displacement of the particle from O when $t = 4$.

Diberi $a = 8 - 2t$
 $v = \int (8 - 2t) \, dt$
 $= 8t - t^2 + c$
 Pada $t = 0$, $v = 5$, $c = 5$.
 Maka, $v = 8t - t^2 + 5$
 $s = \int (8t - t^2 + 5) \, dt$
 $= 4t^2 - \frac{t^3}{3} + 5t + k$
 Pada $t = 0$, $s = 0$, $k = 0$.
 Maka, $s = 4t^2 - \frac{t^3}{3} + 5t$
 Pada $t = 4$, $s = 4(4)^2 - \frac{4^3}{3} + 5(4)$
 $= 64 - \frac{64}{3} + 20$
 $= 62\frac{2}{3} \text{ m}$

136

1. Jika $a = 6t + 4$, cari sesaran zarah itu dari O selepas 3 saat.
If $a = 6t + 4$, find the displacement of the particle from O after 3 seconds.

$$a = 6t + 4$$

$$v = \int (6t + 4) dt$$

$$= 3t^2 + 4t + c$$

Pada $t = 0$, $v = 5$, $c = 5$.
Maka, $v = 3t^2 + 4t + 5$

$$s = \int (3t^2 + 4t + 5) dt$$

$$= t^3 + 2t^2 + 5t + k$$

Pada $t = 0$, $s = 0$, $k = 0$.
Maka, $s = t^3 + 2t^2 + 5t$

Pada $t = 3$, $s = 3^3 + 2(3)^2 + 5(3)$
 $= 60 \text{ m}$

2. Jika $a = 3 - 4t$, cari sesaran zarah itu dari O selepas 2 saat.
If $a = 3 - 4t$, find the displacement of the particle from O after 2 seconds.

$$a = 3 - 4t$$

$$v = \int (3 - 4t) dt$$

$$= 3t - 2t^2 + c$$

Pada $t = 0$, $v = 5$, $c = 5$.
Maka, $v = 3t - 2t^2 + 5$

$$s = \int (3t - 2t^2 + 5) dt$$

$$= \frac{3t^2}{2} - \frac{2t^3}{3} + 5t + k$$

Pada $t = 0$, $s = 0$, $k = 0$.
Maka, $s = \frac{3t^2}{2} - \frac{2t^3}{3} + 5t$

Pada $t = 2$, $s = \frac{3(2)^2}{2} - \frac{2(2)^3}{3} + 5(2)$
 $= 10\frac{2}{3} \text{ m}$

3. Jika $a = 2 - 6t$, cari sesaran zarah itu dari O apabila zarah itu berhenti seketika.
If $a = 2 - 6t$, find the displacement of the particle from O when it is at instantaneous rest.

$$a = 2 - 6t$$

$$v = \int (2 - 6t) dt$$

$$= 2t - 3t^2 + c$$

Pada $t = 0$, $v = 5$, $c = 5$.
Maka, $v = 2t - 3t^2 + 5$

Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.

$$2t - 3t^2 + 5 = 0$$

$$3t^2 - 2t - 5 = 0$$

$$(3t - 5)(t + 1) = 0$$

Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = \frac{5}{3}$.

$$s = \int (2t - 3t^2 + 5) dt$$

$$= t^2 - t^3 + 5t + k$$

Pada $t = 0$, $s = 0$, $k = 0$.
Maka, $s = t^2 - t^3 + 5t$

Pada $t = \frac{5}{3}$, $s = (\frac{5}{3})^2 - (\frac{5}{3})^3 + 5(\frac{5}{3})$
 $= 6\frac{13}{27} \text{ m}$

137

3. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O dengan halaju 10 m s^{-1} .
Pecutannya, $a \text{ m s}^{-2}$, diberi oleh $a = 4t - 12$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O. A particle moves along a straight line and passes through a fixed point O with a velocity of 10 m s^{-1} . The acceleration, $a \text{ m s}^{-2}$, is given by $a = 4t - 12$, where t is the time, in seconds, after passing through O.

- Cari
Find
- (a) pecutan awal, dalam m s^{-2} , zarah itu.
the initial acceleration, in m s^{-2} , of the particle. [1]
- (b) halaju minimum, dalam m s^{-1} , zarah itu.
the minimum velocity, in m s^{-1} , of the particle. [3]
- (c) masa, dalam saat, apabila zarah itu berhenti seketika.
the time, in seconds, when the particle is instantaneously at rest. [2]
- (d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 4 saat pertama.
the total distance, in m, travelled by the particle in the first 4 seconds. [4]

(a) $a = 4t - 12$
Apabila $t = 0$, $a = -12$
Pecutan awal zarah itu ialah -12 m s^{-2} .

(b) $v = \int (4t - 12) dt$
 $= 2t^2 - 12t + c$
Pada $t = 0$, $v = 10$, $c = 10$.
Maka, $v = 2t^2 - 12t + 10$

Apabila halaju minimum, $\frac{dv}{dt} = a = 0$.

$$4t - 12 = 0$$

$$t = 3$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = 4 > 0$$

v adalah minimum apabila $t = 3$.
Halaju minimum $= 2(3)^2 - 12(3) + 10 = -8 \text{ m s}^{-1}$

(c) Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.

$$2t^2 - 12t + 10 = 0$$

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$(t - 1)(t - 5) = 0$$

$$t = 1 \text{ atau } t = 5$$

(d) $s = \int (2t^2 - 12t + 10) dt$
 $= \frac{2t^3}{3} - 6t^2 + 10t + c$
Pada $t = 0$, $s = 0$, $c = 0$.
Maka, $s = \frac{2}{3}t^3 - 6t^2 + 10t$

Apabila $t = 1$, $s = \frac{2}{3} - 6 + 10 = 4\frac{2}{3} \text{ m}$

Apabila $t = 4$, $s = \frac{2}{3}(64) - 6(16) + 10(4) = -13\frac{1}{3} \text{ m}$

Jumlah jarak yang dilalui dalam 4 saat pertama
 $= 2(4\frac{2}{3}) + 13\frac{1}{3}$
 $= 22\frac{2}{3} \text{ m}$

139

4. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dan melalui satu titik tetap O. Halajunya, $v \text{ m s}^{-1}$, diberi oleh $v = at^2 + bt$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar dan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O. Diberi bahawa zarah itu berhenti seketika apabila $t = 3$ s dan pecutannya ialah -3 m s^{-2} apabila $t = 1$ s. A particle moves along a straight line and passes through a fixed point O. Its velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, is given by $v = at^2 + bt$, where a and b are constants and t is the time, in seconds, after passing through O. It is given that the particle stops instantaneously when $t = 3$ s and its acceleration is -3 m s^{-2} when $t = 1$ s.

- Cari
Find
- (a) nilai a dan nilai b .
the values of a and b . [5]
- (b) julat nilai t apabila zarah itu bergerak ke arah kiri.
the range of values of t when the particle moves to the left. [2]
- (c) jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 4 saat pertama.
the distance, in m, travelled by the particle in the first 4 seconds. [4]

(a) $v = at^2 + bt$
Apabila $t = 3$, $v = 0$.
 $a(3)^2 + b(3) = 0$
 $9a + 3b = 0$
 $3a + b = 0$... ①

pecutan $= \frac{dv}{dt} = 2at + b$
Apabila $t = 1$, $a = -3$.
① - ②: $a = 3$
Dari ①, $b = -3a = -9$

(b) $v = 3t^2 - 9t$
Apabila zarah itu bergerak ke arah kiri, $v < 0$.

$$3t^2 - 9t < 0$$

$$3t(t - 3) < 0$$

$$0 < t < 3$$

(c) $s = \int v dt$
 $= \int (3t^2 - 9t) dt$
 $= t^3 - \frac{9t^2}{2} + c$
Apabila $t = 0$, $s = 0$, $c = 0$.
Maka, $s = t^3 - \frac{9t^2}{2}$

Apabila $t = 2$, $s = 8 - \frac{9}{2}(4) = -10$
Apabila $t = 3$, $s = 27 - \frac{9}{2}(9) = -13.5$

Jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam 4 saat pertama
 $= |-13.5 - (-10)|$
 $= 3.5 \text{ m}$



PRAKTIS FORMATIF Kertas 2

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif.]
[Assume motion to the right is positive.]

1. Suatu zarah bergerak di sepanjang satu garis lurus dengan halaju awal 8 m s^{-1} . Pecutannya, $a \text{ m s}^{-2}$, diberi oleh $a = 7 - 2t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui titik tetap O.

A particle moves along a straight line with an initial velocity of 8 m s^{-1} . Its acceleration, $a \text{ m s}^{-2}$, is given by $a = 7 - 2t$, where t is the time, in seconds, after passing through a fixed point O.

- Cari
Find
- (a) masa, dalam saat, ketika pecutannya sifar.
the time, in seconds, when its acceleration is zero. [1]
- (b) halaju maksimum, dalam m s^{-1} , zarah itu.
the maximum velocity, in m s^{-1} , of the particle. [3]
- (c) masa, dalam saat, apabila zarah itu berhenti seketika.
the time, in seconds, when the particle stops instantaneously. [2]
- (d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 10 saat pertama.
the total distance, in m, travelled by the particle in the first 10 seconds. [4]

(a) Apabila $a = 0$, $7 - 2t = 0$ $t = 3\frac{1}{2}$

(b) $v = \int (7 - 2t) dt = 7t - t^2 + c$
Pada $t = 0$, $v = 8$, $c = 8$.
Maka, $v = -t^2 + 7t + 8$
Apabila halaju maksimum,
 $a = \frac{dv}{dt} = 0$ dan $t = \frac{7}{2}$.
Halaju maksimum $= -(\frac{7}{2})^2 + 7(\frac{7}{2}) + 8 = 20\frac{1}{4} \text{ m s}^{-1}$

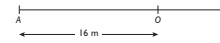
(c) Apabila zarah itu berhenti seketika, $v = 0$.
 $-t^2 + 7t + 8 = 0$
 $t^2 - 7t - 8 = 0$
 $(t + 1)(t - 8) = 0$
Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 8$.

(d) Apabila $v = 0$, $t = 8$.
Jumlah jarak yang dilalui dalam 10 saat pertama
 $= \int_0^{10} (-t^2 + 7t + 8) dt = [\frac{10}{3}(-t^3 + 7t^2 + 8t)]_0^{10}$
 $= [\frac{10}{3}(-t^3 + 7t^2 + 8t)]_0^{10}$
 $= [\frac{10}{3}(-1000 + 7000 + 8000)] - 0$
 $= [\frac{10}{3}(15000)] = 50000$

138

ANALISIS SOALAN SPM				
Satopok	2013	2014	2015	2016
81	S. 120a	-	-	-
82	S. 120a(i)	S. 120a(i)	S. 120a(i)	S. 146(i)
93	S. 120a	S. 120a	S. 120a	S. 146(i)

2. Rajah di bawah menunjukkan garis lurus AOB.
The diagram shows a straight line AOB.



Suatu zarah bergerak di sepanjang garis lurus itu dan melalui titik tetap O. Halajunya, $v \text{ m s}^{-1}$, diberi oleh $v = 6 - 2t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas meninggalkan O. Zarah itu berhenti seketika di titik B.

A particle moves along the straight line and passes through the fixed point O. Its velocity, $v \text{ m s}^{-1}$, is given by $v = 6 - 2t$, where t is the time, in seconds, after leaving O. The particle stops instantaneously at point B.

- Cari
Find
- (a) pecutan, dalam m s^{-2} , zarah itu.
the acceleration, in m s^{-2} , of the particle. [1]
- (b) masa, dalam saat, apabila zarah itu berada di B.
the time, in seconds, when the particle is at B. [2]
- (c) halaju, dalam m s^{-1} , zarah itu apabila zarah itu melalui A.
the velocity, in m s^{-1} , of the particle when it passes through A. [3]
- (d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dari O ke A melalui B.
the total distance, in m, travelled by the particle from O to A passing through B. [4]

(a) $v = 6 - 2t$ $a = \frac{dv}{dt} = -2$

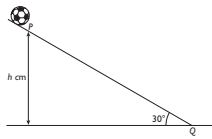
(b) Pada titik B, $v = 0$
 $6 - 2t = 0$
 $t = 3$
Zarah itu berada di B selepas 3 saat meninggalkan titik O.

(c) $s = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + c$
Pada $t = 0$, $s = 0$, $c = 0$.
Maka, $s = 6t - t^2$
Pada titik A, $s = -16$
 $6t - t^2 = -16$
 $t^2 - 6t - 16 = 0$
 $(t - 8)(t + 2) = 0$
Oleh sebab $t \geq 0$, maka $t = 8$.
Apabila $t = 8$, $v = 6 - 2(8) = -10 \text{ m s}^{-1}$

(d) Pada titik B, $t = 3$.
 $OB = 6(3) - 3^2 = 9 \text{ m}$
Jumlah jarak yang dilalui $= 9 + 9 + 16 = 34 \text{ m}$

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi
Konteks: Sesaran, Halaju dan Pecutan



Cari
Find

- nilai t , dalam saat, apabila bola itu berhenti.
the value of t , in seconds, when the ball stops.
- halaju maksimum, dalam cm s^{-1} , bola itu.
the maximum velocity, in cm s^{-1} , of the ball.
- nilai h .
the value of h .

(a) Apabila bola itu berhenti $v = 0$.
 $28 + 12t - t^2 = 0$
 $t^2 - 12t - 28 = 0$
 $(t + 2)(t - 14) = 0$
 $t = -2$ atau $t = 14$
 Oleh sebab $t > 0$, maka $t = 14$ s.

(b) $a = \frac{dv}{dt}$
 $= 12 - 2t$
 Pada halaju maksimum, $a = 0$.
 $12 - 2t = 0$
 $t = 6$ s
 Halaju maksimum,
 $v = 28 + 12(6) - 36$
 $= 64 \text{ cm s}^{-1}$

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah bola yang bergerak ke bawah pada satah condong bersudut 30° . Ketinggian titik P dari tanah ialah h cm. Halaju, $v \text{ cm s}^{-1}$, bola itu diberi oleh $v = 28 + 12t - t^2$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas bola itu melalui titik P. Bola itu mempunyai halaju maksimum apabila bola itu tiba pada hujung satah condong di Q. The diagram shows a ball moving down on an inclined plane with the angle of 30° . The height of point P from the ground is h cm. The velocity, $v \text{ cm s}^{-1}$, of the ball is given by $v = 28 + 12t - t^2$, where t is the time, in seconds, after the ball has passed through point P. The ball has a maximum velocity when it reaches the end of the inclined plane at Q.

Info KBAT

Apabila bola berhenti, $v = 0$ dan pada halaju maksimum, $\frac{dv}{dt} = 0$. Guna $\sin 30^\circ = \frac{h}{PQ}$
 When the ball stops, $v = 0$ and at maximum velocity, $\frac{dv}{dt} = 0$. Use $\sin 30^\circ = \frac{h}{PQ}$

(c) $s = \int (28 + 12t - t^2) dt$
 $= 28t + 6t^2 - \frac{t^3}{3} + c$
 Apabila $t = 0$, $s = 0$, maka $c = 0$.
 Pada $t = 6$,
 $PQ = 28(6) + 6(6)^2 - \frac{6^3}{3}$
 $= 312 \text{ cm}$
 $\sin 30^\circ = \frac{h}{312}$
 $h = 312 \sin 30^\circ$
 $= 156$

141

BAB 10

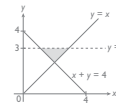
PENGATURCARAAN LINEAR LINEAR PROGRAMMING

10.1 Graf Ketaksamaan Linear

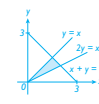
A. Bina dan lorek rantau yang memenuhi ketaksamaan yang diberikan dalam setiap yang berikut. Construct and shade the region that satisfies the given inequalities in each of the following.

CONTOH

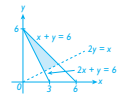
$y \geq x$, $y < 3$, $x + y \geq 4$



1. $y \leq x$, $x + y \leq 3$, $2y \geq x$

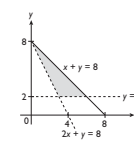


2. $x + y \leq 6$, $2x + y \geq 6$, $2y > x$



B. Cari ketaksamaan linear yang mentakrifkan rantau berlorek dalam setiap yang berikut. Find the linear inequalities which define the shaded region in each of the following.

CONTOH



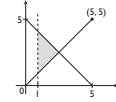
Persamaan garis lurus:
 $x + y = 8$
 $y = 2$
 $2x + y = 8$
 Ketaksamaan linear:
 $x + y \leq 8$
 $y \geq 2$
 $2x + y \geq 8$

1.



Ketaksamaan linear:
 $y \leq x$
 $x + y \geq 4$
 $x \leq 4$

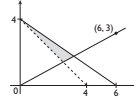
2.



Persamaan garis lurus:
 $x = 1$
 $y = x$
 $x + y = 5$

Ketaksamaan linear:
 $x > 1$
 $y \geq x$
 $x + y \leq 5$

3.

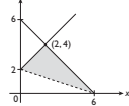


Persamaan garis lurus:
 $x + y = 4$
 $y = \frac{1}{2}x$
 $2x + 3y = 12$

Ketaksamaan linear:
 $x + y > 4$
 $y \geq \frac{1}{2}x$
 $2x + 3y \leq 12$

142

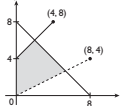
4.



Persamaan garis lurus:
 $y = x + 2$
 $x + y = 6$
 $x + 3y = 6$

Ketaksamaan linear:
 $y \leq x + 2$
 $x + y \leq 6$
 $x + 3y > 6$

5.



Persamaan garis lurus:
 $x = 0$
 $y = x + 4$
 $y = \frac{1}{2}x + 8$

Ketaksamaan linear:
 $x \geq 0$
 $y \leq x + 4$
 $y > \frac{1}{2}x + 8$

143

10.2 Pengaturcaraan Linear

A. Tulis semua ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua syarat yang diberi. Write all the inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the given conditions.

CONTOH

Harga sebuah buku latihan ialah 80 sen dan harga sebatang pen ialah RM1.20. Seorang murid membeli x buah buku latihan dan y batang pen. The price of an exercise book is 80 sen and the price of a pen is RM1.20. A student buys x exercise books and y pens.

I : Sekurang-kurangnya 5 batang pen dibeli.
At least 5 pens are bought.

II : Jumlah bilangan buku latihan dan pen yang dibeli mestilah tidak melebihi 13.
The total number of exercise books and pens bought must not exceed 13.

III : Wang yang dibelanjakan adalah selebih-lebihnya RM10.
The amount spent is at most RM10.

I : $y \geq 5$

II : $x + y \leq 13$

III : $80x + 120y \leq 1\ 000$ (RM10 = 1 000 sen)
 $2x + 3y \leq 25$

1. Harga sebuah mangga ialah RM1.80 dan harga sebuah epal ialah RM1.20. Puan Wong membeli x biji mangga dan y biji epal. The price of a mango is RM1.80 and the price of an apple is RM1.20. Mrs Wong has bought x mangoes and y apples.

I : Sekurang-kurangnya 8 biji mangga dibeli.
At least 8 mangoes are bought.

II : Jumlah bilangan mangga dan epal yang dibeli tidak melebihi 20 biji.
The total number of mangoes and apples bought is not more than 20.

III : Bilangan epal yang dibeli melebihi dua kali bilangan mangga yang dibeli.
The number of apples bought exceeds two times the number of mangoes bought.

IV : Wang yang dibelanjakan adalah selebih-lebihnya RM30.
The amount spent is at most RM30.

I : $x \geq 8$

II : $x + y \leq 20$

III : $y > 2x$

IV : $180x + 120y \leq 3\ 000$
 $3x + 2y \leq 50$

143

2. Sebuah kedai roti menjual dua jenis roti, iaitu roti A dan roti B. Sebuku roti A berharga RM1.80 manakala sebuku roti B berharga RM1.50. Bilangan roti A dan roti B yang dijual masing-masing ialah x buku dan y buku. A bakery sells two types of bread, bread A and bread B. A loaf of bread A costs RM1.80 while a loaf of bread B costs RM1.50. The number of loaves of bread A and bread B sold are x and y respectively.

I : Jumlah bilangan roti yang dijual adalah kurang daripada 450 buku.
The total number of loaves of bread sold is less than 450.

II : Jumlah bilangan roti yang dijual adalah kurang sekurang-kurangnya RM200.
The total sales of the two types of bread are at least RM200.

III : Jumlah jualan dua jenis roti itu adalah sekurang-kurangnya RM200.
The total sales of the two types of bread are at least RM200.

IV : $1.8x \leq 80$
 $9x \leq 400$

II : $x + y < 450$

III : $1.8x + 1.5y \geq 200$
 $18x + 15y \geq 2\ 000$

B. Selesaikan masalah berikut. Solve the following problems.

CONTOH

Kos pengeluaran dua jenis kek, A dan B, masing-masing ialah 50 sen dan 70 sen sekeping. Sebuah kilang mengeluarkan x keping kek A dan y keping kek B. Tentukan satu fungsi objektif untuk jumlah kos pengeluaran. The production costs of two types of cakes, A and B, are 50 sen and 70 sen per piece respectively. A factory produces x pieces of cake A and y pieces of cake B. Form an objective function for the total cost of the production.

Kos bagi x keping kek A = $50x$

Kos bagi y keping kek B = $70y$

Fungsi objektif, $k = 50x + 70y$

3. Andrew mempunyai sebilangan duit syiling yang bernilai RM90. Dia mempunyai sekurang-kurangnya RM15 duit syiling 20 sen dan sekurang-kurangnya RM40 duit syiling 50 sen. Bilangan duit syiling 50 sen adalah melebihi dua kali bilangan duit syiling 20 sen. Bilangan duit syiling 20 sen ialah x keping dan bilangan duit syiling 50 sen ialah y keping. Andrew has RM90 in coins. He has at least RM15 in 20 sen coins and at least RM40 in 50 sen coins. The number of 50 sen coins is more than two times the number of 20 sen coins. The number of 20 sen coins is x and the number of 50 sen coins is y .

I : $20x \geq 1\ 500$
 $x \geq 75$

II : $50y \geq 4\ 000$
 $y \geq 80$

III : $y > 2x$

IV : $20x + 50y \leq 9\ 000$
 $2x + 5y \leq 900$

1. Linda membeli x buah kalkulator dan y buah jam sebagai hadiah untuk suatu pertandingan. Harga sebuah kalkulator dan sebuah jam masing-masing ialah RM35 dan RM45. Tentukan satu fungsi objektif untuk jumlah perbelanjaan. Linda buys x units of calculators and y units of clocks as prizes for a competition. The costs of a calculator and a clock are RM35 and RM45 respectively. Form an objective function for the total expenditure.

Harga bagi x buah kalkulator = $RM35x$

Harga bagi y buah jam = $RM45y$

Fungsi objektif, $k = 35x + 45y$

144

2. Seorang usahawan ingin menghasilkan x unit robot model A dan y unit robot model B. Kos pengeluaran seunit robot model A dan seunit robot model B masing-masing ialah RM80 dan RM120. Bentukkan satu fungsi objektif untuk jumlah kos pengeluaran.

$Kos\ bagi\ x\ unit\ robot\ model\ A = RM80x$
 $Kos\ bagi\ y\ unit\ robot\ model\ B = RM120y$
 $Fungsi\ objektif,\ k = 80x + 120y$

4. Upah harian untuk pekerja mahir dan pekerja tidak mahir masing-masing ialah RM80 dan RM45. Seorang kontraktor mengupah x orang pekerja mahir dan y orang pekerja tidak mahir. Bentukkan satu fungsi objektif untuk jumlah upah pekerja itu.

$Upah\ harian\ bagi\ x\ orang\ pekerja\ mahir = RM80x$
 $Upah\ harian\ bagi\ y\ orang\ pekerja\ tidak\ mahir = RM45y$
 $Fungsi\ objektif,\ k = 80x + 45y$

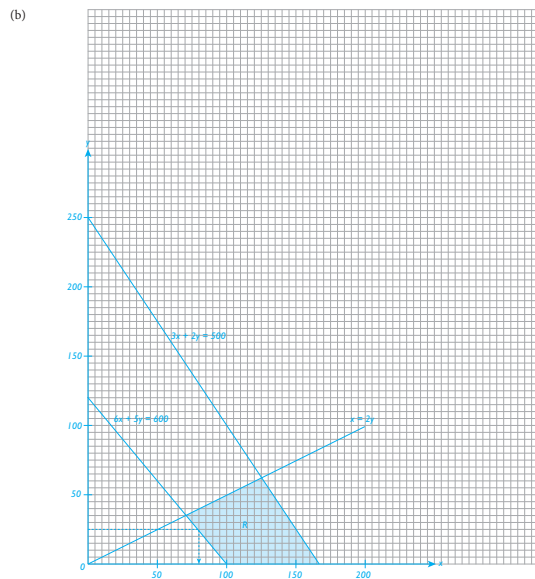
3. Kos operasi untuk dua jenis mesin, P dan Q, masing-masing ialah RM40 dan RM60 sehari. Sebuah kilang mempunyai x unit mesin P dan y unit mesin Q. Bentukkan satu fungsi objektif untuk jumlah kos operasi sehari.

$Kos\ operasi\ sehari\ bagi\ x\ unit\ mesin\ P = RM40x$
 $Kos\ operasi\ sehari\ bagi\ y\ unit\ mesin\ Q = RM60y$
 $Fungsi\ objektif,\ k = 40x + 60y$

5. Sebuah kedai menjual x unit peti sejuk dan y unit televisyen pada suatu bulan tertentu. Keuntungan yang diperoleh daripada jualan setiap unit peti sejuk dan televisyen itu masing-masing ialah RM250 dan RM200. Bentukkan satu fungsi objektif untuk jumlah keuntungan.

$Keuntungan\ daripada\ jualan\ x\ unit\ peti\ sejuk = RM250x$
 $Keuntungan\ daripada\ jualan\ y\ unit\ televisyen = RM200y$
 $Fungsi\ objektif,\ k = 250x + 200y$

145



147

C. Selesaikan setiap masalah berikut dengan menggunakan kertas graf.

Solve each of the following problems by using graph paper.

21 (a), (b), (c), (d)

1. Sebuah koperasi sekolah membeli baju sekolah dan kemeja-T daripada seorang pembekal masing-masing dengan harga RM12 dan RM8 sehela. Koperasi sekolah itu mempunyai modal RM2 000. Bilangan baju sekolah yang dijual mestilah sekurang-kurangnya dua kali bilangan kemeja-T yang dijual. Baju sekolah dan kemeja-T itu masing-masing dijual dengan harga RM18 dan RM13 sehela. Jumlah keuntungan yang diperoleh mestilah tidak kurang daripada RM600. Diberi koperasi sekolah itu menjual x helai baju sekolah dan y helai kemeja-T.

A school cooperative buys school shirts and T-shirts from a supplier at RM12 and RM8 per unit respectively. The school cooperative has an allocation of RM2 000. The number of school shirts sold must be at least two times the number of T-shirts sold. The school shirts and T-shirts are sold at RM18 and RM13 per unit respectively. The total profit earned must not be less than RM600. Given the school cooperative has sold x school shirts and y T-shirts.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua syarat itu.
 Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the conditions.

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 50 helai baju pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua syarat itu.
 Using a scale of 2 cm to 50 shirts on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the conditions.

(c) Berdasarkan graf di (b), cari

- Based on the graph in (b), find
 (i) bilangan maksimum kemeja-T yang dijual.
 the maximum number of T-shirts sold.
 (ii) jumlah keuntungan minimum jika 25 helai kemeja-T dijual.
 the minimum total profit if 25 T-shirts are sold.

(a) I : $12x + 8y \leq 2000$
 II : $3x + 2y \geq 500$

III : $x \geq 2y$

Based on the graph in (b), find
 (i) bilangan maksimum kemeja-T yang dijual.
 the maximum number of T-shirts sold.
 (ii) jumlah keuntungan minimum jika 25 helai kemeja-T dijual.
 the minimum total profit if 25 T-shirts are sold.

- (c) (i) Bilangan maksimum kemeja-T = 62

(ii) Apabila $y = 25$, nilai minimum $x = 80$

Jumlah keuntungan minimum = $6(80) + 5(25)$
 = RM605

146

2. Sebuah kilang menyediakan x buah bas panjang dan y buah bas pendek untuk pengangkutan pekerja. Kilang itu mempunyai 600 orang pekerja. Muatan untuk sebuah bas panjang dan sebuah bas pendek masing-masing ialah 40 orang dan 30 orang. Diberi bilangan bas panjang adalah selebih-lebihnya 12 buah dan jumlah bilangan bas yang disediakan tidak melebihi 20 buah.

A factory provides x big buses and y small buses for workers. The factory has 600 workers. The capacities of a big bus and a small bus are 40 and 30 passengers respectively. Given the number of big buses is at most 12 and the total number of buses is not more than 20.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua syarat itu.
 Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the conditions.

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 buah bas pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua syarat itu.
 Using a scale of 2 cm to 5 buses on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the conditions.

(c) Berdasarkan graf di (b), tentukan kos operasi minimum dan maksimum dalam sehari jika kos operasi sehari untuk sebuah bas panjang dan sebuah bas pendek masing-masing ialah RM300 dan RM200.

Based on the graph in (b), determine the daily minimum and maximum operation costs if the daily operation costs for a big bus and a small bus are RM300 and RM200 respectively.

(a) I : $40x + 30y \geq 600$
 II : $x \leq 12$
 III : $x + y \leq 20$

II : $x \leq 12$

III : $x + y \leq 20$

(c) Kos operasi ialah $k = 300x + 200y$.

Katakan $k = 1\ 200$

$300x + 200y = 1\ 200$

$3x + 2y = 12$

Lukis garis $3x + 2y = 12$ sebagai rujukan.

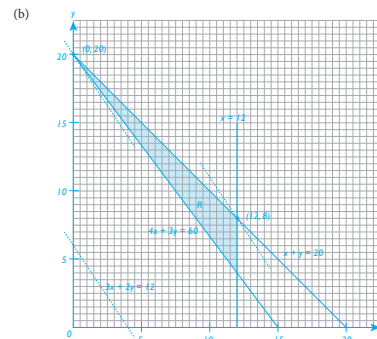
Daripada graf, titik optimum ialah (0, 20) dan (12, 8).

Kos operasi minimum = $300(0) + 200(20)$

= RM4 000

Kos operasi maksimum = $300(12) + 200(8)$

= RM5 200



148

PRAKTIK FORMAL Kertas 2

ANALISIS SOALAN SPM					
Subtopik	2013	2014	2015	2016	
10.1	-	-	-	-	-
10.2	S. 15	S. 14	S. 13	S. 13	

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Daniel ingin menutup lantai sebuah bilik dengan jubin. Lantai itu akan ditutup dengan dua jenis jubin, P dan Q. Bilangan jubin jenis P ialah x keping dan bilangan jubin jenis Q ialah y keping. Kerja-kerja menutup lantai itu dengan jubin adalah berdasarkan kekangan berikut:
Daniel wishes to tile the floor of a room. The floor is to be tiled with two types of tiles, P and Q. The number of tiles of type P is x and the number of tiles of type Q is y . The tiling works are based on the following constraints:
- I : Bilangan jubin jenis Q adalah tidak melebihi 3 kali bilangan jubin jenis P.
The number of tiles of type Q is not more than 3 times the number of tiles of type P.
- II : Bilangan jubin jenis Q adalah sekurang-kurangnya $\frac{1}{3}$ daripada bilangan jubin jenis P.
The number of tiles of type Q is at least $\frac{1}{3}$ of the number of tiles of type P.
- III : Jumlah masa yang diperuntukkan untuk kerja menutup lantai itu adalah melebihi-lebihnya 10 jam. Purata masa untuk menutup lantai dengan sekeping jubin jenis P ialah 15 minit dan purata masa untuk menutup lantai dengan sekeping jubin jenis Q ialah 10 minit.
The total time allocated for the tiling works is at most 10 hours. The average time of laying a tile of type P is 15 minutes and the average time of laying a tile of type Q is 10 minutes.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints. [3]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 keping jubin pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memuaskan semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 5 tiles on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints. [3]
- (c) Gunakan graf yang dibina di (b) untuk mencari
Use the graph constructed in (b) to find
(i) bilangan minimum jubin jenis Q jika bilangan jubin jenis P ialah 27 keping.
the minimum number of tiles of type Q if the number of tiles of type P is 27.
(ii) perbelanjaan maksimum untuk menutup lantai itu jika harga menutup lantai dengan sekeping jubin jenis P ialah RM20 dan harga untuk menutup lantai dengan sekeping jubin jenis Q ialah RM28.
the maximum expenditure for tiling the floor if the price of laying a tile of type P is RM20 and the price of laying a tile of type Q is RM28. [4]
- (a) I : $y \leq 3x$
II : $y \geq \frac{1}{3}x$
III : $15x + 10y \leq 10(60)$
 $15x + 10y \leq 600$
 $3x + 2y \leq 120$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 163.
- (c) (i) Daripada graf, apabila $x = 27$, nilai minimum $y = 9$.
Bilangan minimum jubin jenis Q ialah 9 keping.
(ii) Fungsi objektif ialah $20x + 28y$.
Katakan $20x + 28y = 140$
 $5x + 7y = 35$
Daripada graf, titik optimum ialah (14, 39).
Perbelanjaan maksimum = $20(14) + 28(39)$
= RM1 372

149

2. Seorang tukang kayu membuat dua jenis perabot, meja dan kerusi. Dalam seminggu, dia membuat x buah meja dan y buah kerusi. Dia mempunyai modal sebanyak RM4 800. Penghasilan perabot adalah berdasarkan kekangan berikut:
A carpenter makes two types of furniture, table and chair. In a week, he makes x tables and y chairs. He has a capital of RM4 800. The production of furniture is based on the following constraints:

- I : Kos membuat sebuah meja ialah RM80 dan sebuah kerusi ialah RM60.
The cost of making a table is RM80 and a chair is RM60.
- II : Jumlah bilangan minimum meja dan kerusi yang dihasilkan ialah 40 buah.
The minimum total number of tables and chairs made is 40.
- III : Bilangan kerusi mesti sekurang-kurangnya 75% daripada bilangan meja.
The number of chairs must be at least 75% of the number of tables.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints. [3]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 buah perabot pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 10 units of furniture on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints. [3]
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
Using the graph constructed in (b), find
(i) bilangan minimum kerusi yang dihasilkan jika 15 buah meja dihasilkan.
the minimum number of chairs made if 15 tables are made.
(ii) jumlah keuntungan maksimum yang diperoleh jika keuntungan sebuah meja ialah RM50 dan keuntungan sebuah kerusi ialah RM25.
the maximum profit obtained if the profit for a table is RM50 and the profit for a chair is RM25. [4]
- (a) I : $80x + 60y \leq 4800$
 $4x + 3y \leq 240$
II : $x + y \geq 40$
III : $y \geq \frac{3}{4}x$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 163.
- (c) (i) Daripada graf, apabila $x = 15$, $y = 25$.
Bilangan minimum kerusi ialah 25 buah.
(ii) Fungsi objektif ialah $50x + 25y$.
Katakan $50x + 25y = 500$
 $2x + y = 20$
Daripada graf, titik optimum ialah (38, 29).
Jumlah keuntungan maksimum = $50(38) + 25(29)$
= RM2 625

150

3. Seorang pengusaha bot menyediakan x perjalan ke Pulau P dan y perjalan ke Pulau Q setiap hari. Perkhidmatan yang disediakan adalah berdasarkan kekangan berikut:
A tourist boat operator provides x trips to island P and y trips to island Q per day. The service provided is based on the following constraints:

- I : Jumlah bilangan perjalan yang disediakan tidak lebih daripada 18.
The total number of trips provided is not more than 18.
- II : Bilangan perjalan ke Pulau P adalah tidak lebih lima kali bilangan perjalan ke Pulau Q.
The number of trips to island P is not more than five times the number of trips to island Q.
- III : Tambang satu perjalan ke Pulau P ialah RM50 dan tambang satu perjalan ke Pulau Q ialah RM40. Jumlah pungutan tambang setiap hari adalah tidak kurang daripada RM400.
The fare per trip to island P is RM50 and the fare per trip to island Q is RM40. The total fare collection per day is not less than RM400.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints. [3]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 2 perjalan pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 2 trips on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints. [3]
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
Using the graph constructed in (b), find
(i) bilangan minimum perjalan ke Pulau Q jika 10 perjalan ke Pulau P disediakan setiap hari.
the minimum number of trips to island Q if 10 trips to island P are provided per day.
(ii) jumlah keuntungan maksimum sehari jika keuntungan bagi satu perjalan ke Pulau P ialah RM40 dan keuntungan bagi satu perjalan ke Pulau Q ialah RM30.
the maximum total profit per day if the profit per trip to island P is RM40 and the profit per trip to island Q is RM30. [4]
- (a) I : $x + y \leq 18$
II : $x \leq 5y$
III : $50x + 40y \geq 400$
 $5x + 4y \geq 40$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 163.
- (c) (i) Apabila $x = 10$, nilai minimum $y = 2$.
Bilangan minimum perjalan ke Pulau Q ialah 2.
(ii) Fungsi objektif ialah $40x + 30y$.
Katakan $40x + 30y = 120$
 $4x + 3y = 12$
Daripada graf, titik optimum ialah (15, 3).
Keuntungan maksimum = $40(15) + 30(3)$
= RM690

151

4. Sebuah sekolah hendak membeli dua jenis meja, P dan Q, untuk perpustakaan. Harga bagi sebuah meja jenis P ialah RM300 dan sebuah meja jenis Q ialah RM200. Keluasan permukaan meja jenis P ialah 2 m^2 dan meja jenis Q ialah 4 m^2 . Sekolah tersebut membeli x buah meja jenis P dan y buah meja jenis Q. Pembelian meja adalah berdasarkan kekangan berikut:
A school wants to buy two types of tables, P and Q, for its library. The price of a table of type P is RM300 and a table of type Q is RM200. The area of a table top of type P is 2 m^2 and type Q is 4 m^2 . The school buys x tables of type P and y tables of type Q. The purchase of the tables is based on the following constraints:

- I : Jumlah keluasan permukaan meja tidak kurang daripada 40 m^2 .
The total area of the tables is not less than 40 m^2 .
- II : Jumlah wang yang diperuntukkan ialah RM6 000.
The amount of money allocated is RM6 000.
- III : Bilangan meja jenis Q adalah melebihi-lebihnya tiga kali bilangan meja jenis P.
The number of type Q table is at most three times the number of type P table.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints. [3]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 buah meja pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 5 tables on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints. [3]
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
Using the graph constructed in (b), find
(i) julat bagi bilangan meja jenis P jika 10 buah meja jenis Q dibeli, the range of the number of type P table if 10 of type Q tables are bought.
(ii) bilangan maksimum murid yang dapat menggunakan meja-meja pada masa tertentu jika sebuah meja jenis P dapat menampung 3 orang murid dan sebuah meja jenis Q dapat menampung 6 orang murid.
the maximum number of students that can use the tables at a time if a type P table can accommodate 3 students and a type Q table can accommodate 6 students. [4]
- (a) I : $2x + 4y \geq 40$
 $x + 2y \geq 20$
II : $300x + 200y \leq 6000$
 $3x + 2y \leq 60$
III : $y \leq 3x$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 163.
- (c) (i) Apabila $y = 10$, $3 \leq x \leq 13$
(ii) Fungsi objektif ialah $3x + 6y$.
Katakan $3x + 6y = 18$.
Daripada graf, titik optimum ialah (7, 19).
Bilangan maksimum murid = $3(7) + 6(19)$
= 135 orang

152

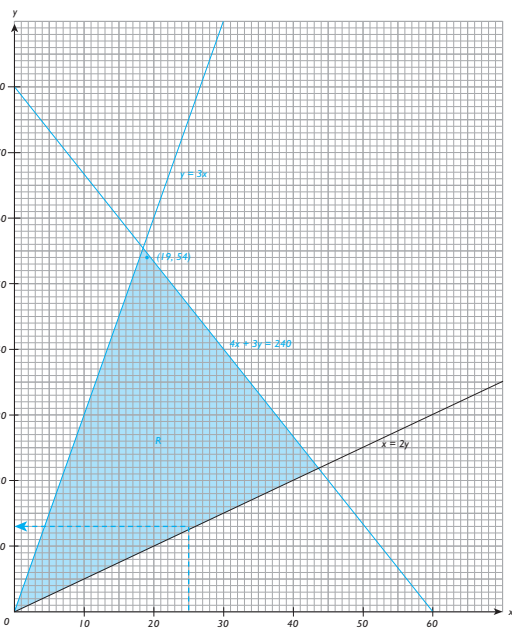
5. Sebuah kedai menjual dua jenis kipas angin, P dan Q. Keuntungan yang diperoleh daripada jualan seunit kipas angin jenis P ialah RM8 dan daripada seunit kipas angin jenis Q ialah RM6. Kedai itu menjual x unit kipas angin jenis P dan y unit kipas angin jenis Q berdasarkan kekangan berikut:

- A shop sells two types of electrical fans, P and Q. The profit made from the sale of a unit of electrical fan of type P is RM8 and a unit of electrical fan of type Q is RM6. The shop sells x units of type P electrical fan and y units of type Q electrical fan based on the following constraints:
- I : Bilangan maksimum kipas angin di kedai itu ialah 180 unit.
The maximum number of electrical fans in the shop is 180.
 - II : Bilangan kipas angin jenis Q adalah sekurang-kurangnya $\frac{4}{5}$ daripada bilangan kipas angin jenis P.
The number of electrical fan of type Q is at least $\frac{4}{5}$ of the number of electrical fan of type P.
 - III : Jumlah keuntungan adalah sekurang-kurangnya RM480.
The total profit is at least RM480.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints. [3]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 20 unit kipas angin pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 20 units of electrical fans on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints. [3]
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
Using the graph constructed in (b), find

- (i) bilangan minimum kipas angin jenis P yang dijual jika 48 unit kipas angin jenis Q telah dijual.
the minimum number of electrical fans of type P sold if 48 electrical fans of type Q are sold.
- (ii) keuntungan maksimum yang dapat diperoleh.
the maximum profit that can be obtained. [4]
- (a) I : $x + y \leq 180$
II : $y \geq \frac{4}{5}x$
III : $8x + 6y \geq 480$
 $4x + 3y \geq 240$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 164.
- (c) (i) Apabila $y = 48$, nilai minimum $x = 24$.
Maka, bilangan minimum kipas angin jenis P yang dijual = 24 unit.
(ii) Daripada graf, titik optimum ialah (100, 80).
Keuntungan maksimum
= $8(100) + 6(80)$
= RMI 280

153



6. Sebuah kedai buku membeli x buah kalkulator dan y kotak geometri daripada pemborong. Harga sebuah kalkulator dan harga sekotak geometri masing-masing ialah RM40 dan RM30. Pembelian kalkulator dan geometri tersebut adalah berdasarkan tiga kekangan, dua daripada kekangan itu adalah seperti berikut:

- A bookshop buys x calculators and y geometry boxes from a wholesaler. The price of a calculator and a geometry box is RM40 and RM30 respectively. The purchase of the calculator and the geometry box is based on three constraints, two of the constraints are as follows:
- I : Jumlah peruntukan ialah RM2 400.
The total allocation is RM2 400.
 - III : Bilangan kotak geometri tidak melebihi 3 kali bilangan kalkulator.
The number of geometry boxes is not more than 3 times the number of calculators.

- (a) Tulis dua ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi dua kekangan tersebut.
Write two inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy the two constraints. [2]
- (b) Kekangan ketiga diwakili oleh rantau berlorek pada graf di halaman 155. Tulis kekangan itu dalam perkataan.
The third constraint is represented by the shaded region in the graph on page 155. Write the constraint in words. [1]
- (c) Pada graf di halaman 155, bina dan lorek rantau R yang memenuhi ketiga-tiga kekangan itu.
In the graph on page 155, construct and shade the region R which satisfies all the three constraints. [3]
- (d) Dengan menggunakan graf yang dibina di (c), cari
Using the graph constructed in (c), find

- (i) bilangan minimum kotak geometri jika bilangan kalkulator ialah 25 buah.
the minimum number of geometry boxes if the number of calculators is 25.
- (ii) jumlah maksimum bilangan kalkulator dan kotak geometri yang boleh dibeli.
the maximum total number of calculators and geometry boxes that can be purchased. [4]
- (a) I : $40x + 30y \leq 2400$
 $4x + 3y \leq 240$
II : $y \leq 3x$
- (b) Bilangan kalkulator tidak melebihi 2 kali bilangan kotak geometri.
- (d) (i) Apabila $x = 25$, nilai minimum $y = 13$.
Bilangan minimum kotak geometri ialah 13.
(ii) Daripada graf, titik optimum ialah (19, 54).
Maka, jumlah maksimum bilangan kalkulator dan kotak geometri yang boleh dibeli
= $19 + 54$
= 73

154

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif: Mengaplikasi dan Menganalisis
Konteks: Pengaturcaraan Linear

Seorang tukang jahit menghasilkan x helai baju dan y buah beg dalam sehari. Jadual di bawah menunjukkan masa penyediaan dan masa menjahit bagi sehelai baju dan sebuah beg.
A tailor produces x shirts and y bags in a day. The table shows the time of preparation and sewing for a shirt and a bag.

Barang Item	Masa penyediaan (minit) Time of preparation (minutes)	Masa menjahit (minit) Time of sewing (minutes)
Baju/Shirt	40	36
Beg/Bag	20	45

- Penghasilan baju dan beg dalam sehari adalah berdasarkan kekangan berikut:
The production of the shirts and bags in a day is based on the following constraints:
- I : Jumlah masa penyediaan dalam sehari tidak melebihi 4 jam.
The total time of preparation in a day does not exceed 4 hours.
 - II : Jumlah masa menjahit adalah selebih-lebihnya 6 jam dalam sehari.
The total time of sewing is at most 6 hours in a day.
 - III : Bilangan minimum beg yang dihasilkan adalah 50% daripada bilangan baju yang dihasilkan.
The minimum number of bags produced is 50% of the number of shirts produced.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the above constraints.
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 barang pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memuaskan semua kekangan di atas.
Using a scale of 2 cm to 1 item on both axes, construct and shade the region R which satisfies all the above constraints.
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
Using the graph constructed in (b), find
- (i) julat bagi bilangan beg yang dihasilkan apabila bilangan maksimum baju telah dihasilkan.
the range of the number of bags produced when the maximum number of shirts is produced.
- (ii) kos maksimum jika kos sehelai baju ialah RM25 dan kos sebuah beg ialah RM20.
the maximum cost if the cost of a shirt is RM25 and the cost of a bag is RM20.

Info KBAT

Pastikan unit di kedua-dua belah ketaksamaan adalah sama.
Ensure that the units on both sides of the inequalities are the same.

- (a) I : 4 jam = 240 minit
 $40x + 20y \leq 240$
II : 6 jam = 360 minit
 $36x + 45y \leq 360$
III : $y \geq 50\%$ daripada x
 $y \geq \frac{1}{2}x$
- (b) Rujuk JAWAPAN di muka surat 164.
- (c) (i) Nilai maksimum bagi x ialah 4.
Apabila $x = 4$, julat nilai y ialah $2 \leq y \leq 4$.
(ii) Fungsi objektif ialah $25x + 20y$ dan titik optimum ialah (4, 4).
Kos maksimum
= $25(4) + 20(4)$
= RM180

156