



1.1 Nombor dalam Asas Dua, Asas Lapan dan Asas Lima

A. Nyatakan nilai bagi digit yang bergaris dalam setiap nombor berikut.
State the value of the underlined digit in each of the following numbers.

Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit	Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit
CONTOH 10110 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 0 & \underline{1} & 1 & 0 \end{array}$ $1 \times 2^2 = 1 \times 4 = 4$	1. 10101 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \underline{1} & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$ $1 \times 2^4 = 1 \times 16 = 16$
2. 11011 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & 0 & \underline{1} & \underline{1} \end{array}$ $1 \times 2^0 = 1 \times 1 = 1$	3. 111010 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & \underline{1} & 0 & 1 & 0 \end{array}$ $1 \times 2^3 = 1 \times 8 = 8$
4. 110110 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & 0 & \underline{1} & 1 & 0 \end{array}$ $1 \times 2^2 = 1 \times 4 = 4$	5. 101010 ₂	$\begin{array}{ccccc} 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ \underline{1} & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$ $1 \times 2^5 = 1 \times 32 = 32$

B. Nyatakan nilai bagi digit yang bergaris dalam setiap nombor berikut.
State the value of the underlined digit in each of the following numbers.

Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit	Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit
CONTOH 1475 ₅	$\begin{array}{cccc} 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 1 & \underline{4} & 7 & \underline{5} \end{array}$ $5 \times 8^0 = 5 \times 1 = 5$	1. 2156 ₆	$\begin{array}{cccc} 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 2 & 1 & \underline{5} & \underline{6} \end{array}$ $6 \times 8^0 = 6 \times 1 = 6$
2. 73 ₈	$\begin{array}{cc} 8^1 & 8^0 \\ \underline{7} & 3 \end{array}$ $7 \times 8^1 = 7 \times 8 = 56$	3. 1640 ₈	$\begin{array}{cccc} 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 1 & \underline{6} & 4 & 0 \end{array}$ $6 \times 8^2 = 6 \times 64 = 384$
4. 507 ₈	$\begin{array}{ccc} 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ \underline{5} & 0 & 7 \end{array}$ $5 \times 8^2 = 5 \times 64 = 320$	5. 614732 ₈	$\begin{array}{cccccc} 8^5 & 8^4 & 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 6 & \underline{1} & 4 & 7 & 3 & 2 \end{array}$ $1 \times 8^4 = 1 \times 4096 = 4096$

1

E. Tulis setiap yang berikut sebagai nombor dalam asas dua.
Write each of the following as a number in base two.

CONTOH $2^4 + 2^2 + 2^1$ $= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 10110_2$	1. $2^3 + 2^2 + 2$ $= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 1110_2$
2. $2^5 + 2^1 + 1$ $= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ $= 100011_2$	3. $2^4 + 2^3 + 2$ $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 11010_2$
4. $2^6 + 2^3 + 2^2 + 2$ $= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 1001110_2$	5. $2(2^4 + 1)$ $= 2^5 + 2$ $= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ $= 100010_2$

F. Tulis setiap yang berikut sebagai nombor dalam asas lapan.
Write each of the following as a number in base eight.

CONTOH $8^3 + 4 \times 8^2 + 7$ $= 1 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 7 \times 8^0$ $= 1407_8$	1. $8^3 + 5$ $= 1 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 5 \times 8^0$ $= 1005_8$
2. $6 \times 8^2 + 1 \times 8 + 5$ $= 6 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 5 \times 8^0$ $= 615_8$	3. $7 \times 8^4 + 6 \times 8 + 1$ $= 7 \times 8^4 + 0 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 1 \times 8^0$ $= 70061_8$
4. $8(8^3 + 2 \times 8 + 3)$ $= 8^4 + 2 \times 8^2 + 3 \times 8$ $= 1 \times 8^4 + 0 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 0 \times 8^0$ $= 10230_8$	5. $3 \times 8^4 + 4 \times 8^2 + 1$ $= 3 \times 8^4 + 0 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0$ $= 30401_8$

3

C. Nyatakan nilai bagi digit yang bergaris dalam setiap nombor berikut.
State the value of the underlined digit in each of the following numbers.

Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit	Nombor Number	Nilai digit yang bergaris Value of the underlined digit
CONTOH 2043 ₅	$\begin{array}{cccc} 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ \underline{2} & 0 & 4 & 3 \end{array}$ $2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$	1. 4230 ₅	$\begin{array}{cccc} 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ 4 & 2 & \underline{3} & 0 \end{array}$ $3 \times 5^1 = 3 \times 5 = 15$
2. 32 ₅	$\begin{array}{cc} 5^1 & 5^0 \\ 3 & \underline{2} \end{array}$ $2 \times 5^0 = 2 \times 1 = 2$	3. 21032 ₅	$\begin{array}{ccccc} 5^4 & 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 2 \end{array}$ $0 \times 5^2 = 0 \times 25 = 0$
4. 4231 ₅	$\begin{array}{cccc} 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ 4 & \underline{2} & 3 & 1 \end{array}$ $2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$	5. 30141 ₅	$\begin{array}{cccc} 5^4 & 5^3 & 5^2 & 5^1 & 5^0 \\ 3 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{array}$ $3 \times 5^4 = 3 \times 625 = 1875$

D. Cerakinkan setiap nombor berikut.

Write each of the following in expanded notation.

CONTOH (a) $101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$	(b) $3274_8 = 3 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 4 \times 8^0$
$\begin{array}{ccc} 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{cccc} 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 3 & 2 & 7 & 4 \end{array}$
1. $1011_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$	2. $10101_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
$\begin{array}{cccc} 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{ccccc} 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$
3. $2576_8 = 2 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 6 \times 8^0$	4. $52417_8 = 5 \times 8^4 + 2 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 7 \times 8^0$
$\begin{array}{cccc} 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 2 & 5 & 7 & 6 \end{array}$	$\begin{array}{ccccc} 8^4 & 8^3 & 8^2 & 8^1 & 8^0 \\ 5 & 2 & 4 & 1 & 7 \end{array}$
5. $400211_5 = 4 \times 5^5 + 0 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 1 \times 5^0$	6. $1312041_3 = 1 \times 3^6 + 3 \times 3^5 + 1 \times 3^4 + 2 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 4 \times 3^1 + 1 \times 3^0$

2

G. Tulis setiap yang berikut sebagai nombor dalam asas lima.
Write each of the following as a number in base five.

CONTOH $3 \times 5^3 + 4 \times 5 + 2$ $= 3 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 2 \times 5^0$ $= 3042_5$	1. $4 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 3 \times 5 + 1$ $= 4 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 1 \times 5^0$ $= 4131_5$
2. $5^4 + 5^2 + 3$ $= 1 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 0 \times 5^1 + 3 \times 5^0$ $= 10103_5$	3. $3 \times 5^4 + 4 \times 5^2 + 2$ $= 3 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 0 \times 5^1 + 2 \times 5^0$ $= 30402_5$
4. $5(5^3 + 3)$ $= 5^4 + 3 \times 5$ $= 1 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 0 \times 5^0$ $= 10030_5$	5. $3 \times 5^4 + 5^2 + 4 \times 5 + 2$ $= 3 \times 5^4 + 0 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 2 \times 5^0$ $= 30142_5$

H. Tukarkan setiap nombor berikut kepada nombor dalam asas sepuluh.
Convert each of the following numbers to a number in base ten.

CONTOH (a) $1011_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ $= 8 + 0 + 2 + 1$ $= 11_{10}$	(b) $613_8 = 6 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 3 \times 8^0$ $= 6 \times 64 + 1 \times 8 + 3 \times 1$ $= 384 + 8 + 3$ $= 395_{10}$
Tekanan/Press: MODE MODE (BASE) 3 1 0 1 1 BIN DEC	Tekanan/Press: MODE MODE (BASE) 3 6 1 3 OCT DEC
1. $100111_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ $= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ $= 1 \times 32 + 0 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$ $= 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1$ $= 39_{10}$	2. $57_8 = 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0$ $= 5 \times 8 + 7 \times 1$ $= 40 + 7$ $= 47_{10}$
3. $234_5 = 2 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0$ $= 2 \times 25 + 3 \times 5 + 4 \times 1$ $= 50 + 15 + 4$ $= 69_{10}$	4. $2075_8 = 2 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 5 \times 8^0$ $= 2 \times 512 + 0 \times 64 + 7 \times 8 + 5 \times 1$ $= 1024 + 0 + 56 + 5$ $= 1085_{10}$

4

13. Tukarkan $1 \times 8^3 + 7 \times 8$ kepada satu nombor dalam asas lapan.
Convert $1 \times 8^3 + 7 \times 8$ to a number in base eight.
A 107₈
B 1007₈
C 1070₈
D 1700₈

14. Ungkapkan $5^4 + 5 \times 1$ sebagai satu nombor dalam asas lima.
Express $5^4 + 5 \times 1$ as a number in base five.
A 10010₅
B 10401₅
C 40010₅
D 40040₅

15. Diberi $P_5 = 5(5^5 + 5^3 + 5^1)$, cari bilangan digit dalam nombor P_5 .
Given that $P_5 = 5(5^5 + 5^3 + 5^1)$, find the number of digits in number P_5 .
A 3
B 5
C 6
D 7

16. Diberi $p_8 = 10101_2$, dengan p ialah satu integer, cari nilai p .
Given $p_8 = 10101_2$, where p is an integer, find the value of p .
A 21
B 25
C 53
D 54

17. Diberi $k_8 = 1010111_2$, dengan k ialah satu integer, cari nilai k .
Given $k_8 = 1010111_2$, where k is an integer, find the value of k .
A 105
B 117
C 127
D 156

18. Nyatakan nilai digit 3 bagi nombor 44321_5 dalam asas sepuluh.
State the value of digit 3 in the number 44321_5 in base ten.
A 125
B 100
C 90
D 75

19. Tukarkan 1111101_2 kepada satu nombor dalam asas lapan.
Convert 1111101_2 into a number in base eight.
A 175₈
B 177₈
C 274₈
D 276₈

20. Diberi $4p_3$ ialah tiga digit nombor dalam asas lapan.
Cari nilai p jika $4p_3 = 100110011_2$.
Given $4p_3$ is a three-digit number in base eight. Find the value of p if $4p_3 = 100110011_2$.
A 2
B 3
C 4
D 6

21. Diberi $59_{10} < x_{10} < 75_{10}$, ungkapkan x_{10} dalam asas dua.
Given that $59_{10} < x_{10} < 75_{10}$, express x_{10} in base two.
A 111111₂
B 111100₂
C 110100₂
D 100011₂

22. $11010_2 - 101_2 =$
A 10101₂
B 10110₂
C 10111₂
D 11100₂

23. $1011011_2 - 10111_2 =$
A 1110010₂
B 1011110₂
C 1010101₂
D 1000100₂

24. $10001_2 - 1101_2 =$
A 100₂
B 101₂
C 110₂
D 111₂

25. $10100_2 - 110_2 =$
A 1000₂
B 1010₂
C 1110₂
D 1111₂

26. $10010_2 - 1001_2 =$
A 1001₂
B 1010₂
C 1011₂
D 1100₂

27. $10101_2 - 1011_2 =$
A 1100₂
B 1110₂
C 1010₂
D 1000₂

28. $101101_2 - 10011_2 =$
A 11100₂
B 111010₂
C 10011₂
D 10001₂

29. Diberi $x_2 + 10110_2 = 11010101_2$, cari nilai x .
Given that $x_2 + 10110_2 = 11010101_2$, find the value of x .
A 1000010
B 10111111
C 11100111
D 11110001

30. Diberi $260_8 = q_{10} - 6_{10}$, cari nilai q .
Given that $260_8 = q_{10} - 6_{10}$, find the value of q .
A 256
B 285
C 240
D 182

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Menilai/Evaluating
Konteks/Context: Asas Nombor/Number Bases

Rajah di bawah menunjukkan nombor pada odometer kereta Encik Adam yang mempunyai lapan nombor sahaja, iaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7.
The diagram shows the numbers on Encik Adam's car odometer which has only eight numbers, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 7.

0	7	6	3	5	7
---	---	---	---	---	---

Dia telah memandu keretanya ke suatu tempat yang jaraknya 129 km dari rumahnya. Apakah nombor yang akan tertera pada odometer kereta itu setelah dia sampai ke destinasi?
He drove his car to a place which is 129 km from his house. What number would be displayed on the car odometer when he reached his destination?
A 076486
B 076506
C 076558
D 076560

Jawapan/Answer:

8	129	Baki
8	161
8	20
	02

$076357_8 + 201_8 = 076560_8$ (D)

BAB 2 **GRAF FUNGSI II**
GRAPHS OF FUNCTIONS II

2.1 Graf Fungsi

FAKTA UTAMA

1. Fungsi linear
Linear function

Fungsi Function	$a > 0$	$a < 0$
$y = ax + c$		

2. Fungsi kuadratik
Quadratic function

Fungsi Function	$a > 0$	$a < 0$
$y = ax^2 + c$		

3. Fungsi kubik
Cubic function

Fungsi Function	$a > 0$	$a < 0$
$y = ax^3$		
$y = ax^3 + c$		

4. Fungsi salingan
Reciprocal function

Fungsi Function	$a > 0$	$a < 0$
$y = \frac{a}{x}$ $a \neq 0, x \neq 0$		

a, b dan c ialah pemalar.
 a, b and c are constants.
 c = pintasan-y
 c = y-intercept

A. Lengkapkan jadual dan lukis graf fungsi linear pada kertas graf yang disediakan.
Complete the tables and draw the graphs of linear functions on the graph papers provided.

CONTOH

$y = 3x + 6$

x	-1	0	3
y	3	6	15

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units

FAKTA UTAMA

Dua titik adalah mencukupi untuk melukis satu graf fungsi linear. Titik ketiga digunakan untuk menentukan sama ada graf melalui titik itu.
Two points are enough to draw a straight line graph. The third point is used to confirm if the graph passes through it.

1. $y = 8 - x$

x	0	2	8
y	8	6	0

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 2 unit
paksi-y: 2 cm kepada 2 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 2 units
y-axis: 2 cm to 2 units

2. $y = 4x - 3$

x	0	2	4
y	-3	5	13

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units

B. Lengkapi jadual dan lukis graf fungsi kuadrat pada kertas graf yang disediakan.
Complete the tables and draw the graphs of quadratic functions on the graph papers provided.

2.1 (RM)

CONTOH

$y = 2x^2 - 4x - 6$

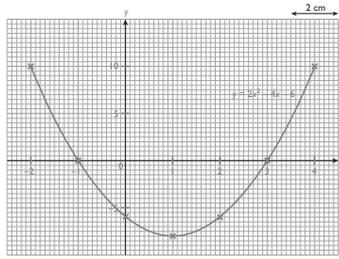
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	10	0	-6	-8	-6	0	10

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units

Sudut Kalkulator

Untuk mencari nilai y apabila diberi nilai x:
To find the values of y when given the values of x:

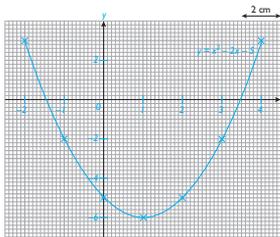
2	ALPHA	X	x ²	-	4	ALPHA	X	-	6
CALC	(=)	=							
CALC	(=)	=							



1. $y = x^2 - 2x - 5$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	3	-2	-5	-6	-5	-2	3

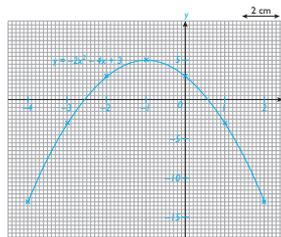
Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 2 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 2 units



2. $y = -2x^2 - 4x + 3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-13	-3	3	5	3	-3	-13

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units



13

C. Lengkapi jadual dan lukis graf fungsi kubik pada kertas graf yang disediakan.
Complete the tables and draw the graphs of cubic functions on the graph papers provided.

2.1 (RM)

CONTOH

$y = x^3 - 10x + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	15	12	3	-6	-9	0

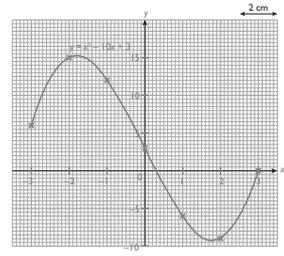
Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units

FAKTA UTAMA

$y = ax^3 + bx + c$

$a > 0$ 

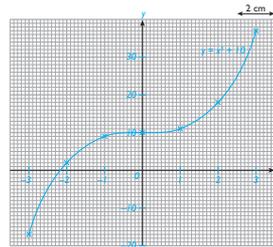
$a < 0$ 



1. $y = x^3 + 10$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-17	2	9	10	11	18	37

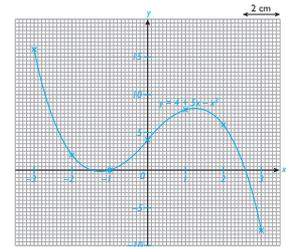
Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 10 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 10 units



2. $y = 4 + 5x - x^3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	16	2	0	4	8	6	-8

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units



14

D. Lengkapi jadual dan lukis graf fungsi salingan pada kertas graf yang disediakan.
Complete the tables and draw the graphs of reciprocal functions on the graph papers provided.

2.1 (RM)

CONTOH

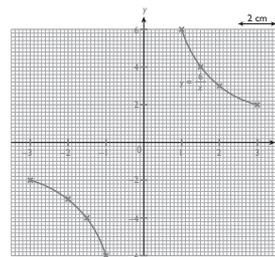
$y = \frac{6}{x}$

x	-3	-2	-1.5	-1	1	1.5	2	3
y	-2	-3	-4	-6	6	4	3	2

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 2 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 2 units

FAKTA UTAMA

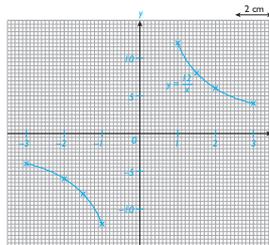
Apabila $x = 0$, y tak tertakrif.
When $x = 0$, y is undefined.
Apabila $y = 0$, x tak tertakrif.
When $y = 0$, x is undefined.



1. $y = \frac{12}{x}$

x	-3	-2	-1.5	-1	1	1.5	2	3
y	-4	-6	-8	-12	12	8	6	4

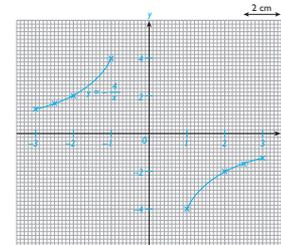
Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 5 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 5 units



2. $y = \frac{-4}{x}$

x	-3	-2.5	-2	-1	1	2	2.5	3
y	1.3	1.6	2	4	-4	-2	-1.6	-1.3

Skala: paksi-x: 2 cm kepada 1 unit
paksi-y: 2 cm kepada 2 unit
Scale: x-axis: 2 cm to 1 unit
y-axis: 2 cm to 2 units



15

E. Daripada setiap graf fungsi, cari nilai x atau nilai y apabila nilai y atau nilai x diberikan.
From each graph of function, find the value of x or y when the value of y or x is given.

2.1 (RM)

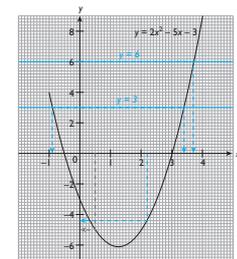
1. $y = 2x^2 - 5x - 3$

Daripada graf itu, cari
From the graph, find

CONTOH

nilai y apabila $x = 0.5$,
the value of y when $x = 0.5$,
 $y = -5$

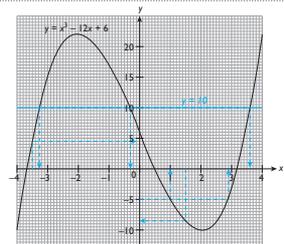
- nilai y apabila $x = 2.2$,
the value of y when $x = 2.2$,
 $y = -4.4$
- nilai-nilai x apabila $y = 3$,
the values of x when $y = 3$,
 $x = -0.9, 3.4$
- nilai x apabila $y = 6$,
the value of x when $y = 6$,
 $x = 3.7$



2. $y = x^3 - 12x + 6$

Daripada graf itu, cari
From the graph, find

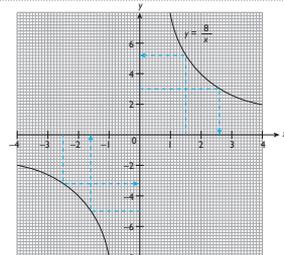
- nilai y apabila $x = -3.5$,
the value of y when $x = -3.5$,
 $y = 4.5$
- nilai y apabila $x = 1.5$,
the value of y when $x = 1.5$,
 $y = -8.5$
- nilai-nilai x apabila $y = 10$,
the values of x when $y = 10$,
 $x = -3.3, -0.3, 3.6$
- nilai-nilai positif x apabila $y = -5$,
the positive values of x when $y = -5$,
 $x = 1, 2.9$



3. $y = \frac{8}{x}$

Daripada graf itu, cari
From the graph, find

- nilai y apabila $x = 1.5$,
the value of y when $x = 1.5$,
 $y = 5.2$
- nilai y apabila $x = -2.5$,
the value of y when $x = -2.5$,
 $y = -3.2$
- nilai x apabila $y = 3$,
the value of x when $y = 3$,
 $x = 2.6$
- nilai x apabila $y = -5$,
the value of x when $y = -5$,
 $x = -1.6$



16

F. Lakar graf fungsi linear berikut.

Sketch the following graphs of linear functions.

2.1 (M, W)

CONTOH

$y = 2x + 6$
 $y = 0, 0 = 2x + 6$
 $x = -3$
 $x = 0, y = 6$



1. $y = 3x - 6$



2. $y = 4 - 2x$



3. $3y = x - 6$



G. Lakar graf fungsi kuadratik berikut.

Sketch the following graphs of quadratic functions.

2.1 (M, W)

CONTOH

$y = x^2 - 5$
 Pintasan- $y = -5$
 y -intercept = -5



1. $y = x^2 + 4$



2. $y = 6 - x^2$



3. $y = (x - 2)(x + 1)$



H. Lakar graf fungsi kubik berikut.

Sketch the following graphs of cubic functions.

2.1 (M, W)

CONTOH

$y = x^3 - 8$
 Pintasan- $y = -8$
 y -intercept = -8



1. $y = x^3 + 4$



2. $y = x^3 - 5$



3. $y = 6 - x^3$



I. Lakar graf fungsi saling berbalikan.

Sketch the following graphs of reciprocal functions.

2.1 (M, W)

CONTOH

$y = \frac{5}{x}$



1. $y = \frac{3}{x}$



2. $y = \frac{4}{x}$



3. $y = -6x^{-1}$



2.2 Penyelesaian Persamaan dengan Kaedah Graf

2.2 (M, W, W)

A. Jawab setiap yang berikut.

Answer each of the following.

2.2 (M, W, W)

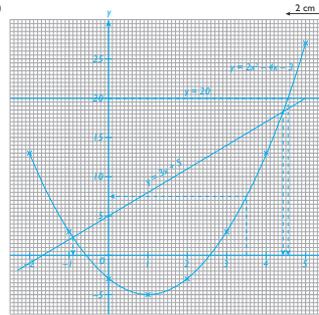
- Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = 2x^2 - 4x - 3$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -2$ dan $x = 3$.
 Complete the table in the answer space for the equation $y = 2x^2 - 4x - 3$ by writing the values of y when $x = -2$ and $x = 3$.
- Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi- y , lukis graf $y = 2x^2 - 4x - 3$ bagi $-2 \leq x \leq 5$.
 By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x -axis and 2 cm to 5 units on the y -axis, draw the graph of $y = 2x^2 - 4x - 3$ for $-2 \leq x \leq 5$.
- Daripada graf di (b), cari
 From the graph in (b), find
 - nilai y apabila $x = 3.5$,
 the value of y when $x = 3.5$,
 - nilai x apabila $y = 20$.
 the value of x when $y = 20$.
- Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuaskan persamaan $2x^2 - 7x - 8 = 0$ bagi $-2 \leq x \leq 5$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
 Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find all the values of x which satisfy the equation $2x^2 - 7x - 8 = 0$ for $-2 \leq x \leq 5$. State these values of x .

Jawapan/Answer:

(a) $y = 2x^2 - 4x - 3$

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	13	3	-3	-5	-3	3	13	27

(b)



(c) (i) $y = 7.5$

(ii) $x = 4.55$

(d) $y = 2x^2 - 4x - 3$ ①
 $0 = 2x^2 - 7x - 8$ ②
 $① - ②; y = 3x + 5$
 Persamaan garis lurus: $y = 3x + 5$
 $x = -0.9, 4.45$

- (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = x^3 - 5x - 8$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -1$ dan $x = 2$.
 Complete the table in the answer space for the equation $y = x^3 - 5x - 8$ by writing down the values of y when $x = -1$ and $x = 2$.

- Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 10 unit pada paksi- y , lukis graf $y = x^3 - 5x - 8$ bagi $-3 \leq x \leq 4$ dan $-20 \leq y \leq 36$.
 By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x -axis and 2 cm to 10 units on the y -axis, draw the graph of $y = x^3 - 5x - 8$ for $-3 \leq x \leq 4$ and $-20 \leq y \leq 36$.

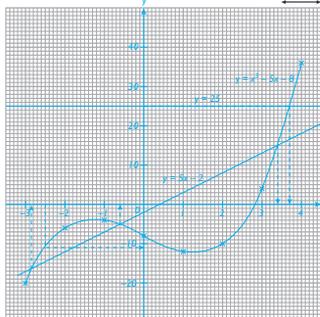
- Daripada graf di (b), cari
 From the graph in (b), find
 - nilai y apabila $x = -2.5$,
 the value of y when $x = -2.5$,
 - nilai x apabila $y = 25$.
 the value of x when $y = 25$.
- Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuaskan persamaan $x^3 - 10x - 6 = 0$ bagi $-3 \leq x \leq 4$ dan $-20 \leq y \leq 36$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
 Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find the values of x which satisfy the equation $x^3 - 10x - 6 = 0$ for $-3 \leq x \leq 4$ and $-20 \leq y \leq 36$. State these values of x .

Jawapan/Answer:

(a) $y = x^3 - 5x - 8$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-20	-6	-4	-8	-12	-10	4	36

(b)



(c) (i) $y = -11$

(ii) $x = 3.7$

(d) $y = x^3 - 5x - 8$ ①
 $0 = x^3 - 10x - 6$ ②

① - ②; $y = 5x - 2$
 Persamaan garis lurus: $y = 5x - 2$
 $x = -2.85, -0.6, 3.4$

- (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = -\frac{12}{x}$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -3$ dan $x = 2$.
 Complete the table in the answer space for the equation $y = -\frac{12}{x}$ by writing down the values of y when $x = -3$ and $x = 2$.

- Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi- y , lukis graf $y = -\frac{12}{x}$ bagi $-4 \leq x \leq 4$ dan $-24 \leq y \leq 24$.
 Using a scale of 2 cm to 1 unit on the x -axis and 2 cm to 5 units on the y -axis, draw the graph of $y = -\frac{12}{x}$ for $-4 \leq x \leq 4$ and $-24 \leq y \leq 24$.

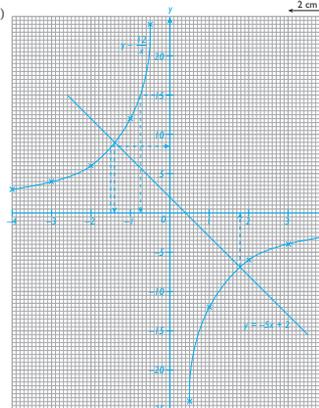
- Daripada graf di (b), cari
 From the graph in (b), find
 - nilai y apabila $x = -1.5$,
 the value of y when $x = -1.5$,
 - nilai x apabila $y = 15$.
 the value of x when $y = 15$.
- Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuaskan persamaan $5x^2 - 2x - 12 = 0$ bagi $-4 \leq x \leq 4$ dan $-24 \leq y \leq 24$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
 Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find all the values of x which satisfy the equation $5x^2 - 2x - 12 = 0$ for $-4 \leq x \leq 4$ and $-24 \leq y \leq 24$. State these values of x .

Jawapan/Answer:

(a) $y = -\frac{12}{x}$

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0.5	1	2	3	4
y	3	4	6	12	24	-24	-12	-6	-4	-3

(b)



(c) (i) $y = 8.5$

(ii) $x = -0.75$

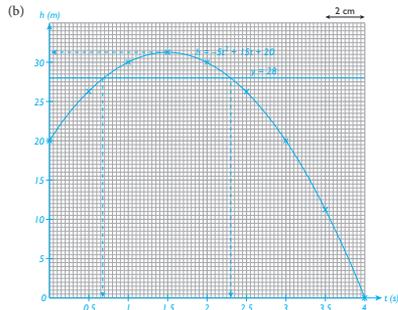
(d) $5x^2 - 2x - 12 = 0$
 $-12 = -5x^2 + 2x$ ①
 $① \div x; -\frac{12}{x} = -5x + 2$
 $y = -5x + 2$
 Persamaan garis lurus: $y = -5x + 2$
 $x = -1.4, 1.8$

4. Ketinggian sebuah bola t saat selepas dilontarkan secara tegak ke atas dari puncak sebuah bangunan diberi oleh persamaan kuadratik $h = -5t^2 + 15t + 20$, dengan h ialah tinggi dalam meter.
- The height of a ball t seconds after it is thrown vertically upwards from the top of a building is given by the quadratic equation $h = -5t^2 + 15t + 20$, where h is the height in metre.
- (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan kuadratik itu dengan menulis nilai-nilai h apabila $t = 2$ dan $t = 3.5$.
Complete the table in the answer space for the quadratic equation by writing down the value of h when $t = 2$ and $t = 3.5$.
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 0.5 saat pada paksi mengufuk dan 2 cm kepada 5 meter pada paksi menancang, lukis graf bagi persamaan kuadratik itu untuk $0 \leq t \leq 4$.
By using a scale of 2 cm to 0.5 second on the horizontal axis and 2 cm to 5 metres on the vertical axis, draw the graph of the quadratic equation for $0 \leq t \leq 4$.
- (c) Daripada graf di (b), cari
From the graph in (b), find
- (i) masa ketika bola itu pada ketinggian 28 meter,
the time when the ball is at a height of 28 metres,
- (ii) tinggi maksimum bola itu,
the maximum height of the ball,
- (iii) masa bola itu akan jatuh ke tanah.
the time when the ball hits the ground.

Jawapan/Answer:

(a) $h = -5t^2 + 15t + 20$

t (s)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
h (m)	20	26.25	30	31.25	30	26.25	20	11.25	0

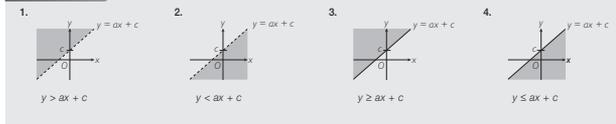


- (c) (i) 0.675 s dan 2.3 s
(ii) 31.25 m
(iii) 4 s

21

2.3 Rantau yang Mewakili Ketaksamaan dalam Dua Pemboleh Ubah

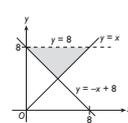
FAKTA UTAMA



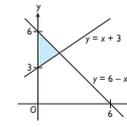
Lorek rantau yang ditakrifkan oleh ketiga-tiga ketaksamaan yang diberikan.
Shade the region defined by the given three inequalities.

CONTOH

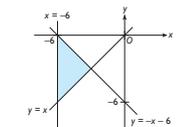
1. $y \geq x + 3, y \leq 6 - x, x \geq 0$



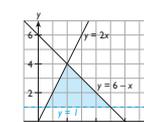
2. $y \geq -x - 6, y \geq x, x \geq -6$



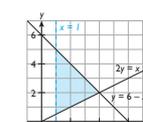
3. $y \geq -x + 7, y \leq x, x < 6$



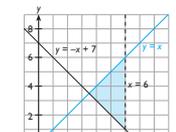
3. $y \leq 2x, y \leq 6 - x, y > 1$



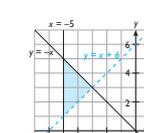
4. $y \leq 6 - x, 2y \geq x, x > 1$



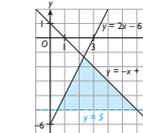
5. $y \geq -x + 7, y \leq x, x < 6$



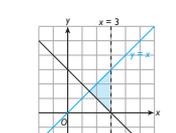
6. $y \leq -x, x \geq -5, y > x + 6$



7. $y \leq 2x - 6, y \leq -x + 1, y > 5$



8. $y \geq x, y \geq 3 - x, x < 3$



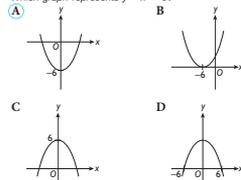
22

PRAKTIS FOMATIF Kertas 1

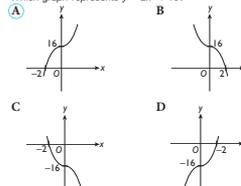
Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan daripada pilihan A, B, C dan D.
Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options A, B, C and D.

Subtopik	ANALISIS SOALAN SPM			
	2013	2014	2015	2016
2.1	S.28	S.30	S.30	S.28
2.2	-	-	-	-
2.3	-	-	-	-

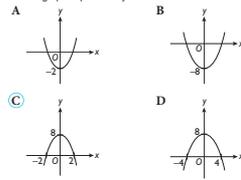
1. Graf manakah yang mewakili $y = x^2 - 6$?
Which graph represents $y = x^2 - 6$?



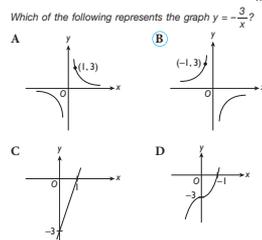
2. Graf manakah yang mewakili $y = 2x^3 + 16$?
Which graph represents $y = 2x^3 + 16$?



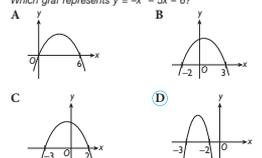
3. Graf manakah yang mewakili $y = 8 - 2x^2$?
Which graph represents $y = 8 - 2x^2$?



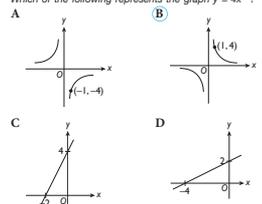
4. Antara berikut, yang manakah mewakili $y = -\frac{3}{x}$?
Which of the following represents the graph $y = -\frac{3}{x}$?



5. Graf manakah mewakili $y = -x^2 - 5x - 6$?
Which graph represents $y = -x^2 - 5x - 6$?

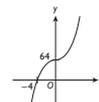


6. Antara berikut, yang manakah mewakili $y = 4x^{-1}$?
Which of the following represents the graph $y = 4x^{-1}$?



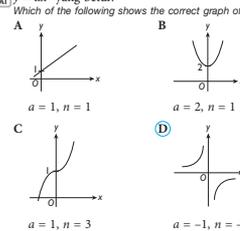
23

7. Rajah di bawah menunjukkan suatu graf pada satah Cartes.
The diagram shows a graph on a Cartesian plane.

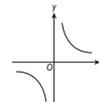


- Antara berikut, yang manakah adalah persamaan bagi graf itu?
Which of the following is the equation of the graph?
A $y = 4x^2 - 64$
B $y = -4x^2 + 64$
C $y = x^3 + 64$
D $y = -x^3 - 64$

8. Antara berikut, yang manakah menunjukkan graf $y = ax^n$ yang betul?
Which of the following shows the correct graph of $y = ax^n$?



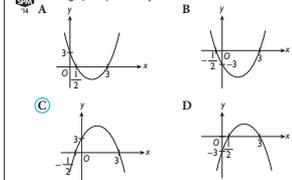
9. Rajah di bawah menunjukkan graf $y = ax^n$.
The diagram shows the graph of $y = ax^n$.



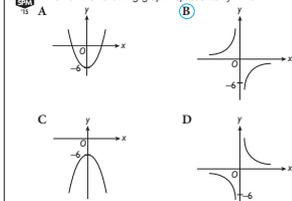
Nyatakan nilai a dan nilai n .
State the values of a and n .

- A $a = 1, n = 1$
B $a = 1, n = -1$
C $a = -1, n = 1$
D $a = -1, n = -1$

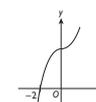
10. Graf manakah mewakili $y = 3 + 5x - 2x^2$?
Which graph represents $y = 3 + 5x - 2x^2$?



11. Antara graf berikut, yang manakah mewakili $xy = -6$?
Which of the following graph represents $xy = -6$?



12. Rajah di bawah menunjukkan graf fungsi bagi $y = ax^n + c$.
The diagram shows a graph function of $y = ax^n + c$.



Antara berikut yang manakah persamaan bagi graf fungsi itu?
Which of the following is the equation of the graph function?

- A $y = x^3 + 4$
B $y = x^3 + 8$
C $y = -x^3 + 4$
D $y = -x^3 + 8$

24

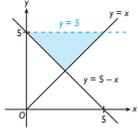
PRAKTIK FORMATIF Kertas 2

SKOR

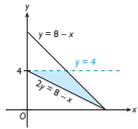
Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

Pada setiap graf di bawah, lorek rantau yang memuatkan ketiga-tiga ketaksamaan yang diberikan.
On each graph below, shade the region which satisfies the given three inequalities.

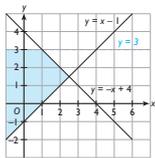
1. $y \geq x$, $y \geq 5 - x$ dan/and $y < 5$ [3 markah/3 marks]



2. $y \leq 8 - x$, $2y \geq 8 - x$ dan/and $y < 4$ [3 markah/3 marks]

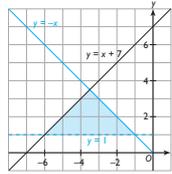


3. $y \leq -x + 4$, $y \geq x - 1$ dan/and $y < 3$ [3 markah/3 marks]

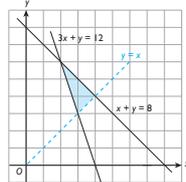


ANALISIS SOALAN SPM				
Sisibah	2013	2014	2015	2016
2.1	S. 1206, B1, B3			
2.2	S. 1208	S. 1208	S. 1208	S. 1208
2.3	-	-	S. 1	S. 1

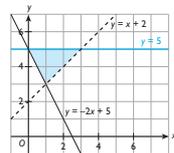
4. $y \leq x + 7$, $y \leq -x$ dan/and $y > 1$ [3 markah/3 marks]



5. $y > x$, $x + y \leq 8$ dan/and $3x + y \geq 12$ [3 markah/3 marks]



6. $y \geq -2x + 5$, $y > x + 2$ dan/and, $y \leq 5$. [3 markah/3 marks]



25

8. (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan untuk persamaan $y = -2x^2 + 5x + 10$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -2$ dan $x = 3$.
Complete the table in the answer space for the equation $y = -2x^2 + 5x + 10$ by writing down the values of y when $x = -2$ and $x = 3$. [2 markah/2 marks]

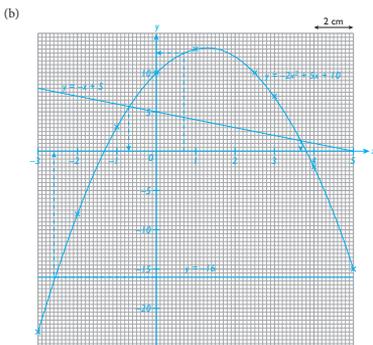
(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi-y, lukis graf $y = -2x^2 + 5x + 10$ bagi $-3 \leq x \leq 5$.
By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x-axis and 2 cm to 5 units on the y-axis, draw the graph of $y = -2x^2 + 5x + 10$ for $-3 \leq x \leq 5$. [4 markah/4 marks]

(c) Daripada graf di (b), cari
From the graph in (b), find
(i) nilai y apabila $x = 0.7$,
the value of y when $x = 0.7$,
(ii) nilai x apabila $y = -16$.
the value of x when $y = -16$. [2 markah/2 marks]

(d) Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuatkan persamaan $2x^2 - 6x = 5$ bagi $-3 \leq x \leq 5$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
Draw a suitable straight line in (b) to find the values of x which satisfy the equation $2x^2 - 6x = 5$ for $-3 \leq x \leq 5$. State these values of x . [4 markah/4 marks]

Jawapan/Answer:
(a) $y = -2x^2 + 5x + 10$

x	-3	-2	-1	0	1	2.5	3	4	5
y	-23	-8	3	10	13	10	7	-2	-15



(c) (i) $y = 12.5$
(ii) $x = -2.6$
(d) $y = -2x^2 + 5x + 10 \dots \textcircled{1}$
 $0 = -2x^2 + 6x + 5 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}: y = -x + 5$
Persamaan garis lurus: $y = -x + 5$
 $x = -0.7, 3.65$

27

7. (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = x^3 - 5x - 12$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -2$ dan $x = 3$.
Complete the table in the answer space for the equation $y = x^3 - 5x - 12$ by writing down the value of y when $x = -2$ and $x = 3$. [2 markah/2 marks]

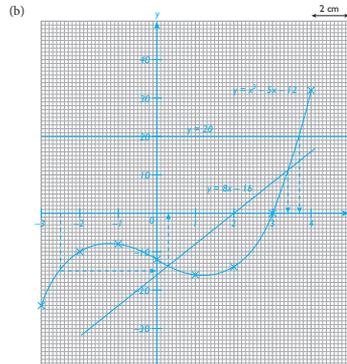
(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 10 unit pada paksi-y, lukis graf $y = x^3 - 5x - 12$ bagi $-3 \leq x \leq 4$ dan $-24 \leq y \leq 32$.
By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x-axis and 2 cm to 10 units on the y-axis, draw the graph of $y = x^3 - 5x - 12$ for $-3 \leq x \leq 4$ and $-24 \leq y \leq 32$. [4 markah/4 marks]

(c) Daripada graf di (b), cari
From the graph in (b), find
(i) nilai y apabila $x = -2.5$,
the value of y when $x = -2.5$,
(ii) nilai x apabila $y = 20$.
the value of x when $y = 20$. [2 markah/2 marks]

(d) Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuatkan persamaan $x^3 - 13x + 4 = 0$ bagi $-3 \leq x \leq 4$ dan $-24 \leq y \leq 32$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find the values of x which satisfy the equation $x^3 - 13x + 4 = 0$ for $-3 \leq x \leq 4$ and $-24 \leq y \leq 32$. State these values of x . [4 markah/4 marks]

Jawapan/Answer:
(a) $y = x^3 - 5x - 12$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-24	-10	-8	-12	-16	-14	0	32



(c) (i) $y = -15$
(ii) $x = 3.7$
(d) $y = x^3 - 5x - 12 \dots \textcircled{1}$
 $0 = x^3 - 13x + 4 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}: y = 8x - 16$
Persamaan garis lurus: $y = 8x - 16$
 $x = 0.3, 3.4$

26

9. (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = \frac{16}{x}$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = 0.8$ dan $x = 3.2$.
Complete the table in the answer space for the equation $y = \frac{16}{x}$ by writing down the values of y when $x = 0.8$ and $x = 3.2$. [2 markah/2 marks]

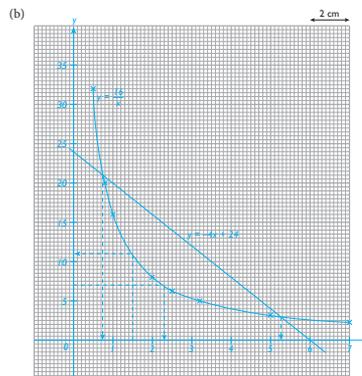
(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi-y, lukis graf $y = \frac{16}{x}$ bagi $0.5 \leq x \leq 7$.
By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x-axis and 2 cm to 5 units on the y-axis, draw the graph of $y = \frac{16}{x}$ for $0.5 \leq x \leq 7$. [4 markah/4 marks]

(c) Daripada graf di (b), cari
From the graph in (b), find
(i) nilai y apabila $x = 1.5$,
the value of y when $x = 1.5$,
(ii) nilai x apabila $y = 7$.
the value of x when $y = 7$. [2 markah/2 marks]

(d) Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuatkan persamaan $\frac{16}{x} = -4x + 24$ bagi $0.5 \leq x \leq 7$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find the values of x which satisfy the equation $\frac{16}{x} = -4x + 24$ for $0.5 \leq x \leq 7$. State these values of x . [4 markah/4 marks]

Jawapan/Answer:
(a) $y = \frac{16}{x}$

x	0.5	0.8	1	2	2.5	3.2	5	7
y	32	20	16	8	6.4	5	3.2	2.3



28

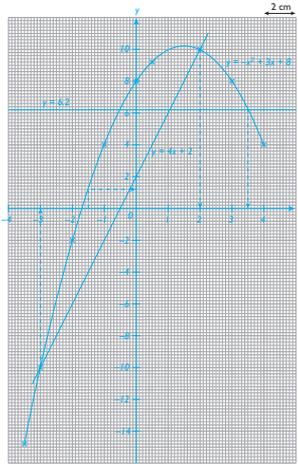
10. (a) Lengkapkan jadual di ruang jawapan bagi persamaan $y = -x^2 + 3x + 8$ dengan menulis nilai-nilai y apabila $x = -1$ dan $x = 2$.
Complete the table in the answer space for the equation $y = -x^2 + 3x + 8$ by writing down the values of y when $x = -1$ and $x = 2$. [2 markah/2 marks]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi-x dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi-y, lukis graf $y = -x^2 + 3x + 8$ untuk $-3.5 \leq x \leq 4$.
By using a scale of 2 cm to 1 unit on the x-axis and 2 cm to 2 units on the y-axis, draw the graph of $y = -x^2 + 3x + 8$ for $-3.5 \leq x \leq 4$. [4 markah/4 marks]
- (c) Daripada graf di (b), cari
From the graph in (b), find
(i) nilai y apabila $x = -1.5$,
the value of y when $x = -1.5$,
(ii) nilai positif x apabila $y = 6.2$.
the positive value of x when $y = 6.2$. [2 markah/2 marks]
- (d) Lukis satu garis lurus yang sesuai pada graf di (b) untuk mencari nilai-nilai x yang memuaskan persamaan $6 - x = x^2$ untuk $-3.5 \leq x \leq 4$. Nyatakan nilai-nilai x ini.
Draw a suitable straight line on the graph in (b) to find the values of x which satisfy the equation $6 - x = x^2$ for $-3.5 \leq x \leq 4$. State these values of x . [4 markah/4 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $y = -x^2 + 3x + 8$

x	-3.5	-3	-2	-1	0	0.5	2	3	4
y	-14.8	-10	-2	4	8	9.3	10	8	4

(b)

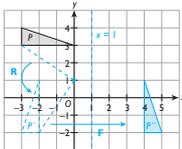


- (c) (i) $y = 1.2$
(ii) $x = 3.5$
- (d) $y = -x^2 + 3x + 8 \dots \textcircled{1}$
 $0 = -x^2 - x + 6 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2} : y = 4x + 2$
Persamaan garis lurus: $y = 4x + 2$
 $x = -3, 2$

29

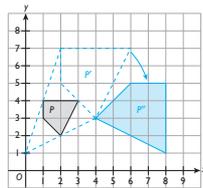
2. Penjelmaan/Transformation RF

- Diberi/Given:
R = Putaran 90° lawan arah jam pada pusat (0, 1)
F = Pantulan pada garis $x = 1$
R = Anticlockwise rotation of 90° about the centre (0, 1)
F = Reflection in the line $x = 1$



3. Penjelmaan/Transformation RE

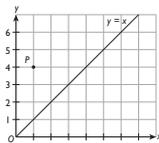
- Diberi/Given:
E = Pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (0, 1)
R = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (4, 3)
E = Enlargement of scale factor 2 with centre (0, 1)
R = Clockwise rotation of 90° about the centre (4, 3)



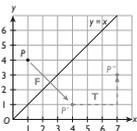
B. Tanda dan nyatakan koordinat imej bagi titik P di bawah setiap gabungan penjelmaan yang diberikan. Mark and state the coordinates of the image of point P under each given combined transformation.

CONTOH

- Diberi/Given:
F = Pantulan pada garis $y = x$
T = Translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
R = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (2, 1)
F = Reflection in the line $y = x$
T = Translation $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
R = Clockwise rotation of 90° about the centre (2, 1)

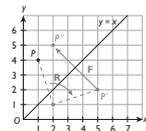


(a) TF



Koordinat imej bagi titik P = (7, 3)
Coordinates of the image of point P = (7, 3)

(b) FR



Koordinat imej bagi titik P = (2, 5)
Coordinates of the image of point P = (2, 5)

31

BAB 3

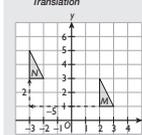
PENJELMAAN III
TRANSFORMATIONS III



3.1 Gabungan Dua Penjelmaan

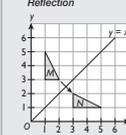
FAKTA UTAMA

1. Translasi



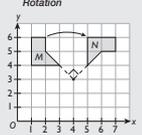
N ialah imej bagi M di bawah satu translasi $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.
N is the image of M under a translation $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

2. Pantulan



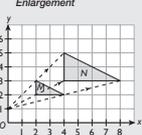
N ialah imej bagi M di bawah satu pantulan pada garis $y = x$.
N is the image of M under a reflection in the line $y = x$.

3. Putaran



N ialah imej bagi M di bawah satu putaran 90° ikut arah jam pada pusat (4, 3).
N is the image of M under a clockwise rotation of 90° about the centre (4, 3).

4. Pembesaran



N ialah imej bagi M di bawah satu pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (0, 1).
N is the image of M under an enlargement of scale factor 2 with centre (0, 1).

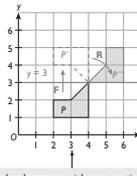
5. Gabungan penjelmaan AB bermaksud penjelmaan B diikuti dengan penjelmaan A.
A combined transformation AB means a transformation B followed by a transformation A.

A. Pada setiap rajah, lukis imej bagi P di bawah gabungan penjelmaan yang diberikan. On each diagram, draw the image of P under the given combined transformation.

CONTOH

Penjelmaan/Transformation RF

- Diberi/Given:
F = Pantulan pada garis $y = 3$
R = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (4, 3)
F = Reflection in the line $y = 3$
R = Clockwise rotation of 90° about the centre (4, 3)

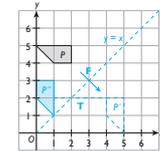


Untuk gabungan penjelmaan, sentiasa selesaikan penjelmaan di belakang dahulu. For a combined transformation, always do the transformation at the back first.

I. Penjelmaan/Transformation FT

Diberi/Given:
T = Pantulan pada garis $y = x$

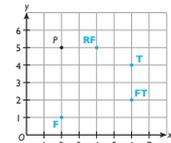
- F = Translasi $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$
T = Reflection in the line $y = x$
F = Translation $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$



30

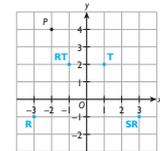
1. Diberi/Given:

- F = Pantulan pada garis $y = 3$
T = Translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
R = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (5, 2)
F = Reflection in the line $y = 3$
T = Translation $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
R = Clockwise rotation of 90° about the centre (5, 2)
(a) FT (b) RF
(6, 2) (4, 5)



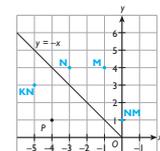
2. Diberi/Given:

- T = Translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
S = Pantulan pada paksi-y
R = Putaran 90° lawan arah jam pada pusat (0, 1)
T = Translation $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
S = Reflection in the y-axis
R = Anticlockwise rotation of 90° about the centre (0, 1)
(a) RT (b) SR
(-1, 2) (3, -1)



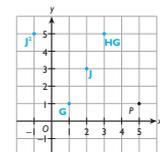
3. Diberi/Given:

- M = Pantulan pada garis $y = -x$
N = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (-2, 2)
K = Translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
M = Reflection in the line $y = -x$
N = Clockwise rotation of 90° about the centre (-2, 2)
K = Translation $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
(a) NM (b) KN
(0, 1) (-5, 3)



4. Diberi/Given:

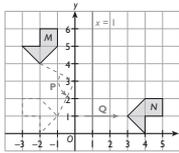
- G = Pantulan pada garis $x = 3$
H = Putaran 180° pada pusat (2, 3)
J = Translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
G = Reflection in the line $x = 3$
H = Rotation of 180° about the centre (2, 3)
J = Translation $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$
(a) HG (b) J²
(3, 5) (-1, 5)



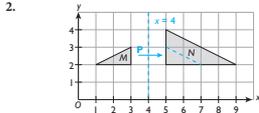
32

C. Diberi bentuk N ialah imej bagi bentuk M di bawah penjelmaan P diikuti dengan penjelmaan Q. Huraikan selengkapnya penjelmaan P dan penjelmaan Q.
Given the shape N is the image of the shape M under a transformation P followed by a transformation Q. Describe in full the transformations P and Q.

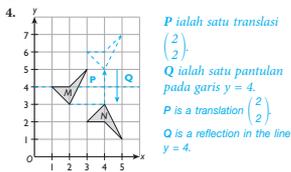
CONTOH



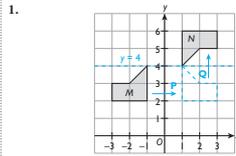
P ialah satu putaran 90° lawan arah jam pada pusat (0, 3).
Q ialah satu pantulan pada garis $x = 1$.
P is an anticlockwise rotation of 90° about the centre (0, 3).
Q is a reflection in the line $x = 1$.



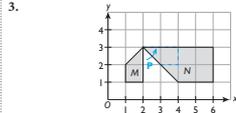
P ialah satu pantulan pada garis $x = 4$.
Q ialah satu pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (5, 2).
P is a reflection in the line $x = 4$.
Q is an enlargement of scale factor 2 with centre (5, 2).



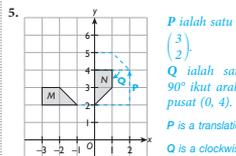
P ialah satu translasi $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Q ialah satu pantulan pada garis $y = 4$.
P is a translation $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Q is a reflection in the line $y = 4$.



P ialah satu pantulan pada paksi-y.
Q ialah satu pantulan pada garis $y = 4$.
P is a reflection in the y-axis.
Q is a reflection in the line $y = 4$.



P ialah satu putaran 90° lawan arah jam pada pusat (2, 3).
Q ialah satu pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (2, 3).
P is an anticlockwise rotation of 90° about the centre (2, 3).
Q is an enlargement of scale factor 2 with centre (2, 3).

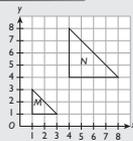


P ialah satu translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Q ialah satu putaran 90° ikut arah jam pada pusat (0, 4).
P is a translation $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Q is a clockwise rotation of 90° about the centre (0, 4).

33

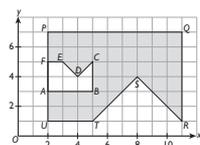
E. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

FAKTA UTAMA



N ialah imej bagi M di bawah satu pembesaran. Diberi luas M ialah 15 unit^2 . Untuk mencari luas N, gunakan:
N is the image of M under an enlargement. Given the area of M is 15 unit^2 . To find the area of N, use:
Luas imej = $k^2 \times$ Luas objek
Area of image = $k^2 \times$ Area of object
di mana k ialah faktor skala.
where k is the scale factor.
Faktor skala/Scale factor, $k = \frac{4}{2} = 2$
Luas N / Area of N = $2^2 \times 15$
= 60 unit^2
Kesalahan lazim ialah lupa untuk kuasa dua.
Common mistake is forget about the square.

1. Rajah di bawah menunjukkan dua heksagon, ABCDEF dan PQRSTU, dilukis pada grid segi empat sama.
The diagram shows two hexagons, ABCDEF and PQRSTU, drawn on square grids.

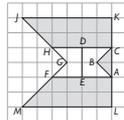


(a) PQRSTU ialah imej bagi ABCDEF di bawah gabungan penjelmaan VW. Huraikan selengkapnya penjelmaan:
PQRSTU is the image of ABCDEF under the combined transformation VW. Describe in full, the transformation:
(i) W (ii) V
(b) Diberi ABCDEF mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 36 m^2 . Hitung luas, dalam m^2 , kawasan yang diwakili oleh kawasan yang berlorek.
It is given that ABCDEF represents a region of area 36 m^2 . Calculate the area, in m^2 , of the shaded region.

(a) (i) W = Pantulan pada garis $y = 5$
(ii) Faktor skala = $\frac{PQ}{AB} = \frac{9}{3} = 3$
V = Pembesaran dengan faktor skala 3 pada pusat P(2, 7)

(b) Luas kawasan berlorek
= Luas PQRSTU - Luas ABCDEF
= $(3^2 \times 36) - 36$
= $324 - 36$
= 288 m^2

2. Rajah di bawah menunjukkan corak-corak yang diikuti oleh Siew Lin pada grid segi empat sama.
The diagram shows patterns drawn by Siew Lin on square grids.



(a) ABCDE ialah imej bagi MGJKL di bawah gabungan penjelmaan VW. Huraikan selengkapnya penjelmaan:
ABCDE is the image of MGJKL under the combined transformation VW. Describe in full, the transformation:
(i) W (ii) V
(b) Kawasan yang berlorek akan diwarnakan oleh Siew Lin dengan warna hijau. Hitung luas, dalam cm^2 , kawasan yang berwarna hijau itu jika luas ABCDE ialah 21 cm^2 .
The shaded region will be coloured with green by Siew Lin. Calculate the area, in cm^2 , of the green region if the area of ABCDE is 21 cm^2 .

(a) (i) W = Pantulan pada garis DE
(ii) Faktor skala = $\frac{LM}{EF} = \frac{6}{2} = 3$
V = Pembesaran dengan faktor skala 3 pada pusat G

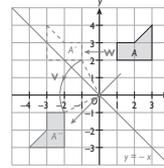
(b) Luas kawasan berwarna hijau
= Luas MGJKL - Luas ABCDE - Luas FGHDE
= $(3^2 \times 21) - 21 - 21$
= $189 - 21 - 21$
= 147 m^2

35

D. Lukis imej bagi bentuk A di bawah setiap gabungan penjelmaan VW. Seterusnya, nyatakan satu penjelmaan tunggal yang setara dengan gabungan penjelmaan VW.
Draw the image of shape A under each combined transformation VW. Hence, state a single transformation which is equivalent to the combined transformations VW.

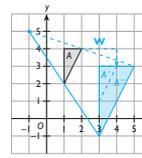
CONTOH

Diberi/Given:
W = Pantulan pada paksi-y
V = Putaran 90° lawan arah jam pada asalan
W = Reflection in the y-axis
V = Anticlockwise rotation of 90° about the origin



Penjelmaan tunggal yang setara dengan VW:
The single transformation which is equivalent to VW:
Satu pantulan pada garis $y = -x$.
A reflection in the line $y = -x$.

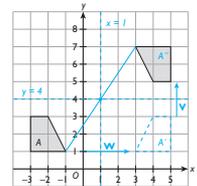
2. Diberi/Given:
W = Translasi $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
V = Pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (3, 3)
W = Translasi $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
V = Enlargement of scale factor 2 with centre (3, 3)



Penjelmaan tunggal yang setara dengan VW:
The single transformation which is equivalent to VW:
Satu pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (-1, 5).
An enlargement of scale factor 2 with centre (-1, 5).

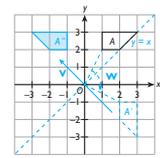
1. Diberi/Given:

W = Pantulan pada garis $x = 1$
V = Pantulan pada garis $y = 4$
W = Reflection in the line $x = 1$
V = Reflection in the line $y = 4$



Penjelmaan tunggal yang setara dengan VW:
The single transformation which is equivalent to VW:
Satu putaran 180° pada pusat (1, 4).
A rotation of 180° about the centre (1, 4).

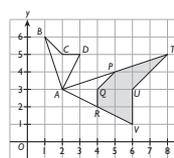
3. Diberi/Given:
V = Putaran 90° ikut arah jam pada asalan
W = Pantulan pada garis $y = x$
W = Clockwise rotation of 90° about the origin
V = Reflection in the line $y = x$



Penjelmaan tunggal yang setara dengan VW:
The single transformation which is equivalent to VW:
Satu pantulan pada paksi-y.
A reflection in the y-axis.

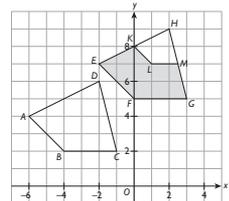
34

3. Dalam rajah di bawah, sisi empat APQR ialah imej bagi sisi empat ABCD di bawah satu penjelmaan V. Sisi empat ATUV ialah imej bagi sisi empat APQR di bawah satu penjelmaan W.
In the diagram, quadrilateral APQR is the image of quadrilateral ABCD under a transformation V. Quadrilateral ATUV is the image of quadrilateral APQR under a transformation W.



(a) Huraikan selengkapnya penjelmaan:
Describe in full, the transformation:
(i) V (ii) W
(b) Nyatakan koordinat imej bagi titik (3, 2) di bawah gabungan penjelmaan WV.
State the coordinates of the image of the point (3, 2) under the combined transformation WV.
(c) Diberi ABCD mewakili satu kawasan dengan luas 45 cm^2 , cari luas, dalam cm^2 , yang diwakili oleh kawasan yang berlorek.
Given the ABCD represents a region of area 45 cm^2 , find the area, in cm^2 , represented by the shaded region.
(a) (i) V = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat A(2, 3)
(ii) Faktor skala = $\frac{UV}{QR} = \frac{2}{1} = 2$
W = Pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat A(2, 3)
(b) (3, 2) \xrightarrow{V} (1, 2) \xrightarrow{W} (0, 1)
(c) Luas kawasan berlorek
= Luas ATUV - Luas APQR
= $(2^2 \times 45) - 45$ ← Luas APQR = Luas ABCD
= $180 - 45$
= 135 cm^2

4. Dalam rajah di bawah, sisi empat EFGH ialah imej bagi sisi empat ABCD di bawah satu penjelmaan V. Sisi empat KLMH ialah imej bagi sisi empat EFGH di bawah satu penjelmaan W.
In the diagram, quadrilateral EFGH is the image of quadrilateral ABCD under a transformation V. Quadrilateral KLMH is the image of quadrilateral EFGH under a transformation W.



(a) Huraikan selengkapnya penjelmaan:
Describe in full, the transformation:
(i) V (ii) W
(b) Nyatakan koordinat imej bagi titik (0, 4) di bawah gabungan penjelmaan WV.
State the coordinates of the image of the point (0, 4) under the combined transformation WV.
(c) Diberi ABCD mewakili satu kawasan dengan luas 80 unit^2 , cari luas, dalam unit^2 , yang diwakili oleh kawasan yang berlorek.
Given ABCD represents a region of area 80 unit^2 , find the area, in unit^2 , represented by the shaded region.
(a) (i) V = Translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
(ii) Faktor skala = $\frac{LM}{FG} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$
W = Pembesaran dengan faktor skala $\frac{1}{2}$ pada pusat H(2, 9)
(b) (0, 4) \xrightarrow{V} (4, 7) \xrightarrow{W} (3, 8)
(c) Luas kawasan berlorek
= Luas EFGH - Luas KLMH
= $80 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 80$ ← Luas EFGH = Luas ABCD
= $80 - 20$
= 60 unit^2

36

PRAKTIS FORMATIF Kertas 1

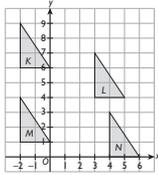
SKOR

ANALISIS SOALAN SPM

Sulit	2013	2014	2015	2016
3.1				

Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan daripada pilihan A, B, C dan D. Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options A, B, C and D.

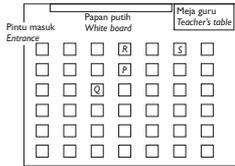
1. Rajah di bawah menunjukkan empat segi tiga, K, L, M dan N, yang dilukis pada satah Cartes. The diagram shows four triangles, K, L, M and N, drawn on a Cartesian plane.



Antara berikut, yang manakah menunjukkan penjelmaan di bawah suatu translasi yang betul? Which of the following shows the correct transformation under a translation?

	Objek Object	Imej Image	Translasi Translation
A	K	L	$\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$
B	L	N	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$
C	M	L	$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
D	N	K	$\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$

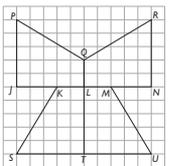
2. Rajah di bawah menunjukkan pelan meja murid dalam Kelas Tingkatan 4 Cemerlang. The diagram shows the plan of students in class Form 4 Cemerlang.



Pada awal tahun, Siti duduk di kedudukan baris keempat dan lajur kelima dari kedudukan pintu masuk. Seminggu kemudian, guru kelasnya telah memindahkan kedudukan Siti dengan translasi $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Oleh sebab Siti gagal dalam ujian Matematik, gurunya telah mengarahkan Siti memindahkan kedudukannya sekali lagi dengan bergerak satu tempat ke kanan dan tiga tempat ke hadapan. Di manakah kedudukan Siti sekarang? At the beginning of the year, Siti sat at the position four rows and the fifth columns from the entrance. A week later, the class teacher change Siti's place using a translation of $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Due to Siti failed in Mathematics test, her teacher directed her to change her position again by moving one place to the right and three places to the front. Where is Siti's position now?

- (A) P
(B) Q
(C) R
(D) S

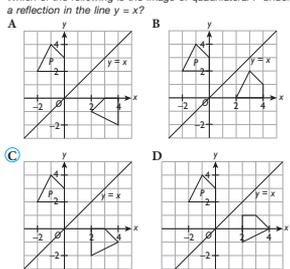
3. Rajah di bawah menunjukkan empat trapezium dilukis pada grid segi empat sama yang sama besar. The diagram shows four trapeziums drawn on a grid of equal squares.



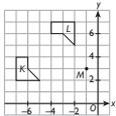
Cari pasangan objek, paksi pantulan dan imejnya yang betul. Find the correct pairing of object, the line of reflection and its image.

Objek Object	Paksi pantulan Line of reflection	Imej Image
A	KLTS	QT
B	QLJP	JL
C	MLTU	RS
D	QLNR	PU

4. Antara berikut, yang manakah imej bagi sisi empat P di bawah satu pantulan pada garis $y = x$? Which of the following is the image of quadrilateral P under a reflection in the line $y = x$?

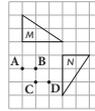


5. Rajah di bawah menunjukkan dua pentagon, K dan L, dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows two pentagons, K and L, drawn on a Cartesian plane.



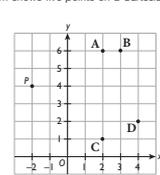
K ialah imej bagi L di bawah suatu penjelmaan. Cari koordinat bagi imej titik M di bawah penjelmaan yang sama. K is the image of L under a transformation. Find the coordinates of the image of point M under the same transformation.
(A) (-2, 4)
(B) (-3, 1)
(C) (-3, 2)
(D) (-4, 2)

6. Dalam rajah di bawah, segi tiga N ialah imej bagi segi tiga M di bawah satu putaran 90° ikut arah jam. In the diagram, triangle N is the image of triangle M under a clockwise rotation of 90°.



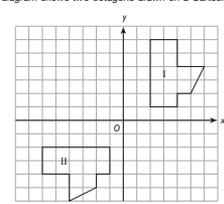
Antara titik A, B, C dan D, yang manakah pusat putaran itu? Which of the points, A, B, C or D, is the centre of rotation?

7. Rajah di bawah menunjukkan lima titik pada suatu satah Cartes. The diagram shows five points on a Cartesian plane.



Antara titik A, B, C dan D, yang manakah imej bagi titik P di bawah satu putaran 90° ikut arah jam pada pusat (1, 3)? Which of the points, A, B, C or D, is the image of point P under a clockwise rotation of 90° about the centre (1, 3)?

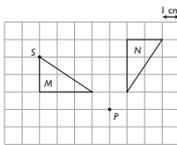
8. Rajah di bawah menunjukkan dua oktagon yang dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows two octagons drawn on a Cartesian plane.



Oktagon II adalah imej bagi oktagon I di bawah suatu penjelmaan. Huraikan selengkapnya penjelmaan itu. Oktagon II is the image of octagon I under a transformation. Describe in full the transformation.

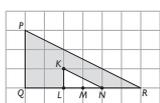
- A Putaran 90° lawan arah jam pada pusat O
Anticlockwise rotation of 90° about the centre O
B Putaran 90° ikut arah jam pada pusat O
Clockwise rotation of 90° about the centre O
C Pantulan pada garis $y = -x$
Reflection on the line $y = -x$
D Pantulan pada garis $y = 0$
Reflection on the line $y = 0$

9. Rajah di bawah menunjukkan dua segi tiga yang dilukis pada grid segi empat sama dengan sisi 1 cm. Segi tiga N ialah imej bagi segi tiga M di bawah satu putaran 90° ikut arah jam pada pusat P. The diagram shows two triangles drawn on a 1 cm square grid. Triangle N is the image of triangle M under a clockwise rotation of 90° about the centre P.



Cari jarak, dalam cm, yang dilalui oleh titik S di bawah putaran ini. Find the distance, in cm, moved by the point S under this rotation.
(A) 4
(B) 7.86
(C) 14.42
(D) 20

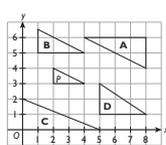
10. Dalam rajah di bawah, segi tiga PQR ialah imej bagi segi tiga KLN di bawah suatu pembesaran. In the diagram, triangle PQR is the image of triangle KLN under an enlargement.



Cari pusat dan faktor skala pembesaran itu. Find the centre and the scale factor of the enlargement.

	Pusat pembesaran Centre of enlargement	Faktor skala Scale factor
A	L	$\frac{1}{3}$
B	K	3
C	M	3
D	N	$\frac{1}{3}$

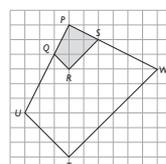
11. Rajah di bawah menunjukkan lima segi tiga, P, A, B, C dan D, dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows five triangles, P, A, B, C and D, drawn on a Cartesian plane.



Antara segi tiga A, B, C dan D, yang manakah imej bagi segi tiga P di bawah suatu pembesaran? Which of the triangles, A, B, C or D, is the image of triangle P under an enlargement?

12. Di bawah satu pembesaran, luas suatu imej ialah $64\pi \text{ cm}^2$ dan luas objeknya ialah $16\pi \text{ cm}^2$. Cari faktor skala pembesaran itu. Under an enlargement, the area of an image is $64\pi \text{ cm}^2$ and the area of the object is $16\pi \text{ cm}^2$. Find the scale factor of the enlargement.
(A) 4
(B) 2
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{1}{4}$

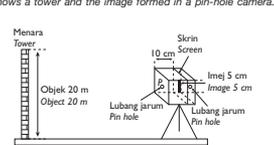
13. Dalam rajah di bawah, sisi empat PQRS ialah imej bagi sisi empat PUTW di bawah suatu pembesaran. In the diagram, quadrilateral PQRS is the image of quadrilateral PUTW under an enlargement.



Cari faktor skala pembesaran itu. Find the scale factor of the enlargement.

- (A) 3
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{3}$
(D) -3

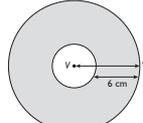
14. Aqilah mengambil gambar dengan menggunakan kamera lubang jarum. Rajah di bawah menunjukkan sebuah menara dan imej yang terbentuk pada kamera lubang jarum. Aqilah took a picture by using a pin-hole camera. The diagram shows a tower and the image formed in a pin-hole camera.



Antara berikut, yang manakah benar? Which of the following are correct?

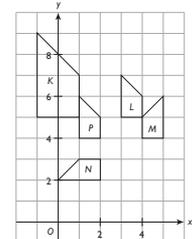
Faktor skala Scale factor	Jarak menara dari pusat pembesaran (cm) Tower distance from the centre of enlargement (cm)
(A) $-\frac{1}{400}$	4 000
B $\frac{1}{400}$	4 000
C -400	4 040
D 400	4 040

15. Rajah di bawah menunjukkan dua bulatan sepusat dengan pusat V. Bulatan yang besar adalah imej bagi bulatan kecil di bawah suatu pembesaran. Diberi $VW = 9 \text{ cm}$ ialah jejari bulatan besar. The diagram shows two concentric circles with centre V. The bigger circle is the image of the smaller circle under an enlargement. It is given $VW = 9 \text{ cm}$ is the radius of the bigger circle.



- Cari faktor skala bagi pembesaran itu. Find the scale factor of the enlargement.
(A) 3
(B) 2
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{1}{3}$

16. Rajah di bawah menunjukkan trapezium P dan imejnya di bawah penjelmaan tertentu. The diagram shows trapezium P and its images under certain transformations.

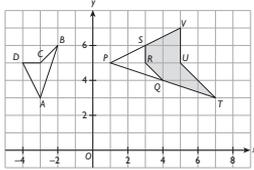


- Antara berikut, yang manakah tidak benar? Which of the following is not true?
A Trapezium K ialah imej bagi trapezium P di bawah pembesaran dengan faktor skala 2 pada pusat (3, 3). Trapezium K is the image of trapezium P under an enlargement of scale factor 2 with centre (3, 3).
B Trapezium L ialah imej bagi trapezium P di bawah translasi $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Trapezium L is the image of trapezium P under a translation $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
C Trapezium M ialah imej bagi trapezium P di bawah suatu pantulan pada garis $x = 3$. Trapezium M is the image of trapezium P under a reflection in the line $x = 3$.
D Trapezium N ialah imej bagi trapezium P di bawah suatu putaran 90° lawan arah jam pada pusat (3, 3). Trapezium N is the image of trapezium P under an anticlockwise rotation of 90° about the centre (3, 3).

ANALISIS SOALAN SPM				
Siswazah	2013	2014	2015	2016
31	8/13	8/13	8/13	6/13

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Rajah di bawah menunjukkan tiga sisi empat, ABCD, PQRS dan PTUV, yang dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows three quadrilaterals, ABCD, PQRS and PTUV, drawn on a Cartesian plane.



- (a) Penjelmaan T ialah satu translasi $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Penjelmaan R ialah satu pantulan pada garis $x = 1$.
Nyatakan koordinat imej bagi titik Q di bawah penjelmaan berikut:
Transformation T is a translation $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.
Transformation R is a reflection in the line $x = 1$.
State the coordinates of the image of point Q under the following transformations:
(i) T (ii) RT [3 markah/3 marks]
- (b) PTUV ialah imej bagi ABCD di bawah gabungan penjelmaan WV.
Huraikan selengkapnya penjelmaan:
PTUV is the image of ABCD under the combined transformation WV.
Describe in full, the transformation:
(i) V (ii) W [6 markah/6 marks]
- (c) Diberi kawasan yang berlorek mewakili satu kawasan yang mempunyai luas 24 m².
Hitung luas, dalam m², kawasan yang diwakili oleh ABCD.
It is given that the shaded region represents a region of area 24 m².
Calculate the area, in m², of the region represented by ABCD. [3 markah/3 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $Q(4, 4) \xrightarrow{T} (-1, 2)$ (ii) $Q(4, 4) \xrightarrow{T} (-1, 2) \xrightarrow{R} (3, 2)$
- (b) (i) V = Putaran 90° ikut arah jam pada pusat (0, 2) (ii) Faktor skala = $\frac{UV}{RS} = \frac{2}{1} = 2$
W = Pembrebaran dengan faktor skala 2 pada pusat P(1, 5)
- (c) $Katakan\ luas\ PQRS = x\ m^2$
 $x + 24 = 2^2 \times x \leftarrow Luas\ imej = k^2 \times Luas\ objek$
 $x + 24 = 4x$
 $3x = 24$
 $x = 8$
Luas ABCD = Luas PQRS = 8 m²

41

2. (a) Penjelmaan H ialah satu translasi $\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Penjelmaan R ialah satu putaran 90° lawan arah jam pada pusat (3, 0).
Penjelmaan F ialah satu pantulan pada garis $y = 5$.
Nyatakan koordinat imej bagi titik T(6, 1) di bawah penjelmaan berikut:

Transformation H is a translation $\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

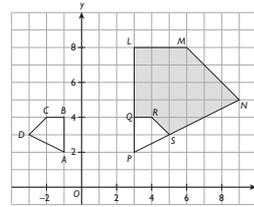
Transformation R is an anticlockwise rotation of 90° about the centre (3, 0).

Transformation F is a reflection in the line $y = 5$.

State the coordinates of the image of point T(6, 1) under the following transformations:

- (i) FR (ii) FH [4 markah/4 marks]

- (b) Rajah di bawah menunjukkan tiga sisi empat, ABCD, PQRS dan PLMN, yang dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows three quadrilaterals, ABCD, PQRS and PLMN, drawn on a Cartesian plane.



PLMN ialah imej bagi ABCD di bawah gabungan penjelmaan VW.

Huraikan selengkapnya penjelmaan:

PLMN is the image of ABCD under the combined transformation VW.

Describe in full, the transformation:

- (i) W (ii) V [5 markah/5 marks]

- (c) Diberi bahawa sisi empat ABCD mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 84 m².
Hitung luas, dalam m², kawasan yang berlorek.

It is given that the quadrilateral ABCD represents a region of area 84 m².

Calculate the area, in m², of the shaded region.

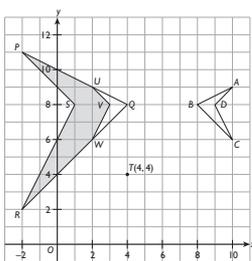
[3 markah/3 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $T(6, 1) \xrightarrow{R} (2, 3) \xrightarrow{F} (2, 7)$ (ii) $T(6, 1) \xrightarrow{H} (1, 4) \xrightarrow{F} (1, 6)$
- (b) (i) W = Pantulan pada garis $x = 1$ (ii) Faktor skala = $\frac{LM}{QR} = \frac{3}{1} = 3$
V = Pembrebaran dengan faktor skala 3 pada pusat P(3, 2)
- (c) $Luas\ kawasan\ berlorek = Luas\ PLMN - Luas\ PQRS$
 $= (3^2 \times 84) - 84 \leftarrow Luas\ PQRS$
 $= 756 - 84$
 $= 672\ m^2$

42

3. Rajah di bawah menunjukkan titik T(4, 4), sisi empat ABCD, sisi empat UQWV dan sisi empat PQRS, dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows the point T(4, 4), quadrilateral ABCD, quadrilateral UQWV and quadrilateral PQRS, drawn on a Cartesian plane.



- (a) Penjelmaan L ialah satu translasi $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Penjelmaan R ialah satu putaran 90° ikut arah jam pada pusat (2, 3).

Penjelmaan F ialah satu pantulan pada garis $x = 6$.
Nyatakan koordinat imej bagi titik T di bawah penjelmaan berikut:

Transformation L is a translation $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Transformation R is a clockwise rotation of 90° about the centre (2, 3).

Transformation F is a reflection in the line $x = 6$.
State the coordinates of the image of point T under the following transformations:

- (i) FR (ii) LF [4 markah/4 marks]

- (b) PQRS ialah imej bagi ABCD di bawah gabungan penjelmaan MN.
Huraikan selengkapnya penjelmaan:
PQRS is the image of ABCD under the combined transformation MN.
Describe in full, the transformation:
(i) N (ii) M [5 markah/5 marks]

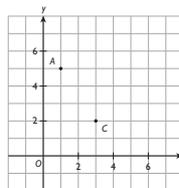
- (c) Diberi bahawa sisi empat ABCD mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 32 m².
Hitung luas, dalam m², kawasan yang berlorek.
It is given that quadrilateral ABCD represents a region of area 32 m².
Calculate the area, in m², of the shaded region. [3 markah/3 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $T(4, 4) \xrightarrow{R} (3, 1) \xrightarrow{F} (9, 1)$ (ii) $T(4, 4) \xrightarrow{L} (1, 6) \xrightarrow{F} (5, 6)$
- (b) (i) N = Pantulan pada garis $x = 6$
- (ii) M = Pembrebaran dengan faktor skala 3 pada pusat Q(4, 8)
- (c) $Luas\ kawasan\ berlorek = Luas\ PQRS - Luas\ UQWV$
 $= (3^2 \times 32) - 32 \leftarrow Luas\ UQWV$
 $= 288 - 32$
 $= 256\ m^2$

43

4. (a) Rajah di bawah menunjukkan titik A dan titik C ditanda pada suatu satah Cartes. The diagram shows the point A and point C marked on a Cartesian plane.



Penjelmaan T ialah satu translasi $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Penjelmaan R ialah satu putaran 90° lawan arah jam pada pusat C.
Nyatakan koordinat imej bagi titik A di bawah setiap penjelmaan berikut:

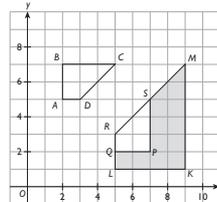
Transformation T is a translation $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Transformation R is an anticlockwise rotation of 90° about the centre C.

State the coordinates of the image of point A under each of the following transformations:

- (i) RT (ii) R² [4 markah/4 marks]

- (b) Rajah di bawah menunjukkan tiga trapezium, ABCD, QPSR dan LKMR, dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows three trapeziums, ABCD, QPSR and LKMR, drawn on a Cartesian plane.



(i) Trapezium LKMR ialah imej bagi trapezium ABCD di bawah gabungan penjelmaan VW.

Huraikan selengkapnya penjelmaan:
Trapezium LKMR is the image of trapezium ABCD under the combined transformation VW.

Describe in full, the transformation:

- (a) W (b) V

(ii) Diberi bahawa trapezium ABCD mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 65 m².
Hitung luas, dalam m², kawasan yang berlorek.

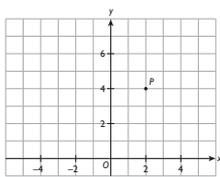
It is given that trapezium ABCD represents a region of area 65 m². Calculate the area, in m², of the shaded region. [8 markah/8 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $A(1, 5) \xrightarrow{T} (5, 2) \xrightarrow{R} (3, 4)$
- (ii) $A(1, 5) \xrightarrow{R} (0, 0) \xrightarrow{R} (5, -1)$
- (b) (i) (a) W = Pantulan pada garis $y = x$
- (b) Faktor skala = $\frac{KM}{PS} = \frac{6}{3} = 2$
V = Pembrebaran dengan faktor skala 2 pada pusat R(5, 3)
- (ii) $Luas\ kawasan\ berlorek = Luas\ LKMR - Luas\ QPSR$
 $= (2^2 \times 65) - 65 \leftarrow Luas\ QPSR$
 $= 260 - 65$
 $= 195\ m^2$

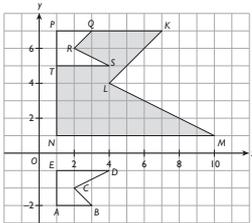
44

5. (a) Rajah di bawah menunjukkan titik P ditanda pada suatu satah Cartes. The diagram shows the point P marked on a Cartesian plane.



Penjelmaan T ialah satu translasi $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 Penjelmaan R ialah satu putaran 90° lawan arah jam pada pusat $(0, 1)$.
 Nyatakan koordinat imej bagi titik P di bawah penjelmaan berikut:
 Transformation T is a translation $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 Transformation R is a rotation of 90° , anticlockwise about the centre $(0, 1)$.
 State the coordinates of the image of point P under each of the following transformations:
 (i) RT (ii) TR [4 markah/4 marks]

- (b) Rajah di bawah menunjukkan tiga pentagon tak sekata, $ABCDE$, $PQRST$ dan $PKLMN$, dilukis pada suatu satah Cartes. The diagram shows three irregular pentagons, $ABCDE$, $PQRST$ and $PKLMN$, drawn on a Cartesian plane.



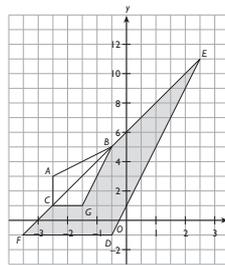
(i) Pentagon tak sekata $PKLMN$ ialah imej bagi pentagon tak sekata $ABCDE$ di bawah gabungan penjelmaan VW . Huraikan selengkapnya penjelmaan: Irregular pentagon $PKLMN$ is the image of irregular pentagon $ABCDE$ under the combined transformation VW . Describe in full, the transformation:
 (a) W
 (b) V
 (ii) Diberi bahawa pentagon tak sekata $ABCDE$ mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 36 m^2 . Hitung luas, dalam m^2 , kawasan yang berlorek. It is given that the irregular pentagon $ABCDE$ represents a region of area 36 m^2 . Calculate the area, in m^2 , of the shaded region. [8 markah/8 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $P(2, 4) \xrightarrow{T} (5, 5) \xrightarrow{R} (-4, 6)$
 (ii) $P(2, 6) \xrightarrow{R} (-3, 3) \xrightarrow{T} (0, 4)$
 (b) (i) (a) $W =$ Pantulan pada garis $y = 2$
 (b) Faktor skala = $\frac{PK}{PQ} = \frac{6}{2} = 3$
 $V =$ Pembrebaran dengan faktor skala 3 pada pusat $P(1, 7)$
 (ii) Luas kawasan berlorek = Luas $PKLMN$ - Luas $PQRST$
 $= (3^2 \times 36) - 36 = 324 - 36 = 288 \text{ m}^2$

45

6. Rajah di bawah menunjukkan tiga segi CAB , FDE dan CGB , dilukis pada suatu Cartes. The diagram shows three triangles CAB , FDE and CGB , drawn on a Cartesian plane.



(a) Penjelmaan R ialah satu putaran 90° , ikut arah jam pada pusat O .
 Penjelmaan T ialah satu translasi $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
 Nyatakan koordinat imej bagi titik A di bawah setiap penjelmaan berikut:
 Transformation R is a rotation of 90° , clockwise about the centre O .
 Transformation T is a translation $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
 State the coordinates of the image of point A under each of the following transformations:
 (i) T^2
 (ii) TR [4 markah/4 marks]

- (b) (i) Segi tiga FDE ialah imej bagi segi tiga CAB di bawah gabungan penjelmaan MN . Huraikan selengkapnya penjelmaan: Triangle FDE is the image of triangle CAB under the combined transformation MN . Describe in full, the transformation:
 (a) N
 (b) M
 (ii) Diberi bahawa segi tiga CAB mewakili suatu kawasan yang mempunyai luas 28 m^2 . Hitung luas, dalam m^2 , kawasan berlorek. It is given that triangle CAB represents a region of an area 28 m^2 . Calculate the area, in m^2 , of the shaded region. [8 markah/8 marks]

Jawapan/Answer:

- (a) (i) $A(-2.5, 3) \xrightarrow{T} (-2, 7) \xrightarrow{T} (-1.5, 11)$
 (ii) $A(-2.5, 3) \xrightarrow{R} (1.5, 5) \xrightarrow{T} (2, 9)$
 (b) (i) (a) $N =$ Pantulan pada garis $FCBE$
 (b) Faktor skala = $\frac{FD}{CG} = \frac{6}{2} = 3$
 $M =$ Pembrebaran dengan faktor skala 3 pada pusat $(-2, 2)$
 (ii) Luas kawasan berlorek = luas FDE - Luas BCG
 $= (3^2 \times 28) - 28 = 252 - 28 = 224 \text{ m}^2$

46

BAB 4 Matriks MATRICES

4.1 Matriks

- A. Lengkapkan jadual berikut. Complete the following table.

Matriks Matrix	Bilangan baris Number of rows	Bilangan lajur Number of columns	Peringkat Order
CONTOH $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 6 \\ 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$	2	3	2×3
1. $\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$	2	1	2×1
2. $(6 \quad -3 \quad 5)$	1	3	1×3
3. $\begin{pmatrix} 3 & -7 & 4 \\ 0 & 5 & 8 \\ 5 & 6 & -1 \end{pmatrix}$	3	3	3×3

- B. Lengkapkan matriks berikut. Complete the following matrix.

$$a_{11} = 7 \quad a_{22} = 3 \quad a_{13} = -1 \quad a_{32} = -6$$

$$a_{23} = -9 \quad a_{12} = -2 \quad a_{31} = 4$$

$$a_{33} = -8 \quad a_{21} = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -9 \\ 4 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

FAKTA UTAMA

Secara amnya, a_{ij} ialah unsur dalam matriks A pada baris ke- i dan lajur ke- j .
 In general, a_{ij} is an element of a matrix A in the i^{th} row and the j^{th} column.

4.2 Matriks Sama

- Diberi bahawa matriks $A = B$, cari nilai x , y dan z . Given that the matrices $A = B$, find the values of x , y and z .

1. $A = \begin{pmatrix} x & -6 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ 2. $A = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ y & 6z \end{pmatrix}$ 3. $A = \begin{pmatrix} 7 & x+4 \\ x & 4y \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 3 & -2y \\ 4 & x+z \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} x & -5 \\ -2 & -18 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ y+2 & z \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x & -6 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2y \\ 4 & x+z \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ y & 6z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -5 \\ -2 & -18 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 7 & x+4 \\ x & 4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ y+2 & z \end{pmatrix}$

$x = 3$ $x = 8$ $x + 4 = 9$
 $-2y = -6$ $y = -2$ $x = 5$
 $y = 3$ $6z = -18$ $y + 2 = 5$
 $3 + z = -5$ $z = -3$ $y = 3$
 $z = -5 - 3$ $z = 4(3)$
 $z = -8$ $= 12$

47

4.3 Penambahan dan Penolakan Matriks

- A. Hitung setiap yang berikut. Calculate each of the following.

CONTOH

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-2 & 3-6 \\ 4-8 & 5+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$$

FAKTA UTAMA

1. Penambahan matriks/Addition of matrices
 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$
2. Penolakan matriks/Subtraction of matrices
 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-p \\ b-q \end{pmatrix}$

1. $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 4+6 & -1-1 \\ 2-8 & 5+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & -2 \\ -6 & 14 \end{pmatrix}$$

2. $\begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} -7+4 \\ 5-(-4) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

3. $\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ -4 & -2 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 1 & 7 \\ 3 & -5 & 9 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 3-8 & 7-1 & 5-7 \\ -4-3 & -2+5 & 6-9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 6 & -2 \\ -7 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

4. $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 7 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -6 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} -2+1 & -5-0 \\ 7-4 & 1+6 \\ -3+3 & 0+2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 3 & 7 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. $(4 \quad -1 \quad 3) + (2 \quad 5 \quad 7) - (8 \quad 6 \quad -2)$

$$= (4+2-8 \quad -1+5-6 \quad 3+7-2)$$

$$= (-2 \quad -2 \quad 12)$$

6. $(3 \quad -4) + (1 \quad 3) - (-6 \quad -7)$

$$= (3+1-6 \quad -4+3+7)$$

$$= (0 \quad 6)$$

7. $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 5-2-1 \\ 2+4+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 2-1+3 & 1-4-5 \\ 3-5-1 & -2+7+6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 11 \end{pmatrix}$$

48

B. Cari nilai x dan nilai y dalam setiap persamaan matriks berikut.

Find the values of x and y in each of the following matrix equations.

$$1. \begin{pmatrix} x \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2y \end{pmatrix}$$

$$x - 4 = 8$$

$$x = 12$$

$$3 - (-7) = 2y$$

$$10 = 2y$$

$$y = 5$$

$$2. (5x - 1) + (-3 \ 2y) = (-2 \ 3)$$

$$5x - 3 = -2$$

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$-1 + 2y = 3$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$3. \begin{pmatrix} 4 & x \\ -3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5y & -9 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$x - 5 = -9$$

$$x = -4$$

$$4 + 6 = -5y$$

$$5y = -10$$

$$y = -2$$

$$4. \begin{pmatrix} 3 & 4y \\ x & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ y & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4y - 4 = 12$$

$$4y = 16$$

$$y = 4$$

$$x - y = 5$$

$$x - 4 = 5$$

$$x = 9$$

$$5. \begin{pmatrix} x & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 7 \\ -5 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y & 9 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$x + 4 - 8 = 5$$

$$x - 4 = 5$$

$$x = 9$$

$$-3 + y = -2$$

$$y = 1$$

$$6. \begin{pmatrix} x+5 & 2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -3 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y & 10 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$9 + y = 6$$

$$y = -3$$

$$x + 5 - 6 = -2y$$

$$x - 1 = -2(-3)$$

$$x - 1 = 6$$

$$x = 7$$

4.4 Pendaraban Matriks dengan Nombor

A. Cari hasil darab bagi setiap yang berikut.

Find the product of each of the following.

$$1. 3 \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

$$2. -5 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$3. \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -8 & -4 & 2 \\ 10 & 6 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

B. Hitung dan ungkapkan setiap yang berikut sebagai matriks tunggal.

Calculate and express each of the following as a single matrix.

CONTOH

$$4. \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -10 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12 - 5 \\ -8 + 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$1. 2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 8 & 12 & -4 \\ 0 & 16 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 6 & -8 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2+2 & 0+3 & 4-1 \\ 6+0 & -8+4 & 10-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 6 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 3 & 9 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+6 & -4+0 \\ 6-3 & 2-9 \\ -3-12 & 5+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 3 & -7 \\ -15 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5-4 \\ 0-2 \\ -10+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$4. \frac{1}{2} (4 \ -8) + 5(1 \ 0) = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+5 & -4+0 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

$$5. 2(-1 \ 3 \ -2) - \frac{1}{8}(0 \ -16 \ 8)$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 6 & -4 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2-0 & 6-(-2) & -4-1 \\ 0-(-2) & -2-0 & 1-(-4) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

C. Diberi bahawa $P = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & -8 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ dan $R = \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$, ungkapkan setiap yang berikut sebagai satu matriks tunggal.

Given that $P = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & -8 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ and $R = \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$, express each of the following as a single matrix.

$$1. -2Q + \frac{1}{3}R - P$$

$$= -2 \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -14 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2-3+2 & -14+2-4 \\ 0-1-10 & 6+4+8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -16 \\ -11 & 18 \end{pmatrix}$$

$$2. \frac{1}{2}P - R + 3Q$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 10 & -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 12 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -3 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1+9+3 & 2-6+21 \\ 5+3+0 & -4-12-9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & 17 \\ 8 & -25 \end{pmatrix}$$

D. Cari nilai x dan nilai y dalam setiap persamaan matriks berikut.

Find the values of x and y in each of the following matrix equations.

CONTOH

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -4 & x \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2y \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1. 2 \begin{pmatrix} 4 \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$8 + x = 10 \quad 2y + 8 = 18$$

$$x = 2 \quad 2y = 10$$

$$y = 5$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ -4 & x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -10 \\ 5 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2y \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}x + 5 = 2$$

$$\frac{1}{2}x = -3$$

$$x = -6$$

$$2. 3 \begin{pmatrix} 4 & x \\ y & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 6 & -2x \\ 7 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 18 \\ 6y & 30 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 3x \\ 3y & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 18 & -6x \\ 21 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 18 \\ 6y & 30 \end{pmatrix}$$

$$3x + 6x = 18 \quad 3y - 21 = 6y$$

$$9x = 18 \quad 3y = -21$$

$$x = 2 \quad y = -7$$

$$3. \frac{1}{3} \begin{pmatrix} x & 12 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ y & -17 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} x & 12 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 0 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ y & -17 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{3}x - 4 = 1 \quad \frac{1}{3}(6) - 0 = y$$

$$\frac{1}{3}x = 5 \quad 2 - 0 = y$$

$$x = 15 \quad y = 2$$

$$4. \begin{pmatrix} x \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 \\ -5 \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 \\ -5 \\ y \end{pmatrix}$$

$$x - 15 = \frac{1}{5}(15) \quad 3 - 6 = \frac{1}{5}y$$

$$x - 15 = 3 \quad \frac{1}{5}y = -3$$

$$x = 18 \quad y = -15$$

$$5. -2(5 \ x \ 3) - \frac{1}{4}(8 \ -4 \ 12) = 3(-4 \ 5 \ y)$$

$$\begin{pmatrix} -10 & -2x & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & 15 & 3y \end{pmatrix}$$

$$-2x + 1 = 15 \quad -6 - 3 = 3y$$

$$-2x = 14 \quad 3y = -9$$

$$x = -7 \quad y = -3$$

4.5 Pendaraban Dua Matriks

A. Tentukan sama ada setiap pasangan matriks berikut boleh didarab atau tidak. Nyatakan peringkat matriks yang terhasil jika matriks itu boleh didarab.

Determine whether each of the following pair of matrices can be multiplied or not. State the order of the product of the matrices if the matrices can be multiplied.

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Peringkat: $(2 \times 3)(2 \times 1)$

Tidak sama

∴ Tidak boleh didarab

$$2. \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} (5 \ -2)$$

Peringkat: $(2 \times 1)(1 \times 2)$

Sama

∴ Boleh didarab

Peringkat matriks yang terhasil = 2×2

$$3. (-5 \ 2) \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Peringkat: $(1 \times 2)(2 \times 2)$

Sama

∴ Boleh didarab

Peringkat matriks yang terhasil = 1×2

B. Cari hasil darab bagi matriks berikut.

Find the product of the following matrices.

CONTOH

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(4) + 0(-1) & 3(6) + 0(2) \\ 5(4) + (-2)(-1) & 5(6) + (-2)(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 0 & 18 + 0 \\ 20 + 2 & 30 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 18 \\ 22 & 26 \end{pmatrix}$$

$$1. \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6(1) + 2(7) & -6(-2) + 2(5) \\ 4(1) + 3(7) & 4(-2) + 3(5) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 22 \\ 25 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5(2) + (-3)(3) & 5(-1) + (-3)(6) \\ -4(2) + 2(3) & -4(-1) + 2(6) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -23 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5(4) + 1(2) \\ -3(4) + 0(2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 22 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$4. (-3 \ 4) \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = (-3(0) + 4(2) \ -3(-5) + 4(1))$$

$$= (8 \ 19)$$

$$5. (-4 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = (-4(1) + 3(5))$$

$$= (-4 + 15)$$

$$= (11)$$

$$6. \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} (5 \ 4) = \begin{pmatrix} 2 \times 5 & 2 \times 4 \\ -3 \times 5 & -3 \times 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ -15 & -12 \end{pmatrix}$$

$$7. (2 \ -1 \ 4) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = (2(1) + (-1)(3) + 4(-2))$$

$$= (2 - 3 - 8)$$

$$= (-9)$$

$$8. \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1(-3) + 3(1) & -1(4) + 3(2) \\ 2(-3) + 5(1) & 2(4) + 5(2) \\ 4(-3) + 0(1) & 4(4) + 0(2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 18 \\ -12 & 16 \end{pmatrix}$$

C. Cari nilai x dan nilai y dalam setiap persamaan matriks berikut.
Find the values of x and y in each of the following matrix equations.

4.5 (iii)

CONTOH

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 10 \\ 11 & y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0(1) + 5(4) & 0(-3) + 5(2) \\ 3(1) + 2(4) & 3(-3) + 2(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 10 \\ 11 & y \end{pmatrix}$$

Perudahkan persamaan matriks untuk mendapat dua matriks yang sama.
Simplify the matrix equation to get two equal matrices.

$$\begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 11 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 10 \\ 11 & y \end{pmatrix}$$

Samakan unsur-unsur yang sepadan.
Equate the corresponding elements.

$$x = 20, y = -5$$

1. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2(6) + 3(0) & 2(3) + 3(-2) \\ -1(6) + 1(0) & -1(3) + 1(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$x = 12, y = 0$$

2. $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 4 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0(5) + (-2)(4) & 0(3) + (-2)(-2) \\ 5y + 1(4) & 3y + 1(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 4 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 5y + 4 & 3y - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 4 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$$

$$-8 = x \quad 5y + 4 = 14$$

$$x = -8 \quad 5y = 10$$

$$y = 2$$

3. $\begin{pmatrix} x & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2x + 1(4) & x + y \\ -2(2) + 3(4) & -2 + 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x + 4 & x + y \\ -2 & -2 + 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x + 4 = 10 & x + y = 8 \\ -2 = 8 & -2 + 3y = 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x = 6 & x + y = 8 \\ x = 3 & y = 5 \end{pmatrix}$$

4. $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 20 & -6 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -y + 3(2) & -3 + 3(4) \\ 2y + 2x & 2(3) + 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 20 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -y + 6 & 6 + 4x \\ 2y + 2x & 6 + 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 20 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -y + 6 = -7 & 6 + 4x = 9 \\ 2y + 2x = 20 & 6 + 4x = -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -y = -13 & 4x = -12 \\ y = 13 & x = -3 \end{pmatrix}$$

5. $\begin{pmatrix} 3 \\ x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 12 \\ -12 & -8 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3y & 3(4) \\ xy & 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 12 \\ -12 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3y = 18 & 3y = 12 \\ 4x = -8 & 3y = 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y = 6 & y = 4 \\ x = -2 & y = 6 \end{pmatrix}$$

6. $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & y \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2x - 3 & -x + 4 \\ 2x - 3 & -x + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & y \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x - 3 = 5 & -x + 4 = y \\ 2x = 8 & -x + 4 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x = 4 & y = -4 + 4 \\ x = 4 & y = 0 \end{pmatrix}$$

7. $\begin{pmatrix} 2x \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & y \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 12x & -4x \\ -6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12x = 3 & y = 2 \\ -6 = -6 & y = 2 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

8. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ x & -3 & y \\ 1 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -1 \\ -3 & y \\ 1 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -2x - 12 + 0 & 2 + 4y + 0 \\ -2x - 12 + 0 & 2 + 4y + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2x - 12 = -8 & 2 + 4y = 4 \\ -2x = 4 & 4y = 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x = -2 & y = \frac{1}{2} \\ x = -2 & y = \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

53

B. Selesaikan masalah yang melibatkan matriks songsang.
Solve the problems involving the inverse matrices.

4.7 (iii)

CONTOH

Diberi $A \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, cari matriks A .

Diberi $A \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, find matrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{2(7) - (-4)(-4)} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2(7) - 16} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} -\frac{7}{2} & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Diberi bahawa $C \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Cari matriks C .

It is given that $C \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Find matrix C .

$$C = \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{-7(2) - (-2)(6)} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-14 - (-12)} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -2 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Diberi bahawa $\frac{1}{k} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix}$ ialah matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Cari nilai m dan nilai k .

It is given that $\frac{1}{k} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix}$ is the inverse matrix of $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$. Find the values of m and k .

$$\frac{1}{k} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix} = \frac{1}{3(8) - 2(-3)} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{24 - (-6)} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{30} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -3 & m \end{pmatrix}$$

$$\therefore m = 1, \quad k = 8 - 6 = 2$$

1. Diberi $B \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, cari matriks B .

Given $B \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, find matrix B .

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{3(3) - 5(2)} \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{9 - 10} \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

3. Matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ialah $m \begin{pmatrix} -4 & p \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$. Cari nilai p dan nilai m .

The inverse matrix of $\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ is $m \begin{pmatrix} -4 & p \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$. Find the values of p and m .

$$m \begin{pmatrix} -4 & p \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{5(-4) - (-7)(3)} \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-20 - (-21)} \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-20 + 21} \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{1} \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore p = 7, \quad m = 1$$

5. Matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} h & 2 \\ 13 & k \end{pmatrix}$ ialah $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -13 & h \end{pmatrix}$. Cari nilai h dan nilai k .

The inverse matrix of $\begin{pmatrix} h & 2 \\ 13 & k \end{pmatrix}$ is $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -13 & h \end{pmatrix}$. Find the values of h and k .

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -13 & h \end{pmatrix} = \frac{1}{hk - 2(13)} \begin{pmatrix} h & 2 \\ 13 & k \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{hk - 26} \begin{pmatrix} h & 2 \\ 13 & k \end{pmatrix}$$

$$\therefore k = 4, \quad hk - 26 = 2$$

$$4h = 28$$

$$h = 7$$

55

4.6 Matriks Identiti

FAKTA UTAMA

Matriks Identiti, I , apabila didarabkan dengan sebarang matriks A akan menghasilkan matriks A .
Identify matrix I , when multiplied by any matrix A will give the product A .

$$IA = AI = A$$

Ungkapkan setiap yang berikut sebagai matriks tunggal.
Express each of the following as a single matrix.

4.6 (iii)

1. $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -5 \\ 3 & 7 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 4-3 & -1-0 & 3-5 \\ 2-0 & 0-1 & -5-1 \\ 3+1 & 7-2 & -2-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -6 \\ 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

2. $3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 9 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & 3 \\ 3 & 15 & 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9+1 & 0+0 & 9+0 \\ 0-4 & 3-8 & 3-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 9 \\ -4 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$

4.7 Matriks Songsang

FAKTA UTAMA

1. Jika $AB = BA = I$, maka A ialah matriks songsang bagi B dan B ialah matriks songsang bagi A .
If $AB = BA = I$, then A is the inverse matrix of B and B is the inverse matrix of A .

2. Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, dengan keadaan $ad-bc \neq 0$.
If $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, then $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, where $ad-bc \neq 0$.

3. A^{-1} tidak wujud jika penentu matriks $ad-bc = 0$.
 A^{-1} does not exist if the determinant of matrix $ad-bc = 0$.

A. Cari matriks songsang bagi setiap yang berikut.
Find the inverse matrix of each of the following.

4.7 (iii)

1. $P = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$

$$P^{-1} = \frac{1}{2(4) - 1(7)} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8-7} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

2. $Q = \begin{pmatrix} -5 & 8 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

$$Q^{-1} = \frac{1}{-5(4) - 8(-3)} \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-20 - (-24)} \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

3. $R = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

$$R^{-1} = \frac{1}{4(-3) - (-2)(5)} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-12 - (-10)} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ \frac{5}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

4. $S = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

$$S^{-1} = \frac{1}{3(3) - 2(6)} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{9 - 12} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

54

4.8 Penyelesaian Persamaan Linear Serentak dengan Kaedah Matriks

4.8 (iii)

A. Tulis setiap persamaan linear serentak berikut dalam bentuk persamaan matriks. Seterusnya, menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y .
Write each of the following simultaneous linear equations as a matrix equation. Hence, using matrix method, calculate the values of x and y .

CONTOH

$$\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 2x + 7y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3(7) - (-4)(2)} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{21 - (-8)} \begin{pmatrix} 7(10) + 4(-3) \\ -2(10) + 3(-3) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{29} \begin{pmatrix} 58 \\ -29 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 2, y = -1$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = 13 \\ 3x - 4y = -18 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-2(-4) - 3(3)} \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8 - 9} \begin{pmatrix} -4(13) + (-3)(-18) \\ -3(-18) + (-2)(-18) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -52 + 54 \\ 54 + 36 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ -90 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 2, y = 3$$

2. $-3x + 5y = -18$

$$\begin{cases} -3x + 5y = -18 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-3(-3) - 5(1)} \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -18 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{9 - 5} \begin{pmatrix} -3(-18) + (-5)(10) \\ -1(-18) + (-3)(10) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 54 - 50 \\ 18 - 30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 1, y = -3$$

3. $x = 5y - 8 \Rightarrow x - 5y = -8$

$$\begin{cases} x - 5y = -8 \\ 3x - 2y = -11 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{1(-2) - (-5)(3)} \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2 - (-15)} \begin{pmatrix} -2(-8) + 5(-11) \\ -3(-8) + 1(-11) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 16 - 55 \\ 24 - 11 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = -3, y = 1$$

B. Jawab soalan berikut.

Answer the following question.

4.8 (iii)

Beza harga antara dua batang pen dengan tiga biji pemadam ialah RM5. Jumlah harga bagi tiga batang pen dan empat biji pemadam ialah RM16. Dengan menggunakan kaedah matriks, cari harga sebatang pen dan harga sebatang pemadam.

The difference in price between two pens and three erasers is RM5. The total price of three pens and four erasers is RM16. By using matrix method, find the price of a pen and the price of an eraser.

Katakan harga sebatang pen ialah RM x dan harga sebatang pemadam ialah RM y .

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2(4) - (-3)(3)} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8 - (-9)} \begin{pmatrix} 4(5) + 3(16) \\ -3(5) + 2(16) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 20 + 48 \\ -15 + 32 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 68 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{Harga sebatang pen} = \text{RM}4$$

$$\text{Harga sebatang pemadam} = \text{RM}1$$

56

PRAKTIK FORMATIF Kertas 1

SKOR

Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan daripada pilihan A, B, C dan D.
Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options A, B, C and D.

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
4.1 - 4.2	-	-	-	-
4.3	-	S. 39	-	S. 39
4.4	-	S. 40	S. 40	S. 40
4.5	S. 39, 40	-	-	-
4.6	-	-	-	-
4.7	-	-	-	-
4.8	-	-	-	-

1. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 17 & 9 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 9 & 16 \\ 17 & 10 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 11 & 17 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 13 & 17 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$

2. $P + \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
Cari matriks P.
Find matrix P.

A $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Diberi:
Given: $\begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 7 & -6 \end{pmatrix} - 2Q = 5 \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

Cari matriks Q.
Find matrix Q.

A $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} -2 & 7 & 24 \\ -2 & 1 & 26 \end{pmatrix}$
 B $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 26 \\ -10 & 11 & 13 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} -10 & 11 & 13 \\ -10 & 1 & 24 \end{pmatrix}$
 D $\begin{pmatrix} -10 & 1 & 24 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -2 \\ 14 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 14 & 1 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$
 B $\begin{pmatrix} 15 & -6 \\ 18 & -10 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 19 & 2 \\ 16 & -12 \end{pmatrix}$
 D $\begin{pmatrix} 19 & -2 \\ 23 & -10 \end{pmatrix}$

8. Diberi:
Given: $\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ y \end{pmatrix}$

Cari nilai x dan nilai y.
Find the values of x and y.
A $x = 1, y = -12$ B $x = 2, y = -17$
 C $x = 2, y = 23$ D $x = 10, y = -12$

9. Diberi:
Given: $\beta \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ 10 \end{pmatrix}$

Cari nilai p.
Find the value of p.
A -3 B -1
 C 1 D 2

10. Diberi:
Given: $3(4p) + q(56) = (27 \ 24)$

Cari nilai p + q.
Find the value of p + q.
A 5 B 8
 C 12 D 15

11. Diberi:
Given: $\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 10 & -8 \\ 4 & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Cari nilai n.
Find the value of n.
A 4 B 2
 C -3 D -4

57

12. Diberi $3 \begin{pmatrix} m & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ n & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -12 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$, cari nilai m dan nilai n.
Given $3 \begin{pmatrix} m & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -8 & 12 \\ n & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -12 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$ find the values of m and n.
A $m = 1, n = 6$ B $m = 2, n = 8$
 C $m = 3, n = 5$ D $m = 6, n = 4$

13. Diberi bahawa $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & n \end{pmatrix}$. Cari nilai n.
It is given that $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & n \end{pmatrix}$. Find the value of n.
A 3 B 4
 C 6 D 7

14. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} -4 & 9 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 9 & 2 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 24 & -2 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 10 \\ 16 & 2 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -10 & 4 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} =$

A $\begin{pmatrix} 2 & -11 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 16 & -3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 16 \\ -3 \end{pmatrix}$

19. Diberi:
Given: $(9 \ 3) \begin{pmatrix} x \\ -6 \end{pmatrix} = (27)$

Cari nilai x.
Find the value of x.
A 1 B 3
 C 4 D 5

20. Diberi $(2p \ 5) \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = (16)$, cari nilai p.
Given $(2p \ 5) \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = (16)$, find the value of p.
A 3 B 5
 C 6 D 9

21. Diberi $(2 \ 5) \begin{pmatrix} 3k \\ k \end{pmatrix} = (22)$, cari nilai k.
Given $(2 \ 5) \begin{pmatrix} 3k \\ k \end{pmatrix} = (22)$, find the value of k.
A 1 B 2
 C $\frac{11}{3}$ D $\frac{11}{5}$

22. Diberi:
Given: $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} (2x \ 5) = \begin{pmatrix} 24 & -20 \\ -18 & 15 \end{pmatrix}$

Cari nilai x.
Find the value of x.
A -7 B -3
 C 3 D 7

23. Pasangan matriks manakah tidak boleh didarab?
Which pair of the matrices cannot be multiplied?
A $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
 C $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

24. Diberi bahawa matriks songsang bagi $M = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ ialah $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$. Cari nilai p, q, r dan s.
It is given that the inverse matrix of $M = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ is $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$.
Find the values of p, q, r and s.
A $p = 4, q = 1, r = 6, s = 2$
 B $p = 4, q = 1, r = -6, s = -2$
 C $p = -4, q = -1, r = 6, s = 2$
 D $p = -4, q = -1, r = -6, s = -2$

58

PRAKTIK FORMATIF Kertas 2

SKOR

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
4.1 - 4.6	-	-	-	-
4.7	S. 109	S. 89	S. 109	-
4.8	S. 109	S. 89	S. 109	S. 89(2)

1. (a) Diberi bahawa matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ ialah $m \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ n & 5 \end{pmatrix}$.
Cari nilai m dan nilai n.

It is given that the inverse matrix of $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ is $m \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ n & 5 \end{pmatrix}$. Find the values of m and n.

(b) Tulis persamaan linear serentak berikut dalam bentuk persamaan matriks:
Write the following simultaneous linear equations as a matrix equation:
 $5x + 3y = 26$
 $-4x + 2y = -12$
Seterusnya, dengan menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y.
Hence, using matrix method, calculate the values of x and y.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $m \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ n & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$

$= \frac{1}{5(2) - 3(-4)} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{10 + 12} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$\therefore m = \frac{1}{22}, n = 4$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ -12 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{22} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 26 \\ -12 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{pmatrix} 2(26) + (-3)(-12) \\ 4(26) + 5(-12) \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{22} \begin{pmatrix} 88 \\ 44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\therefore x = 4, y = 2$

2. (a) Diberi bahawa $M \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, dengan keadaan M ialah matriks 2×2 . Cari M.

It is given that $M \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, where M is a 2×2 matrix. Find M.

(b) Tulis persamaan linear serentak berikut dalam persamaan matriks:
Write the following simultaneous linear equations as a matrix equation:
 $4x + 2y = 2$
 $5x + 3y = 4$
Seterusnya, menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y.
Hence, using matrix method, calculate the values of x and y.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $M = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$

$= \frac{1}{4(3) - 2(5)} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{12 - 10} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ atau $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -\frac{5}{2} & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3(2) + (-2)(4) \\ -5(2) + 4(4) \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\therefore x = -1, y = 3$

59

3. (a) Diberi $\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 3 & m \\ -5 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, cari nilai m dan nilai n.
Given $\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 3 & m \\ -5 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, find the values of m and n.

(b) Tulis persamaan linear serentak berikut dalam bentuk matriks:
Write the following simultaneous linear equations as a matrix form:
 $4x - 3y = 7$
 $8x + y = 0$
Seterusnya, menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y.
Hence, using matrix method, calculate the values of x and y.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 3 & m \\ -5 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{n(3) - (-2)(5)} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & n \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{3n + 10} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & n \end{pmatrix}$

$\therefore m = 2, 3n + 10 = 16$
 $3n = 6$
 $n = 2$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4(1) - (-3)(8)} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -8 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{28 - (-24)} \begin{pmatrix} 1(7) + 3(0) \\ -8(7) + 4(0) \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{52} \begin{pmatrix} 7 \\ -56 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \frac{7}{52} \\ -1 \end{pmatrix}$

$\therefore x = \frac{7}{52}, y = -1$

4. (a) Cari matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.
Find the inverse matrix of $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.

(b) Tulis persamaan linear serentak berikut dalam bentuk matriks:
Write the following simultaneous linear equations as a matrix form:
 $4x - 3y = 15$
 $5x - 2y = 17$
Seterusnya, dengan menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y.
Hence, using matrix method, calculate the values of x and y.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4(-2) - (-3)(5)} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{-8 + 15} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ atau $\begin{pmatrix} -\frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ -\frac{5}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 17 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 17 \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2(15) + 3(17) \\ -5(15) + 4(17) \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 21 \\ -17 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3 \\ -\frac{17}{7} \end{pmatrix}$

$\therefore x = 3, y = -\frac{17}{7}$

60

5. (a) Cari matriks songsang bagi $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.
Find the inverse matrix of $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

(b) Fatimah dan Chong pergi ke pasar untuk membeli buah betik dan buah jambu batu. Fatimah membeli 4 biji betik dan 6 biji jambu batu dengan harga RM38. Chong membeli 3 biji betik dan 5 biji jambu batu dengan harga RM30. Dengan menggunakan kaedah matriks, cari harga, dalam RM, bagi sebiji betik dan sebiji jambu batu. Fatimah and Chong went to the market to buy papayas and guavas. Fatimah bought 4 papayas and 6 guavas for RM38. Chong bought 3 papayas and 5 guavas for RM30. By using matrix method, find the price, in RM, of a papaya and the price of a guava. [6 marks/6 marks]

Jawapan/Answer:

$$(a) \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{4(5) - 6(3)} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{20 - 18} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -3 \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$$

(b) Katakan RMx ialah harga sebiji betik dan RMy ialah harga sebiji jambu batu.

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 38 \\ 3x + 5y &= 30 \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 38 \\ 30 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5(38) - 6(30) \\ -3(38) + 4(30) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 190 - 180 \\ -114 + 120 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

∴ Sebiji betik berharga RM5 dan sebiji jambu batu berharga RM3.

6. Jadual di bawah menunjukkan kadar biasa bagi bayaran masuk bagi seorang kanak-kanak dan seorang dewasa untuk masuk Zoo Negara.

The table shows the normal rates of entrance fees for children and adults who visit Zoo Negara.

Kategori Category	Kanak-kanak Children		Orang dewasa Adults	
	dengan MyKid with MyKid	tanpa MyKid without MyKid	dengan MyKad with MyKad	tanpa MyKad without MyKad
Kadar biasa Normal rate	RM10	RM25	RM30	RM50

Sekumpulan 50 orang kanak-kanak dan orang dewasa melawat ke Zoo Negara dengan jumlah bayaran RM600 untuk bayaran masuk. Semua pengunjung itu membayar dengan MyKid atau MyKad. Dengan menggunakan kaedah matriks, hitung bilangan kanak-kanak dan bilangan orang dewasa dalam kumpulan itu. A group of 50 children and adults visit Zoo Negara and make a total payment of RM600 for the entrance fees. All of the visitors in the group pay with MyKid or MyKad. Using the matrix method, calculate the number of children and the number of adults in the group. [6 marks/6 marks]

Jawapan/Answer:

Katakan bilangan kanak-kanak = x dan bilangan orang dewasa = y dalam kumpulan itu.

$$\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 10x + 30y &= 600 \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{1(30) - 1(10)} \begin{pmatrix} 30 & -1 \\ -10 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 600 \end{pmatrix} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 30(50) + (-1)(600) \\ -10(50) + 1(600) \end{pmatrix} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 1500 - 600 \\ -500 + 600 \end{pmatrix} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 900 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Maka, bilangan kanak-kanak ialah 45 orang dan bilangan orang dewasa ialah 5 orang.

61

7. Rajah di bawah menunjukkan maklumat pembelian buku oleh Encik Zarul. The table shows the information of books purchased by Encik Zarul.

Jenis buku Type of books	Bilangan buku Number of books	Harga per buku (RM) Price per book (RM)
Sejarah/History	x	6
Geografi/Geography	y	4

Encik Zarul membeli x buah buku Sejarah dan y buah buku Geografi. Jumlah buku yang dibeli ialah 9. Jumlah harga untuk buku yang dibeli ialah RM44.

Encik Zarul purchased x History books and y Geography books. The total number of books purchased is 9. The total price of the books purchased is RM44.

(a) Tulis dua persamaan linear dalam sebutan x dan y untuk mewakili maklumat di atas.

(b) Seterusnya, dengan menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y. Hence, by using matrix method, calculate the values of x and y.

Jawapan/Answer:
(a) $x + y = 9$
 $6x + 4y = 44$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 44 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4(6) - 6(1)} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 44 \end{pmatrix} = \frac{1}{24 - 6} \begin{pmatrix} 4(9) - 1(44) \\ -6(9) + 1(44) \end{pmatrix} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 36 - 44 \\ -54 + 44 \end{pmatrix} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} -8 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{9} \\ -\frac{5}{9} \end{pmatrix}$$

∴ x = 4, y = 5

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Mengaplikasi, Menilai/Applying, Evaluating
Konteks/Context: Matriks/Matrices

Johan membeli x biji durian dan y biji nanas. Jumlah buah-buahan yang dibeli ialah 12 biji. Jumlah harga untuk 7 biji durian dan 4 biji nanas ialah RM72.

Johan bought x durians and y pineapples. The total number of fruits bought is 12. The total price of 7 durians and 4 pineapples paid is RM72.

(a) Tulis dua persamaan linear dalam sebutan x dan y untuk mewakili maklumat di atas.

(b) Seterusnya, dengan menggunakan kaedah matriks, hitung nilai x dan nilai y. Hence, by using matrix method, calculate the values of x and y.

Jawapan/Answer:
(a) $x + y = 12$
 $7x + 4y = 72$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 72 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{4(7) - 7(1)} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 72 \end{pmatrix} = \frac{1}{28 - 7} \begin{pmatrix} 4(12) - 1(72) \\ -7(12) + 1(72) \end{pmatrix} = \frac{1}{21} \begin{pmatrix} 48 - 72 \\ -84 + 72 \end{pmatrix} = \frac{1}{21} \begin{pmatrix} -24 \\ -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{7} \\ -\frac{4}{7} \end{pmatrix}$$

∴ x = 8, y = 4

62

BAB 5 **UBAHAN VARIATIONS**

5.1 Ubahan Langsung

A. Tentukan sama ada nilai dalam setiap jadual berikut mewakili hubungan yang diberikan. Determine whether the values in each of the following tables represent the given relationship. [5/10]

CONTOH

x	1	2	3	4
y	2	16	54	128
$\frac{y}{x^2}$	$\frac{2}{1^2} = 2$	$\frac{16}{2^2} = 2$	$\frac{54}{3^2} = 2$	$\frac{128}{4^2} = 2$

y berubah secara langsung dengan x^2 .
y varies directly as x^2 .

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16
$\frac{y}{x}$	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{16}{4} = 4$

y berubah secara langsung dengan x.
y varies directly as x.

x	2	4	6	8
y	5	12	15	24
$\frac{y}{x^2}$	$\frac{5}{2^2} = \frac{5}{4}$	$\frac{12}{4^2} = \frac{3}{4}$	$\frac{15}{6^2} = \frac{5}{12}$	$\frac{24}{8^2} = \frac{3}{8}$

y tidak berubah secara langsung dengan x^2 .
y does not vary directly as x^2 .

x	4	9	16	25
y	4	6	8	10
$\frac{y}{\sqrt{x}}$	$\frac{4}{\sqrt{4}} = 2$	$\frac{6}{\sqrt{9}} = 2$	$\frac{8}{\sqrt{16}} = 2$	$\frac{10}{\sqrt{25}} = 2$

y berubah secara langsung dengan \sqrt{x} .
y varies directly as \sqrt{x} .

B. Tulis hubungan antara pemboleh ubah dalam ubahan berikut (i) dengan menggunakan simbol \propto , (ii) dalam bentuk persamaan dengan k sebagai pemalar.

Write the relationships between the variables in the following variations (i) by using the symbol \propto , (ii) in the form of equation with k as a constant.

CONTOH	q berubah secara langsung dengan kuasa dua p. q varies directly as the square of p.	(i) $q \propto p^2$	(ii) $q = kp^2$
1. e berubah secara langsung dengan f. e varies directly as f.	(i) $e \propto f$	(ii) $e = kf$	
2. t berubah secara langsung dengan $s^{\frac{1}{2}}$. t varies directly as $s^{\frac{1}{2}}$.	(i) $t \propto s^{\frac{1}{2}}$	(ii) $t = ks^{\frac{1}{2}}$	
3. A berubah secara langsung dengan kuasa dua r. A varies directly as the square of r.	(i) $A \propto r^2$	(ii) $A = kr^2$	
4. M berubah secara langsung dengan kuasa tiga N. M varies directly as the cube of N.	(i) $M \propto N^3$	(ii) $M = kN^3$	
5. W berubah secara langsung dengan punca kuasa dua V. W varies directly as the square root of V.	(i) $W \propto \sqrt{V}$	(ii) $W = k\sqrt{V}$	

63

C. Selesaikan setiap yang berikut.

Solve each of the following.

[5/10]

CONTOH

Diberi y berubah secara langsung dengan x dan $y = 4$ apabila $x = 8$. Given y varies directly as x and $y = 4$ when $x = 8$.

(a) Ungkapkan y dalam sebutan x. Express y in terms of x.

(b) Hitung nilai y apabila x = 10. Calculate the value of y when x = 10.

$$(a) y = kx \quad (b) y = \frac{1}{2}(10) \\ 4 = k(8) \quad = 5 \\ k = \frac{1}{2} \\ \therefore y = \frac{1}{2}x$$

FAKTA UTAMA

Untuk mencari nilai pemboleh ubah x atau y dalam suatu ubahan langsung, gunakan
To find the value of a variable x or y in a direct variation, use
(a) $y = kx$ dengan k = pemalar
ubah
 $y = kx$ where k = constant of variation

atau/or
(b) $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

1. Diberi bahawa y berubah secara langsung dengan x dan $y = 48$ apabila $x = 12$. It is given that y varies directly as x and $y = 48$ when $x = 12$.

(a) Ungkapkan y dalam sebutan x. Express y in terms of x.

(b) Hitung nilai y apabila x = 15. Calculate the value of y when x = 15.

$$(a) y = kx \quad (b) y = 4(15) \\ 48 = k(12) \quad = 60 \\ k = 4 \\ \therefore y = 4x$$

2. Diberi $p \propto q$ dan $p = 80$ apabila $q = 16$. Given $p \propto q$ and $p = 80$ when $q = 16$.

(a) Ungkapkan p dalam sebutan q. Express p in terms of q.

(b) Hitung nilai p apabila $q = 20$. Calculate the value of p when $q = 20$.

$$(a) p = kq \quad (b) p = 5(20) \\ 80 = k(16) \quad = 100 \\ k = 5 \\ \therefore p = 5q$$

3. Diberi p berubah secara langsung dengan q dan $p = 5$ apabila $q = \frac{1}{4}$. Given p varies directly as q and $p = 5$ when $q = \frac{1}{4}$.

(a) Ungkapkan p dalam sebutan q. Express p in terms of q.

(b) Hitung nilai q apabila $p = 8$. Calculate the value of q when $p = 8$.

$$(a) p = kq \quad (b) 8 = 20q \\ 5 = k\left(\frac{1}{4}\right) \quad q = \frac{8}{20} \\ k = 20 \quad = \frac{2}{5} \text{ atau } 0.4 \\ \therefore p = 20q$$

4. Diberi w berubah secara langsung dengan x dan $w = 1.4$ apabila $x = 8.4$. Given w varies directly as x and $w = 1.4$ when $x = 8.4$.

(a) Ungkapkan w dalam sebutan x. Express w in terms of x.

(b) Hitung nilai x apabila $w = 5.6$. Calculate the value of x when $w = 5.6$.

$$(a) w = kx \quad (b) 5.6 = \frac{1.4}{8.4}x \\ 1.4 = k(8.4) \quad x = 5.6 \times 8.4 \\ k = \frac{1.4}{8.4} \quad = 33.6 \\ = \frac{1}{6} \\ \therefore w = \frac{1}{6}x$$

64

5. Jadual di bawah menunjukkan dua set bagi nilai P dan Q yang memuaskan $P \propto \sqrt{Q}$.
The table shows two sets of values of P and Q which satisfy $P \propto \sqrt{Q}$.

P	5	h
Q	144	64

- (a) Ungkapkan P dalam sebutan Q .
Express P in terms of Q .
- (b) Hitung nilai h .
Calculate the value of h .

$$\begin{aligned} \text{(a) } P &= k\sqrt{Q} \\ 5 &= k\sqrt{144} \\ k &= \frac{5}{12} \\ \therefore P &= \frac{5}{12}\sqrt{Q} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } h &= \frac{5}{12}\sqrt{64} \\ &= \frac{5}{12}(8) \\ &= 3\frac{1}{3} \text{ atau } 3.33 \end{aligned}$$

7. Diberi bahawa L berubah secara langsung dengan kuasa dua j dan $L = 154$ apabila $j = 7$.
It is given that L varies directly as the square of j and $L = 154$ when $j = 7$.

- (a) Ungkapkan L dalam sebutan j .
Express L in terms of j .
- (b) Hitung nilai j apabila $L = 38.5$.
Calculate the value of j when $L = 38.5$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } L &= kj^2 \\ 154 &= k(7^2) \\ k &= \frac{154}{49} \\ &= \frac{22}{7} \\ \therefore L &= \frac{22}{7}j^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } 38.5 &= \frac{22}{7}j^2 \\ j^2 &= 38.5 \times \frac{7}{22} \\ &= 12.25 \\ j &= 3.5 \end{aligned}$$

6. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah x dan y .
The table shows some values of the variables of x and y .

x	$\frac{1}{2}$	5
y	$\frac{2}{5}$	m

Diberi bahawa y berubah secara langsung dengan kuasa tiga x .
It is given that y varies directly as the cube of x .

- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x .
- (b) Hitung nilai m .
Calculate the value of m .

$$\begin{aligned} \text{(a) } y &= kx^3 \\ \frac{2}{5} &= k\left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ k &= \frac{2}{5} \times 8 \\ &= \frac{16}{5} \\ \therefore y &= \frac{16}{5}x^3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } m &= \frac{16}{5}(5^3) \\ &= 400 \end{aligned}$$

8. Diberi $y \propto (x-6)^{\frac{1}{3}}$ dan $y = 20$ apabila $x = 70$.
Given $y \propto (x-6)^{\frac{1}{3}}$ and $y = 20$ when $x = 70$.

- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x .
- (b) Hitung nilai y apabila $x = 131$.
Calculate the value of y when $x = 131$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } y &= k(x-6)^{\frac{1}{3}} \\ 20 &= k(70-6)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5(125)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5(5) \\ &= 25 \\ k &= 5 \\ \therefore y &= 5(x-6)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } y &= 5(131-6)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5(125)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5(5) \\ &= 25 \end{aligned}$$

65

- C. Selesaikan setiap yang berikut.
Solve each of the following.

CONTOH

Diberi y berubah secara songsang dengan x dan $y = 9$ apabila $x = 5$.
Given y varies inversely as x and $y = 9$ when $x = 5$.

- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x .
- (b) Hitung nilai y apabila $x = 3$.
Calculate the value of y when $x = 3$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } y &= \frac{k}{x} \\ 9 &= \frac{k}{5} \\ k &= 45 \\ \therefore y &= \frac{45}{x} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } y &= \frac{45}{3} \\ &= 15 \end{aligned}$$

FAKTA UTAMA

Untuk mencari nilai pemboleh ubah x atau y dalam suatu ubahans songsang, gunakan To find the value of a variable x or y in an inverse variation, use

(a) $y = \frac{k}{x}$, dengan k = pemalar ubahans

$y = \frac{k}{x}$, where k = constant of variation

atau/or
(b) $x_1y_1 = x_2y_2$

1. Diberi y berubah secara songsang dengan x dan $y = \frac{1}{2}$ apabila $x = 8$.
Given y varies inversely as x and $y = \frac{1}{2}$ when $x = 8$.

- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x .
- (b) Hitung nilai x apabila $y = 5$.
Calculate the value of x when $y = 5$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } y &= \frac{k}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{k}{8} \\ k &= 4 \\ \therefore y &= \frac{4}{x} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } 5 &= \frac{4}{x} \\ x &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

3. Diberi bahawa $p \propto \frac{1}{\sqrt{q}}$ dan $p = 4$ apabila $q = 49$.
It is given that $p \propto \frac{1}{\sqrt{q}}$ and $p = 4$ when $q = 49$.

- (a) Ungkapkan p dalam sebutan q .
Express p in terms of q .
- (b) Cari nilai q apabila $p = 14$.
Find the value of q when $p = 14$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } p &= \frac{k}{\sqrt{q}} \\ 4 &= \frac{k}{\sqrt{49}} \\ k &= 4 \times 7 \\ &= 28 \\ \therefore p &= \frac{28}{\sqrt{q}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } 14 &= \frac{28}{\sqrt{q}} \\ \sqrt{q} &= \frac{28}{14} \\ q &= 4 \end{aligned}$$

2. Diberi bahawa $p \propto \frac{1}{r}$ dan $pr = 27$. Cari
It is given that $p \propto \frac{1}{r}$ and $pr = 27$. Find

- (a) nilai p apabila $r = 9$,
the value of p when $r = 9$,
- (b) nilai r apabila $p = \frac{1}{3}$,
the value of r when $p = \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } k &= pr = 27 \\ \therefore p &= \frac{27}{r} \\ &= \frac{27}{9} \\ &= 3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } \frac{1}{3} &= \frac{27}{r} \\ r &= 27 \times 3 \\ &= 81 \end{aligned}$$

4. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah t dan w dengan keadaan $t \propto \frac{1}{w^2}$.
The table shows some values of variables t and w such that $t \propto \frac{1}{w^2}$.

t	3	75
w	2	r

- (a) Ungkapkan t dalam sebutan w .
Express t in terms of w .
- (b) Cari nilai r .
Find the value of r .

$$\begin{aligned} \text{(a) } t &= \frac{k}{w^2} \\ 3 &= \frac{k}{2^2} \\ k &= 3 \times 4 \\ &= 12 \\ \therefore t &= \frac{12}{w^2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } 75 &= \frac{12}{r^2} \\ r^2 &= \frac{12}{75} = \frac{4}{25} \\ r &= \sqrt{\frac{4}{25}} \\ &= \frac{2}{5} \text{ atau } 0.4 \end{aligned}$$

67

5.2 Ubahan Songsang

52 (M)

- A. Tentukan sama ada nilai dalam setiap jadual berikut mewakili hubungan yang diberikan.
Determine whether the values in each of the following tables represent the given relationship.

CONTOH

x	1	2	3	4
y	36	18	12	9
xy	1(36) = 36	2(18) = 36	3(12) = 36	4(9) = 36

y berubah secara songsang dengan x .
 y varies inversely as x .

x	1	2	3	4
y	27	3	2	1
x^3y	1 ³ (27) = 27	2 ³ (3) = 24	3 ³ (2) = 54	4 ³ (1) = 64

y tidak berubah secara songsang dengan x^3 .
 y does not vary inversely as x^3 .

x	1	2	3	4
y	16	8	4	2
x^2y	1 ² (16) = 16	2 ² (8) = 32	3 ² (4) = 36	4 ² (2) = 32

y tidak berubah secara songsang dengan x^2 .
 y does not vary inversely as x^2 .

x	4	9	16	25
y	30	20	15	12
\sqrt{xy}	$\sqrt{4(30)}$ = 60	$\sqrt{9(20)}$ = 60	$\sqrt{16(15)}$ = 60	$\sqrt{25(12)}$ = 60

y berubah secara songsang dengan \sqrt{x} .
 y varies inversely as \sqrt{x} .

- B. Tulis hubungan antara pemboleh ubah dalam ubahan berikut (i) dengan menggunakan simbol \propto , (ii) dalam bentuk persamaan dengan k sebagai pemalar.
Write the relationships between the variables in the following variations (i) by using the symbol \propto , (ii) in the form of equation with k as a constant.

CONTOH

- (a) q berubah secara songsang dengan p .
 q varies inversely as p .

$$\begin{aligned} \text{(i) } q &\propto \frac{1}{p} \\ \text{(ii) } q &= \frac{k}{p} \end{aligned}$$

CONTOH

- (b) E berubah secara songsang dengan \sqrt{F} .
 E varies inversely as \sqrt{F} .

$$\begin{aligned} \text{(i) } E &\propto \frac{1}{\sqrt{F}} \\ \text{(ii) } E &= \frac{k}{\sqrt{F}} \end{aligned}$$

1. s berubah secara songsang dengan v .
 s varies inversely as v .

$$\begin{aligned} \text{(i) } s &\propto \frac{1}{v} \\ \text{(ii) } s &= \frac{k}{v} \end{aligned}$$

2. M berubah secara songsang dengan N^3 .
 M varies inversely as N^3 .

$$\begin{aligned} \text{(i) } M &\propto \frac{1}{N^3} \\ \text{(ii) } M &= \frac{k}{N^3} \end{aligned}$$

3. L berubah secara songsang dengan kuasa dua j .
 L varies inversely as the square of j .

$$\begin{aligned} \text{(i) } L &\propto \frac{1}{j^2} \\ \text{(ii) } L &= \frac{k}{j^2} \end{aligned}$$

4. y berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x .
 y varies inversely as the square root of x .

$$\begin{aligned} \text{(i) } y &\propto \frac{1}{\sqrt{x}} \\ \text{(ii) } y &= \frac{k}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

5. w berubah secara songsang dengan kuasa tiga f .
 w varies inversely as the cube of f .

$$\begin{aligned} \text{(i) } w &\propto \frac{1}{f^3} \\ \text{(ii) } w &= \frac{k}{f^3} \end{aligned}$$

66

5. Diberi bahawa y berubah secara songsang dengan x^3 dan $y = \frac{3}{4}$ apabila $x = 4$.
It is given that y varies inversely as x^3 and $y = \frac{3}{4}$ when $x = 4$.

- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x .
- (b) Cari nilai y apabila $x = 6$.
Find the value of y when $x = 6$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } y &= \frac{k}{x^3} \\ \frac{3}{4} &= \frac{k}{4^3} \\ k &= \frac{3}{4} \times 64 \\ &= 48 \\ \therefore y &= \frac{48}{x^3} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } y &= \frac{48}{6^3} \\ &= \frac{48}{216} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

6. Diberi bahawa m berubah secara songsang dengan punca kuasa dua n dan $m = 5$ apabila $n = 2500$.
It is given that m varies inversely as the square root of n and $m = 5$ when $n = 2500$.

- (a) Ungkapkan m dalam sebutan n .
Express m in terms of n .
- (b) Cari nilai n apabila $m = 10$.
Find the value of n when $m = 10$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } m &= \frac{k}{\sqrt{n}} \\ 5 &= \frac{k}{\sqrt{2500}} \\ k &= 5 \times 50 \\ &= 250 \\ \therefore m &= \frac{250}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{(b) } 10 &= \frac{250}{\sqrt{n}} \\ \sqrt{n} &= \frac{250}{10} \\ &= 25 \\ n &= 25^2 \\ &= 625 \end{aligned}$$

7. Jadual di bawah menunjukkan dua set nilai bagi x dan y yang memuaskan $y = \frac{k}{x^2}$.
The table shows two sets of values of x and y which satisfy $y = \frac{k}{x^2}$.

x	2	3
y	4	p

Cari nilai k dan nilai p .
Find the values of k and p .

$$\begin{aligned} 4 &= \frac{k}{2^2} \\ k &= 4 \times 8 \\ &= 32 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= \frac{32}{x^2} \\ p &= \frac{32}{3^2} \\ &= \frac{32}{27} \\ &= 1\frac{5}{27} \end{aligned}$$

8. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah x dan y .
The table shows some values of variables x and y .

x	$\frac{5}{2}$	5	w
y	14	v	10

Diberi bahawa y berubah secara songsang dengan x . Cari nilai v dan nilai w .
It is given that y varies inversely as x . Find the values of v and w .

$$\begin{aligned} y &= \frac{k}{x} \\ 14 &= \frac{k}{\frac{5}{2}} \\ k &= 14 \times \frac{5}{2} \\ &= 35 \\ \therefore y &= \frac{35}{x} \end{aligned} \quad \begin{aligned} v &= \frac{35}{5} \\ &= 7 \\ 10 &= \frac{35}{w} \\ w &= \frac{35}{10} \\ &= 3.5 \end{aligned}$$

68

5.3 Ubahan Tercantum

A. Tulis hubungan antara pemboleh ubah dalam ubahan berikut (i) dengan menggunakan simbol \propto , (ii) dalam bentuk persamaan dengan k sebagai pemalar.
Write the relationships between the variables in the following variations (i) by using the symbol \propto , (ii) in the form of equation with k as a constant.

CONTOH (a) y berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan z. y varies directly as x and inversely as z ² .	(i) $y \propto \frac{x}{z^2}$	(ii) $y = \frac{kx}{z^2}$
CONTOH (b) p berubah secara langsung dengan q dan kuasa dua r. p varies directly as q and the square of r.	(i) $p \propto qr^2$	(ii) $p = kqr^2$
1. w berubah secara langsung dengan x dan y. w varies directly as x and y.	(i) $w \propto xy$	(ii) $w = kxy$
2. Z berubah secara songsang dengan X dan \sqrt{Y} . Z varies inversely as X and \sqrt{Y} .	(i) $Z \propto \frac{1}{X\sqrt{Y}}$	(ii) $Z = \frac{k}{X\sqrt{Y}}$
3. e berubah secara langsung dengan f dan secara songsang dengan g. e varies directly as f and inversely as g.	(i) $e \propto \frac{f}{g}$	(ii) $e = \frac{kf}{g}$
4. s berubah secara langsung dengan t ² dan secara songsang dengan u. s varies directly as t ² and inversely as u.	(i) $s \propto \frac{t^2}{u}$	(ii) $s = \frac{kt^2}{u}$
5. y berubah secara langsung dengan v dan $w^{\frac{1}{2}}$. y varies directly as v and $w^{\frac{1}{2}}$.	(i) $y \propto vw^{\frac{1}{2}}$	(ii) $y = kvw^{\frac{1}{2}}$
6. P berubah secara langsung dengan Q dan secara songsang dengan R ² . P varies directly as Q and inversely as R ² .	(i) $P \propto \frac{Q}{R^2}$	(ii) $P = \frac{kQ}{R^2}$
7. x berubah secara songsang dengan z dan punca kuasa dua y. x varies inversely as z and the square root of y.	(i) $x \propto \frac{1}{z\sqrt{y}}$	(ii) $x = \frac{k}{z\sqrt{y}}$
8. t berubah secara langsung dengan kuasa tiga u dan secara songsang dengan punca kuasa dua v. t varies directly as the cube of u and inversely as the square root of v.	(i) $t \propto \frac{u^3}{\sqrt{v}}$	(ii) $t = \frac{ku^3}{\sqrt{v}}$
9. p berubah secara langsung dengan q dan kuasa tiga r. p varies directly as q and the cube of r.	(i) $p \propto qr^3$	(ii) $p = kqr^3$
10. f berubah secara langsung dengan punca kuasa dua g dan secara songsang dengan kuasa tiga h. f varies directly as the square root of g and inversely as the cube of h.	(i) $f \propto \frac{\sqrt{g}}{h^3}$	(ii) $f = \frac{k\sqrt{g}}{h^3}$

B. Selesaikan setiap yang berikut.
Solve each of the following.

CONTOH

G berubah secara langsung dengan H dan I. Diberi $G = \frac{1}{4}$ apabila $H = 6$ dan $I = \frac{1}{2}$.
G varies directly as H and I. Given $G = \frac{1}{4}$ when $H = 6$ and $I = \frac{1}{2}$.

- (a) Ungkapkan G dalam sebutan H dan I.
Express G in terms of H and I.
(b) Hitung nilai G apabila $H = 24$ dan $I = 15$.
Calculate the value of G when $H = 24$ and $I = 15$.

(a) $G = kHI$ (b) $G = \frac{1}{12}(24)(15)$
 $\frac{1}{4} = k(6)(\frac{1}{2})$ $= 30$
 $\frac{1}{4} = k(3)$
 $k = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{12}$
 $\therefore G = \frac{1}{12}HI$

2. Jadual di bawah menunjukkan dua set nilai bagi w, x dan y yang memuaskan $w \propto \frac{x^2}{y}$.
The table shows two sets of values of w, x and y which satisfy $w \propto \frac{x^2}{y}$.

w	15	12
x	3	4
y	9	m

- (a) Ungkapkan w dalam sebutan x dan y.
Express w in terms of x and y.

(b) Hitung nilai m.
Calculate the value of m.

(a) $w = \frac{kx^2}{y}$ (b) $12 = \frac{15(x^2)}{m}$
 $15 = \frac{k(3^2)}{9}$ $m = \frac{240}{12}$
 $k = 15$ $= 20$
 $\therefore w = \frac{15x^2}{y}$

1. Diberi $L \propto \frac{1}{M\sqrt{p}}$ dan $L = \frac{1}{2}$ apabila $M = 3$ dan $p = 64$.
Given $L \propto \frac{1}{M\sqrt{p}}$ and $L = \frac{1}{2}$ when $M = 3$ and $p = 64$.

- (a) Ungkapkan L dalam sebutan M dan p.
Express L in terms of M and p.
(b) Hitung nilai L apabila $M = 3$ dan $p = 49$.
Calculate the value of L when $M = 3$ and $p = 49$.

(a) $L = \frac{k}{M\sqrt{p}}$ (b) $L = \frac{12}{3\sqrt{49}}$
 $\frac{1}{2} = \frac{k}{3\sqrt{64}}$ $= \frac{4}{7}$
 $k = \frac{1}{2} \times 24$
 $= 12$
 $\therefore L = \frac{12}{M\sqrt{p}}$

3. f berubah secara langsung dengan kuasa tiga g dan secara songsang dengan punca kuasa dua h. Diberi $f = 24$ apabila $g = 2$ dan $h = 36$.
f varies directly as the cube of g and inversely as the square root of h. Given $f = 24$ when $g = 2$ and $h = 36$.

- (a) Ungkapkan f dalam sebutan g dan h.
Express f in terms of g and h.
(b) Hitung nilai g apabila $f = 162$ dan $h = 9$.
Calculate the value of g when $f = 162$ and $h = 9$.

(a) $f = \frac{kg^3}{\sqrt{h}}$ (b) $162 = \frac{18g^3}{\sqrt{9}}$
 $24 = \frac{k(2^3)}{\sqrt{36}}$ $g^3 = 162 \times \frac{3}{18}$
 $k = 24 \times \frac{6}{8}$ $= 27$ $g = \sqrt[3]{27}$
 $= 18$ $= 3$
 $\therefore f = \frac{18g^3}{\sqrt{h}}$

4. Jadual di bawah menunjukkan pemboleh ubah P, Q dan R yang memuaskan $P \propto \frac{Q}{R^2}$.
The table shows the variables P, Q and R which satisfy $P \propto \frac{Q}{R^2}$.

P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
Q	6	x
R	8	4

- (a) Ungkapkan P dalam sebutan Q dan R.
Express P in terms of Q and R.
(b) Hitung nilai x.
Calculate the value of x.

(a) $P = \frac{kQ}{R^2}$ (b) $\frac{3}{8} = \frac{8x}{3(4^2)}$
 $\frac{1}{4} = \frac{k(6)}{8^2}$ $x = \frac{3 \times 48}{8 \times 8}$
 $k = \frac{1}{4} \times \frac{8^2}{6}$ $= \frac{9}{4}$ $= 2\frac{1}{4}$ atau 2.25
 $\therefore P = \frac{8Q}{3R^2}$

5. T berubah secara songsang dengan V dan W. Diberi $T = 12$ apabila $V = \frac{1}{3}$ dan $W = 15$.
T varies inversely as V and W. Given $T = 12$ when $V = \frac{1}{3}$ and $W = 15$.

- (a) Ungkapkan T dalam sebutan V dan W.
Express T in terms of V and W.
(b) Hitung nilai W apabila $T = \frac{1}{4}$ dan $V = 16$.
Calculate the value of W when $T = \frac{1}{4}$ and $V = 16$.

(a) $T = \frac{k}{VW}$ (b) $\frac{1}{4} = \frac{60}{16W}$
 $12 = \frac{k}{\frac{1}{3}(15)}$ $W = \frac{60}{16 \times 4}$
 $k = 12 \times 5$ $= 15$
 $= 60$
 $\therefore T = \frac{60}{VW}$

4. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah P dan Q, dengan keadaan Q berubah secara langsung dengan punca kuasa dua P.
The table shows some values of the variables P and Q, such that Q varies directly as the square root of P.

P	$\frac{1}{9}$	m
Q	4	3

Hitung nilai m.
Calculate the value of m.

- A $\frac{1}{16}$ B $\frac{1}{12}$
C 18 D 36

5. Isi padu sebiji bola, l cm³, berubah secara langsung dengan kuasa tiga jejariannya, j . Dengan menggunakan k sebagai pemalar, ungkapkan k dalam sebutan l dan j .
The volume of a ball, l cm³, varies directly as the cube of its radius, j . By using k as a constant, express k in terms of l and j .

- A $k = \frac{l}{j^3}$ B $k = \frac{l}{j^2}$
C $k = lj^3$ D $k = lj^2$

6. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi hubungan antara pemboleh ubah x dan y.
The table shows some values of the relation between variables, x and y.

x	1	2	3	4	5
y	2	16	54	128	250

Ungkapkan y dalam sebutan x.
Express y in terms of x.

- A $y = 2x^3$ B $y = 2x^2$
C $y = 2x^2$ D $y = 2x^3$

7. V berubah secara songsang dengan kuasa dua W. Diberi k ialah pemalar, cari hubungan antara V dan W. V varies inversely as the square of W. Given the constant is k, find the relation between V and W.

- A $V = kW^2$ B $V = \frac{k}{W^2}$
C $V = kW^2$ D $V = \frac{k}{W^2}$

8. Diberi bahawa t berubah secara songsang dengan \sqrt{s} dan $t = 2$ apabila $s = 100$. Ungkapkan t dalam sebutan s. It is given that t varies inversely as \sqrt{s} and $t = 2$ when $s = 100$. Express t in terms of s.

- A $t = \frac{1}{20\sqrt{s}}$ B $t = \frac{1}{50\sqrt{s}}$
C $t = \frac{20}{\sqrt{s}}$ D $t = \frac{50}{\sqrt{s}}$

9. Jadual di bawah menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah x dan y.
The table shows some values of the variables x and y.

x	5	16
y	8	n

Diberi bahawa y berubah secara songsang dengan x. Hitung nilai n.
It is given that y varies inversely as x. Calculate the value of n.
A 0.4 B 2.5
C 10 D 25

10. Diberi bahawa y berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x dan $y = 8$ apabila $x = 25$. Hitung nilai y apabila $x = 100$.
It is given that y varies inversely as the square root of x and $y = 8$ when $x = 25$. Calculate the value of y when $x = 100$.

- A $\frac{1}{4}$ B $\frac{16}{5}$
C 4 D 16

11. Diberi bahawa p berubah secara songsang dengan punca kuasa tiga q dan $p = 4$ apabila $q = \frac{1}{125}$. Hitung nilai p apabila $q = 512$.
Given that p varies inversely as the cube root of q and $p = 4$ when $q = \frac{1}{125}$. Calculate the value of p when $q = 512$.

- A $\frac{1}{10}$ B $\frac{5}{8}$
C $\frac{1}{5}$ D $\frac{5}{4}$

12. Dalam suatu Perjumpaan Sukan Sekolah, 9 orang murid lelaki telah ditugaskan untuk memasangkan kemah untuk tetamu. Masa yang diperlukan untuk menyiapkan tugas mereka adalah 2 jam 45 minit. Diberi masa, t, berubah secara songsang dengan bilangan tenaga kerja, y. Hitung masa, dalam minit, yang diperlukan jika 15 orang murid lelaki melakukan tugas itu.
In a School's Sports Meet, 9 boys have been assigned to assemble a tent for the guests. The time needed to finish their task is 2 hours 45 minutes. Given the time, t, varies inversely with the number of workforce, y. Calculate the time, in minutes, needed if 15 boys do the task.

- A 80 B 85
C 99 D 105

13. Diberi bahawa $p \propto \frac{q^2}{r}$ dan p berubah secara langsung dengan kuasa tiga q dan secara songsang dengan punca kuasa dua r. Nyatakan nilai v dan nilai w.
It is given that $p \propto \frac{q^2}{r}$ and p varies directly as the cube of q and inversely as the square root of r. State the values of v and w.

- A $v = 2, w = \frac{1}{2}$ B $v = 2, w = \frac{1}{2}$
C $v = 3, w = \frac{1}{2}$ D $v = 3, w = \frac{1}{2}$

PRAKTIS FORMATIF Kertas 1

Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan sahaja daripada pilihan A, B, C dan D.
Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options A, B, C and D.

1. Diberi bahawa g berubah secara langsung dengan kuasa tiga f. Cari hubungan antara g dan f.
It is given that g varies directly as the cube of f. Find the relationship between g and f.

- A $g \propto \sqrt[3]{f}$ B $g \propto \frac{1}{\sqrt{f}}$
C $g \propto f^3$ D $g \propto \frac{1}{f^3}$

2. Diberi bahawa w berubah secara langsung dengan kuasa tiga p dan $w = 12$ apabila $p = 3$. Hitung nilai p apabila $w = 96$.
It is given that w varies directly as the cube of p and $w = 12$ when $p = 3$. Calculate the value of p when $w = 96$.

- A 2 B 4
C 5 D 6

SKOR

ANALISIS SOALAN SPM				
Subsoal	2013	2014	2015	2016
5.1	S.36	-	S.38	S.37
5.2	S.37	S.37	S.39	S.38
5.3	S.38	S.38	-	-

3. Jadual manakah yang mewakili hubungan $y \propto x^2$?
Which table represents the relation of $y \propto x^2$?

A

x	1	2	3	4
y	1	8	27	64

B

x	1	2	3	4
y	1	16	81	256

C

x	1	2	3	4
y	3	6	9	12

D

x	1	2	3	4
y	3	12	27	48

14. Hubungan antara P , q dan r ialah $P \propto \frac{q^2}{r^3}$. Diberi bahawa $P = 3$ apabila $q = 144$ dan $r = 2$. Hitung nilai P apabila $q = 36$ dan $r = 4$.
- The relationship between P , q and r is $P \propto \frac{q^2}{r^3}$. It is given that $P = 3$ when $q = 144$ and $r = 2$. Calculate the value of P when $q = 36$ and $r = 4$.
- A $\frac{3}{16}$
 B $\frac{5}{4}$
 C 9
 D 42

15. Hubungan antara pemboleh ubah x , y dan z ditunjukkan oleh persamaan $\frac{yz^2}{x} = 8$. Nyatakan hubungan antara x , y dan z dalam perkataan.
- The relationship between variables x , y and z is shown in the equation $\frac{yz^2}{x} = 8$. State the relationship of x , y and z in words.
- A y berubah secara songsang dengan x dan secara langsung dengan kuasa dua z .
 y varies inversely as x and directly as the square of z .
 B y berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan kuasa dua z .
 y varies directly as x and inversely as the square of z .
 C y berubah secara songsang dengan x dan secara langsung dengan kuasa dua z .
 y varies inversely as x and directly as the square root of z .
 D y berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan kuasa dua z .
 y varies directly as x and inversely as the square root of z .

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Mengaplikasi, Menilai/Applying, Evaluating
Konteks/Context: Ubahan/Variations

Didapati bilangan pasang kasut, N , yang dihasilkan oleh sebuah syarikat kasut berubah secara langsung dengan bajet iklan, A , dan berubah secara songsang dengan harga sepasang kasut, P . Apabila RM72 000 dibelanjakan untuk pengiklanan dan harga sepasang kasut ialah RM270, maka 12 000 pasang kasut telah dijual. Hitung bilangan kasut yang dijual jika jumlah bajet iklan ialah RM150 000.

It is found that the number of pairs of shoes, N , produced by a shoe company varies directly as the advertising budget, A , and inversely as the price of a pair of shoes, P . When RM72 000 was spent on advertising and the price of a pair of shoes is RM270, then 12 000 pairs of shoes were sold. Calculate the number of pairs of shoes are sold if the amount of the advertising budget is RM150 000.

- (A) 25 000
 B 27 000
 C 32 000
 D 35 000

Jawapan/Answer:

$$N \propto \frac{A}{P}$$

$$N = \frac{kA}{P}$$

$$12\,000 = \frac{k \times 72\,000}{270}$$

$$k = \frac{12\,000 \times 270}{72\,000}$$

$$= 45$$

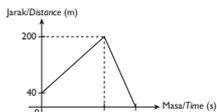
$$N = \frac{45 \times 150\,000}{270}$$

$$= 25\,000$$

Maka, bilangan kasut yang dijual ialah 25 000 pasang. (A)

73

2. Graf jarak-masa di bawah menunjukkan pergerakan bagi suatu zarah dalam tempoh 12 saat. The diagram shows the movement of a particle for a period of 12 seconds.



Hitung/Calculate

- (a) laju zarah itu dalam 8 saat yang pertama, the speed of the particle in the first 8 seconds,
 (b) laju zarah itu dalam 4 saat yang terakhir, the speed of the particle in the last 4 seconds,
 (c) laju purata bagi seluruh perjalanan, the average speed of the whole journey.

$$(a) \text{ Laju} = \frac{200 - 0}{8 - 0}$$

$$= \frac{160}{8}$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$(b) \text{ Laju} = \frac{0 - 200}{12 - 8}$$

$$= \frac{-200}{4}$$

$$= -50 \text{ m s}^{-1}$$

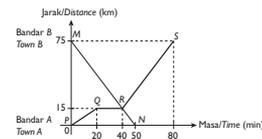
$$\therefore \text{Laju} = 50 \text{ m s}^{-1}$$

$$(c) \text{ Laju purata} = \frac{160 + 200}{12}$$

$$= \frac{360}{12}$$

$$= 30 \text{ m s}^{-1}$$

3. Rajah di bawah menunjukkan graf jarak-masa bagi perjalanan sebuah bas dan sebuah kereta. The diagram shows the distance-time graph of a bus and a car.



Graf PQRS mewakili perjalanan bas dari bandar A ke bandar B. Graf MRN mewakili perjalanan kereta dari bandar B ke bandar A. Bas itu bertolak dari bandar A dan kereta itu bertolak dari bandar B pada masa yang sama dan melalui jalan yang sama. The graph PQRS represents the journey of the bus from town A to town B. The graph MRN represents the journey of the car from town B to town A. The bus leaves town A and the car leaves town B at the same time and they travel along the same road.

- (a) Nyatakan tempoh masa, dalam minit, bas itu berhenti. State the length of time, in minutes, during which the bus is stationary.
 (b) Cari jarak, dalam km, dari bandar B apabila kedua-dua kenderaan itu bertemu. Find the distance, in km, from town B when the two vehicles meet.
 (c) Hitung laju purata, dalam km j^{-1} , bas itu bagi keseluruhan perjalanan. Calculate the average speed, in km h^{-1} , of the bus for the whole journey.

$$(a) \text{ Tempoh masa} = 40 - 20$$

$$= 20 \text{ minit}$$

$$(b) \text{ Jarak} = 75 - 15$$

$$= 60 \text{ km}$$

$$(c) \text{ Laju purata} = \frac{75}{\frac{80}{60}}$$

$$= 75 \times \frac{60}{80}$$

$$= 56 \frac{1}{4} \text{ km j}^{-1} \text{ atau } 56.25 \text{ km j}^{-1}$$

75

BAB 6

KECERUNAN DAN LUAS DI BAWAH GRAF GRADIENT AND AREA UNDER A GRAPH

6.1 Kuantiti yang Diwakili oleh Kecerunan Graf

FAKTA UTAMA

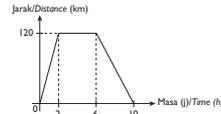
Kuantiti yang diwakili oleh kecerunan graf jarak-masa suatu zarah ialah laju zarah itu. The quantity represented by the gradient of the distance-time graph of a particle is the speed of the particle.

A. Jawab setiap yang berikut.

Answer each of the following.

CONTOH

Graf jarak-masa di bawah menunjukkan pergerakan bagi sebuah bas dalam tempoh 10 jam. The distance-time graph shows the movement of a bus for a period of 10 hours.



Hitung/Calculate

- (a) tempoh masa bas itu berhenti, the duration for which the bus stops,
 (b) laju bas itu dalam 4 jam yang terakhir, the speed of the bus in the last 4 hours,
 (c) laju purata bagi seluruh perjalanan, the average speed of the whole journey.

$$(a) \text{ Tempoh masa/Duration} = 6 - 2$$

$$= 4 \text{ jam}$$

$$4 \text{ hours}$$

$$(b) \text{ Laju/Speed} = \frac{0 - 120}{10 - 6}$$

$$= \frac{-120}{4}$$

$$= -30 \text{ km j}^{-1}$$

$$\therefore \text{Laju} = 30 \text{ km j}^{-1}$$

$$\text{Speed} = 30 \text{ km h}^{-1}$$

Tanda negatif bermaksud pergerakan bas dalam perjalanan kembali. The negative sign means the bus is returning.

$$(c) \text{ Laju purata/Average speed}$$

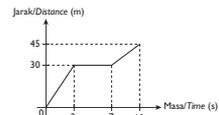
$$= \frac{120 + 120}{10}$$

$$= 24 \text{ km j}^{-1}$$

$$24 \text{ km h}^{-1}$$

Laju purata = Jumlah jarak / Jumlah masa
 Average speed = Total distance / Total time

1. Graf jarak-masa di bawah menunjukkan pergerakan bagi suatu zarah dalam tempoh 10 saat. The distance-time graph shows the movement of a particle for a period of 10 seconds.



Hitung/Calculate

- (a) laju zarah itu dalam 3 saat yang pertama, the speed of the particle in the first 3 seconds,
 (b) tempoh masa zarah itu berhenti, the duration for which the particle stops,
 (c) laju zarah itu dalam 3 saat yang terakhir, the speed of the particle in the last 3 seconds.

$$(a) \text{ Laju} = \frac{30 - 0}{3 - 0}$$

$$= 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$(b) \text{ Tempoh masa} = 7 - 3$$

$$= 4 \text{ s}$$

$$(c) \text{ Laju} = \frac{45 - 30}{10 - 7}$$

$$= \frac{15}{3}$$

$$= 5 \text{ m s}^{-1}$$

74

FAKTA UTAMA

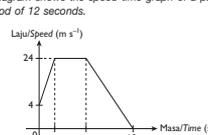
Kuantiti yang diwakili oleh kecerunan graf laju-masa suatu zarah ialah kadar perubahan laju zarah itu. The quantity represented by the gradient of the speed-time graph of a particle is the rate of change of speed of the particle.

B. Jawab setiap yang berikut.

Answer each of the following.

CONTOH

Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh 12 saat. The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of 12 seconds.



Hitung/Calculate

- (a) kadar perubahan laju zarah itu dalam 2 saat yang pertama, the rate of change of speed of the particle in the first 2 seconds,
 (b) tempoh masa zarah itu bergerak dengan laju seragam, the duration in which the particle moves with uniform speed,
 (c) kadar perubahan laju zarah itu dalam 6 saat yang terakhir, the rate of change of speed of the particle in the last 6 seconds.

$$(a) \text{ Kadar perubahan laju}$$

$$\text{Rate of change of speed}$$

$$= \frac{24 - 0}{2 - 0}$$

$$= \frac{24}{2}$$

$$= 12 \text{ m s}^{-2}$$

$$(b) \text{ Tempoh masa/Duration}$$

$$= 6 - 2$$

$$= 4 \text{ s}$$

$$(c) \text{ Kadar perubahan laju}$$

$$\text{Rate of change of speed}$$

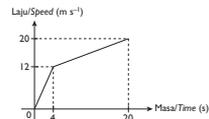
$$= \frac{0 - 24}{12 - 6}$$

$$= \frac{-24}{6}$$

$$= -4 \text{ m s}^{-2}$$

Tanda negatif dikedalkan untuk menunjukkan bahawa laju zarah itu semakin berkurang. The negative sign is retained to show that the speed of the particle is decreasing.

1. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh 20 saat. The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of 20 seconds.



Hitung/Calculate

- (a) kadar perubahan laju zarah itu dalam 4 saat yang pertama, the rate of change of speed of the particle in the first 4 seconds,
 (b) kadar perubahan laju zarah itu dalam 16 saat yang terakhir, the rate of change of speed of the particle in the last 16 seconds.

$$(a) \text{ Kadar perubahan laju} = \frac{12 - 0}{4 - 0}$$

$$= \frac{12}{4}$$

$$= 3 \text{ m s}^{-2}$$

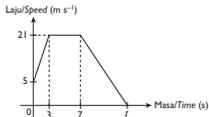
$$(b) \text{ Kadar perubahan laju} = \frac{20 - 12}{20 - 4}$$

$$= \frac{8}{16}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ m s}^{-2} \text{ atau } 0.5 \text{ m s}^{-2}$$

76

2. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh t saat.
The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of t seconds.

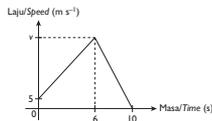


Hitung/Calculate

- (a) kadar perubahan laju, dalam $m s^{-2}$, zarah itu dalam 3 saat yang pertama,
the rate of change of speed, in $m s^{-2}$, of the particle in the first 3 seconds,
(b) tempoh masa, dalam saat, zarah itu bergerak dengan laju seragam,
the duration, in seconds, in which the particle moves with uniform speed,
(c) nilai t , jika kadar perubahan laju dalam tempoh dari 7 saat hingga t saat ialah $-7 m s^{-2}$,
the value of t , if the rate of change of speed in the duration from 7 seconds to t seconds is $-7 m s^{-2}$.

(a) Kadar perubahan laju = $\frac{21-0}{3-0} = \frac{16}{3} = \frac{5\frac{1}{3}}{3} m s^{-2}$ atau $5.33 m s^{-2}$
(b) Tempoh masa = $7 - 3 = 4 s$
(c) $\frac{0-21}{t-7} = -7$
 $t - 7 = \frac{-21}{-7}$
 $t = 3$
 $t = 10$

3. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh 10 saat.
The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of 10 seconds.



Hitung/Calculate

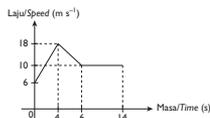
- (a) nilai v , diberi kadar perubahan laju dalam 6 saat yang pertama ialah $4 m s^{-2}$,
the value of v , given the rate of change of speed in the first 6 seconds is $4 m s^{-2}$,
(b) kadar perubahan laju, dalam $m s^{-2}$, zarah itu dalam 4 saat yang terakhir,
the rate of change of speed, in $m s^{-2}$, of the particle in the last 4 seconds.

(a) $\frac{v-5}{6} = 4$
 $v = 4(6) + 5 = 29$
(b) Kadar perubahan laju = $\frac{0-10}{10-6} = -\frac{29}{4} = -7\frac{1}{4} m s^{-2}$ atau $-7.25 m s^{-2}$

77

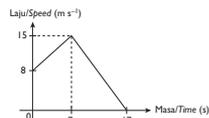
- B. Cari jarak yang dilalui oleh suatu zarah bagi setiap graf laju-masa.
Find the distance travelled by a particle for each speed-time graph.

CONTOH



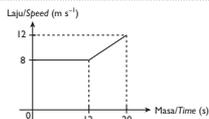
Jarak/Distance = $\left[\frac{1}{2}(6+18) \times 4\right] + \left[\frac{1}{2}(10+18) \times 2\right] + (8 \times 10) = 48 + 28 + 80 = 156 m$

1.



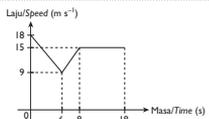
Jarak = $\left[\frac{1}{2}(8+15) \times 7\right] + \left[\frac{1}{2}(10 \times 15)\right] = 80.5 + 75 = 155.5 m$

2.



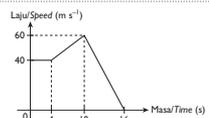
Jarak = $(12 \times 8) + \left[\frac{1}{2}(8+12) \times 8\right] = 96 + 80 = 176 m$

3.



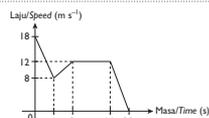
Jarak = $\left[\frac{1}{2}(9+18) \times 6\right] + \left[\frac{1}{2}(9+15) \times 2\right] + (10 \times 15) = 81 + 24 + 150 = 255 m$

4.



Jarak = $(4 \times 40) + \left[\frac{1}{2}(40+60) \times 6\right] + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 60\right) = 160 + 300 + 180 = 640 m$

5.



Jarak = $\left[\frac{1}{2}(8+18) \times 4\right] + \left[\frac{1}{2}(8+12) \times 4\right] + (8 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 12\right) = 52 + 40 + 96 + 24 = 212 m$

79

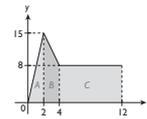
6.2 Kuantiti yang Diwakili oleh Luas di bawah Graf

FAKTA UTAMA

Kuantiti yang diwakili oleh luas di bawah graf laju-masa ialah jarak yang dilalui.
The quantity represented by the area under a speed-time graph is the distance travelled.

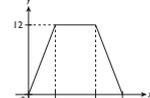
- A. Cari luas di bawah setiap graf berikut.
Find the area under each of the following graphs.

CONTOH



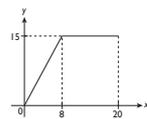
Luas = Luas A + Luas B + Luas C
Area = Area of A + Area of B + Area of C
 $= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 15\right) + \left[\frac{1}{2}(8+15) \times 2\right] + (8 \times 8)$
 $= 15 + 23 + 64 = 102 \text{ unit}^2$

1.



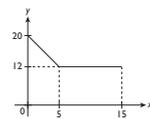
Luas = $\frac{1}{2}((10-4) + 14) \times 12 = \frac{1}{2}(6+14) \times 12 = 120 \text{ unit}^2$

2.



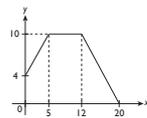
Luas = $\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 15\right) + [(20-8) \times 15] = 60 + 180 = 240 \text{ unit}^2$

3.



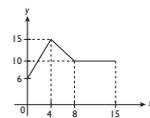
Luas = $\left[\frac{1}{2}(12+20) \times 5\right] + (10 \times 12) = 80 + 120 = 200 \text{ unit}^2$

4.



Luas = $\left[\frac{1}{2}(4+10) \times 5\right] + (7 \times 10) + \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 10\right) = 35 + 70 + 40 = 145 \text{ unit}^2$

5.



Luas = $\left[\frac{1}{2}(6+15) \times 4\right] + \left[\frac{1}{2}(10+15) \times 4\right] + (7 \times 10) = 42 + 50 + 70 = 162 \text{ unit}^2$

78

FAKTA UTAMA

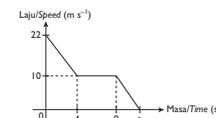
Kadar perubahan laju = $\frac{\text{Laju akhir} - \text{Laju awal}}{\text{Masa}}$

Rate of change of speed = $\frac{\text{Final speed} - \text{Initial speed}}{\text{Time}}$

- C. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

CONTOH

Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh t saat.
The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of t seconds.



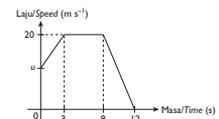
Diberi jumlah jarak yang dilalui ialah 129 m.
Given the total distance travelled is 129 m.

Cari/Find

- (a) kadar perubahan laju, dalam $m s^{-2}$, dalam 4 saat yang pertama,
the rate of change of speed, in $m s^{-2}$, in the first 4 seconds,
(b) jarak, dalam m, yang dilalui dengan laju seragam,
the distance, in m, travelled with uniform speed,
(c) nilai t ,
the value of t .

(a) Kadar perubahan laju
Rate of change of speed
 $= \frac{10-22}{4-0} = \frac{-12}{4} = -3 m s^{-2}$
(b) Jarak yang dilalui dengan laju seragam
Distance travelled with uniform speed
 $= (9-4) \times 10 = 50 m$
(c) $\left[\frac{1}{2}(10+22) \times 4\right] + 50 + \left[\frac{1}{2}(t-9) \times 10\right] = 129$
 $64 + 50 + 5t - 45 = 129$
 $5t + 69 = 129$
 $5t = 60$
 $t = 12$

1. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh 12 saat.
The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of 12 seconds.



Diberi kadar perubahan laju dalam 3 saat yang pertama ialah $3 m s^{-2}$.
Given the rate of change of speed in the first 3 seconds is $3 m s^{-2}$.

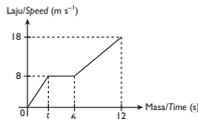
Cari/Find

- (a) nilai u ,
the value of u ,
(b) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui dalam tempoh 12 saat,
the total distance, in m, travelled for the period of 12 seconds,
(c) kadar perubahan laju, dalam $m s^{-2}$, dalam 4 saat yang terakhir,
the rate of change of speed, in $m s^{-2}$, in the last 4 seconds.

(a) $\frac{20-u}{3} = 3$
 $20-u = 9$
 $u = 20-9 = 11$
(b) Jumlah jarak yang dilalui
 $= \left[\frac{1}{2}(11+20) \times 3\right] + (5 \times 20) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 20\right) = 46.5 + 100 + 40 = 186.5 m$
(c) Kadar perubahan laju = $\frac{0-20}{12-8} = \frac{-20}{4} = -5 m s^{-2}$

80

2. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan suatu zarah dalam tempoh 12 saat. The diagram shows the speed-time graph of the movement of a particle for a period of 12 seconds.



Diberi kadar perubahan laju dalam t saat yang pertama ialah 2 m s^{-2} .
Given the rate of change of speed in the first t seconds is 2 m s^{-2} .

Cari/Find

- nilai t , the value of t ,
- jarak, dalam m , yang dilalui dengan laju seragam, the distance, in m , travelled with uniform speed,
- jumlah jarak, dalam m , yang dilalui dalam tempoh 12 saat. the total distance, in m , travelled for the period of 12 seconds.

$$(a) \frac{8-0}{t} = 2$$

$$t = \frac{8}{2}$$

$$t = 4$$

$$(b) \text{ Jarak} = (6-4) \times 8$$

$$= 16 \text{ m}$$

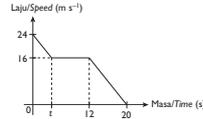
$$(c) \text{ Jumlah jarak yang dilalui}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8\right) + 16 + \left[\frac{1}{2}(8+18) \times 6\right]$$

$$= 16 + 16 + 78$$

$$= 110 \text{ m}$$

3. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan suatu zarah dalam tempoh 20 saat. The diagram shows the speed-time graph of the movement of a particle for a period of 20 seconds.



- Nyatakan laju seragam, dalam m s^{-1} , zarah itu. State the uniform speed, in m s^{-1} , of the particle.
- Diberi jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam 12 saat yang pertama ialah 232 m . Hitung nilai t . Given the distance travelled by the particle in the first 12 seconds is 232 m . Calculate the value of t .
- Hitung kadar perubahan laju, dalam m s^{-2} , dalam 8 saat yang terakhir. Calculate the rate of change of speed, in m s^{-2} , in the last 8 seconds.

$$(a) 16 \text{ m s}^{-1}$$

$$(b) \left[\frac{1}{2}(16+24) \times t\right] + [(12-t) \times 16] = 232$$

$$20t + 192 - 16t = 232$$

$$4t = 40$$

$$t = 10$$

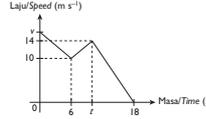
$$(c) \text{ Kadar perubahan laju}$$

$$= \frac{0-16}{20-12}$$

$$= \frac{-16}{8}$$

$$= -2 \text{ m s}^{-2}$$

4. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi suatu zarah dalam tempoh 18 saat. The diagram shows the speed-time graph of a particle for a period of 18 seconds.



Diberi jarak yang dilalui dalam 6 saat yang pertama ialah 78 m .
Given the distance travelled in the first 6 seconds is 78 m .

Hitung/Calculate

- nilai v , the value of v ,
- kadar perubahan laju, dalam m s^{-2} , dalam 6 saat yang pertama, the rate of change of speed, in m s^{-2} , in the first 6 seconds,
- nilai t , diberi jumlah jarak yang dilalui ialah 182 m . the value of t , given the total distance travelled is 182 m .

$$(a) \frac{1}{2}(10+v) \times 6 = 78$$

$$3(10+v) = 78$$

$$10+v = 26$$

$$v = 16$$

$$(b) \text{ Kadar perubahan laju} = \frac{10-16}{6}$$

$$= \frac{-6}{6}$$

$$= -1 \text{ m s}^{-2}$$

$$(c) 78 + \left[\frac{1}{2}(10+14)(t-6)\right] + \left[\frac{1}{2}(18-t) \times 14\right] = 182$$

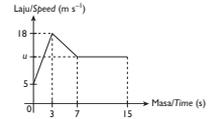
$$78 + 12t - 72 + 126 - 7t = 182$$

$$5t + 132 = 182$$

$$5t = 50$$

$$t = 10$$

5. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan suatu zarah dalam tempoh 15 saat. The diagram shows the speed-time graph of the movement of a particle for a period of 15 seconds.



- Cari kadar perubahan laju, dalam m s^{-2} , dalam 3 saat yang pertama. Find the rate of change of speed, in m s^{-2} , in the first 3 seconds.
- Diberi jarak yang dilalui dalam 12 saat yang terakhir ialah 156 m . Hitung nilai u . Given the distance travelled in the last 12 seconds is 156 m . Calculate the value of u .
- Hitung laju purata, dalam m s^{-1} , bagi keseluruhan perjalanan. Calculate the average speed, in m s^{-1} , for the whole journey.

$$(a) \text{ Kadar perubahan laju} = \frac{18-0}{3}$$

$$= \frac{18}{3}$$

$$= 6 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{atau } 4.33 \text{ m s}^{-2}$$

$$(b) \left[\frac{1}{2}(u+18) \times 4\right] + (8 \times u) = 156$$

$$2u + 36 + 8u = 156$$

$$10u + 36 = 156$$

$$10u = 120$$

$$u = 12$$

$$(c) \text{ Jumlah jarak} = \left[\frac{1}{2}(5+18) \times 3\right] + 156$$

$$= 34.5 + 156$$

$$= 190.5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{ Laju purata} = \frac{190.5}{15}$$

$$= 12.7 \text{ m s}^{-1}$$

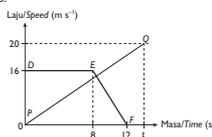
81

82

PRAKTIS FORMATIF Kertas 2

Jawab semua soalan.
Answer all the questions.

1. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan dua zarah, A dan B, masing-masing dalam tempoh 12 saat dan t saat. Graf DEF mewakili pergerakan zarah A dan graf PQ mewakili pergerakan zarah B. The diagram shows the speed-time graph for the movement of two particles, A and B, for a period of 12 seconds and t seconds respectively. The graph DEF represents the movement of particle A and the graph PQ represents the movement of particle B.



- Nyatakan laju seragam, dalam m s^{-1} , bagi zarah A. State the uniform speed, in m s^{-1} , of particle A.
- Hitung kadar perubahan laju, dalam m s^{-2} , bagi zarah A dalam 4 saat terakhir. Calculate the rate of change of speed, in m s^{-2} , of particle A in the last 4 seconds.
- Diberi bahawa jarak yang dilalui oleh zarah B adalah sama dengan jarak yang dilalui oleh zarah A. Hitung nilai t . It is given that the distance travelled by particle B is equal to the distance travelled by particle A. Calculate the value of t .

Jawapan/Answer:

$$(a) (i) 16 \text{ m s}^{-1}$$

$$(ii) \text{ Kadar perubahan laju} = \frac{0-16}{4}$$

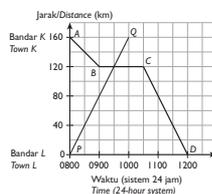
$$= -4 \text{ m s}^{-2}$$

$$(b) \frac{1}{2} \times t \times 20 = \frac{1}{2}(8+12) \times 16$$

$$10t = 160$$

$$t = 16$$

2. Dalam rajah di bawah, ABCD ialah graf jarak-masa bagi sebuah bas dari bandar K ke bandar L manakala PQ ialah graf jarak-masa bagi sebuah kereta dari bandar L ke bandar K. Kedua-dua kenderaan itu menggunakan jalan yang sama. In the diagram, ABCD is the distance-time graph of a bus from town K to town L, and PQ is the distance-time graph of a car from town L to town K. Both vehicles used the same road.



- Cari laju, dalam km j^{-1} , bas itu dalam satu jam yang pertama. Find the speed, in km h^{-1} , of the bus in the first hour.
- Bila dan di manakah kedua-dua kenderaan itu bertemu? When and where did the two vehicles meet?
- Cari jarak di antara dua kenderaan itu pada jam 0830. Find the distance between the two vehicles at 0830 hours.

Jawapan/Answer:

$$(a) \text{ Laju} = \frac{160-0}{1}$$

$$= 40 \text{ km j}^{-1}$$

$$(b) \text{ Jam } 0930,$$

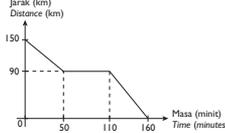
$$120 \text{ km dari bandar L atau } 40 \text{ km dari bandar K}$$

$$(c) \text{ Jarak} = 140 - 40$$

$$= 100 \text{ km}$$

83

3. Rajah di bawah menunjukkan graf jarak-masa bagi perjalanan sebuah kereta dari satu bandar ke bandar yang lain dalam tempoh 160 minit. The diagram shows the distance-time graph for the journey of a car from one town to another for a period of 160 minutes.



- Nyatakan tempoh masa, dalam minit, ketika kereta itu berhenti. State the duration of time, in minutes, during which the car is stationary.
- Hitung laju, dalam km j^{-1} , kereta itu dalam 50 minit yang pertama. Calculate the speed, in km h^{-1} , of the car in the first 50 minutes.
- Cari jarak, dalam km, yang dilalui oleh kereta itu bagi 50 minit yang terakhir. Find the distance, in km, travelled by the car for the last 50 minutes.

Jawapan/Answer:

$$(a) \text{ Tempoh masa kereta berhenti} = 110 - 50$$

$$= 60 \text{ minit}$$

$$(b) \text{ Laju kereta} = \frac{(150-90) \times 60}{50}$$

$$= 60 \times \frac{60}{50}$$

$$= 72 \text{ km j}^{-1}$$

$$(c) \text{ Jarak yang dilalui dalam 50 minit yang terakhir}$$

$$= 90 - 0$$

$$= 90 \text{ km}$$

4. Ahmad memandu kereta sejauh 180 km dari Kuala Lumpur ke Ipoh untuk melawat kawannya, Sam. Jadual di bawah menunjukkan catatan perjalanannya. Ahmad drives his car for 180 km from Kuala Lumpur to Ipoh to visit his friend, Sam. The table shows the note of his journey.

Masa/Time	4 Disember/December 2016 Ahad/Sunday
10.00 a.m.	Memulakan perjalanan Start journey
11.05 a.m.	Sarapan pagi di Tanjung Malim setelah memandu untuk 70 km Breakfast at Tanjung Malim after driving for 70 km
11.30 p.m.	Meneruskan perjalanan untuk 110 km lagi Continue journey for another 110 km
12.45 p.m.	Tiba di rumah Sam Arrive at Sam's house

- Rajah di ruang jawapan menunjukkan graf jarak-masa. The diagram in the answer space shows the distance-time graph.
- Nyatakan nilai p dan nilai q . State the values of p and q .
- Lengkapkan graf itu untuk menggambarkan keseluruhan perjalanan Ahmad. Complete the graph to represent Ahmad's whole journey.
- Hitung laju purata, dalam km h^{-1} , bagi keseluruhan perjalanan. Calculate the average speed, in km h^{-1} , for the whole journey.

Jawapan/Answer:

$$(a) (i), (ii)$$

$$p = 180 - 70 = 110$$

$$\text{Tempoh masa dari jam } 1000 \text{ hingga jam } 1130$$

$$= 1 \text{ jam } 30 \text{ minit}$$

$$= 90 \text{ minit}$$

$$\therefore q = 90$$

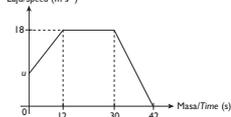
$$(b) \text{ Jumlah jarak} = 180 \text{ km}$$

$$\text{Jumlah masa} = 2 \text{ jam } 45 \text{ minit} = 2.75 \text{ jam}$$

$$\text{Laju purata} = \frac{180 \text{ km}}{2.75 \text{ jam}} = 65.45 \text{ km j}^{-1}$$

84

5. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan suatu zarah dalam tempoh 42 saat. The diagram shows the speed-time graph for the movement of a particle for a period of 42 seconds.



- (a) Nyatakan tempoh masa, dalam s, zarah itu bergerak dengan laju seragam.
State the duration of time, in s, for which the particle moves with uniform speed.
- (b) Hitung kadar perubahan laju, dalam $m\ s^{-2}$, zarah itu dalam 12 saat yang terakhir.
Calculate the rate of change of speed, in $m\ s^{-2}$, of the particle in the last 12 seconds.
- (c) Hitung nilai u , jika jumlah jarak yang dilalui dalam tempoh 42 saat ialah 582 m.
Calculate the value of u , if the total distance travelled for the period of 42 seconds is 582 m. [6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:
(a) $30 - 12 = 18\ s$

(b) Kadar perubahan laju

$$= \frac{0 - 18}{12}$$

$$= -1\frac{1}{2}\ m\ s^{-2}\ \text{atau}\ -1.5\ m\ s^{-2}$$

(c)
$$\left[\frac{1}{2}(u + 18) \times 12 \right] + 18 \times 18 + \left[\frac{1}{2}(42 - 30) \times 18 \right] = 582$$

$$6u + 108 + 324 + 108 = 582$$

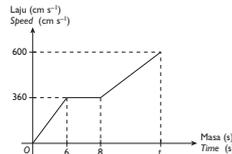
$$6u + 540 = 582$$

$$6u = 582 - 540$$

$$= 42$$

$$u = 7$$

6. Rajah di bawah menunjukkan graf laju-masa bagi pergerakan suatu zarah dalam tempoh t saat. The diagram shows the speed-time graph for the movement of a particle for a period of t seconds.



- (a) Nyatakan laju seragam, dalam $cm\ s^{-1}$, zarah itu. State the uniform speed, in $cm\ s^{-1}$, of the particle.
- (b) Hitung kadar perubahan laju, dalam $cm\ s^{-2}$, zarah itu dalam tempoh 6 saat pertama. Calculate the rate of change of speed, in $cm\ s^{-2}$, of the particle in the first 6 seconds.
- (c) Hitung nilai t , jika jarak yang dilalui dalam tempoh 6 saat pertama ialah separuh daripada jarak yang dilalui daripada saat ke-8 hingga saat ke- t . Calculate the value of t , if the distance travelled in the first 6 seconds is half of the distance travelled from the 8th second to the t th second. [6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:
(a) $360\ cm\ s^{-1}$

(b) Kadar perubahan laju = $\frac{360}{6}$

$$= 60\ cm\ s^{-2}$$

(c)
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 360 = \frac{1}{2} \times \left[\frac{1}{2}(360 + 600) \times (t - 8) \right]$$

$$1\ 080 = 240 \times (t - 8)$$

$$t - 8 = \frac{1\ 080}{240}$$

$$= 4.5$$

$$t = 12.5$$

85

Barisan FOKUS KBAT

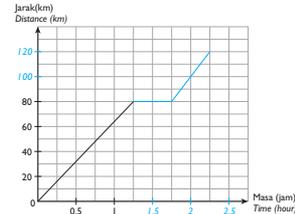
FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Mengaplikasi, Menilai/Applying, Evaluating
Konteks/Context: Kecerunan dan Luas di bawah Graf/Gradient and Area under a Graph

Seorang juruteknik bertolak dari rumahnya pada pukul 2:45 p.m. dan menuju ke gudang yang terletak 80 km dari rumahnya. Apabila tiba di gudang, dia perlu membuat bungkusan komponen elektronik dan menghantar bungkusan itu ke sebuah pelabuhan sejauh 40 km daripada gudang itu. A technician left his house at 2:45 p.m. and travelled to the warehouse 80 km away from his house. When he reached the warehouse, he needed to pack some electronic components and sent them to a port 40 km away from the warehouse.

- (a) Rajah di bawah menunjukkan graf jarak-masa yang tidak lengkap bagi perjalanan juruteknik itu. The diagram shows the incomplete distance-time graph for the journey of the technician.

- (i) Hitung laju, dalam $km\ j^{-1}$, juruteknik itu dari rumahnya ke gudang. Calculate the speed, in $km\ h^{-1}$, of the technician from his house to the warehouse.
- (ii) Juruteknik itu mengambil masa 30 minit untuk membuat bungkusan komponen elektronik. Dia mesti sampai ke pelabuhan sebelum 5:00 p.m. Had laju perjalanan dari gudang ke pelabuhan ialah $80\ km\ j^{-1}$. Lengkapi graf jarak-masa di bawah untuk menggambarkan keseluruhan perjalanan juruteknik itu. The technician took 30 minutes to pack the electronic components. He must reach the port before 5:00 p.m. The speed limit of the journey to the port is $80\ km\ h^{-1}$. Complete the distance-time graph to represent the technician's whole journey.



- (b) Hitung masa ketibaan juruteknik itu di pelabuhan. Calculate the time of arrival of the technician at the port.
- (c) Hitung laju purata, dalam $km\ j^{-1}$, bagi keseluruhan perjalanan itu. Calculate the average speed, in $km\ h^{-1}$, for the whole journey.

Jawapan/Answer:

(a) (i) Laju = $\frac{80}{1.25} = 64\ km\ j^{-1}$

(b) Masa diambil untuk keseluruhan perjalanan = 2.25 jam
Masa ketibaan = 2:45 p.m. + 2 jam 15 minit
= 5:00 p.m.

(c) Laju purata = $\frac{120}{2.25}$

$$= 53\frac{1}{3}\ km\ j^{-1}\ \text{atau}\ 53.33\ km\ j^{-1}$$

86

BAB 7

**KEBARANGKALIAN II
PROBABILITY II**

7.1 Kebarangkalian Suatu Peristiwa

FAKTA UTAMA

Bagi ruang sampel, S , yang terdiri daripada semua kesudahan yang mungkin bagi suatu eksperimen, kebarangkalian bagi suatu peristiwa A , $P(A)$, diberikan oleh

$$P(A) = \frac{\text{Bilangan kesudahan } A}{\text{Jumlah kesudahan yang mungkin, } S} = \frac{n(A)}{n(S)}, \text{ dengan keadaan } 0 \leq P(A) \leq 1$$

For a sample space, S , which consists of all the possible outcomes of an experiment, the probability of an event A , $P(A)$, is given by

$$P(A) = \frac{\text{Number of outcomes of } A}{\text{Total number of possible outcomes, } S} = \frac{n(A)}{n(S)}, \text{ where } 0 \leq P(A) \leq 1$$

- A. Cari kebarangkalian bagi setiap peristiwa berikut. Find the probability for each of the following events.

CONTOH

Sebilai dadu dilambungkan. Cari kebarangkalian mendapat satu faktor bagi 6.

A dice is rolled. Find the probability of getting a factor of 6.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Katakan $A =$ Peristiwa mendapat faktor bagi 6.
Let $A =$ Event of getting a factor of 6.

$A = \{1, 2, 3, 6\}$

$n(S) = 6$

$n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{4}{6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

2. Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan 'PENDIDIKAN'. Cari kebarangkalian memilih huruf N.
A letter is picked at random from the word 'PENDIDIKAN'. Find the probability of picking a letter N.

$S = \{P, E, N, D, I, D, I, K, A, N\}$

Katakan $X =$ Peristiwa memilih huruf N.

$n(S) = 10$

$n(X) = 2$

$$P(X) = \frac{2}{10}$$

$$= \frac{1}{5}$$

1. Satu nombor dipilih secara rawak daripada set nombor dari 22 hingga 30. Cari kebarangkalian memilih satu nombor perdana.

A number is chosen at random from a set of numbers from 22 to 30. Find the probability of choosing a prime number.

$S = \{22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

Katakan $A =$ Peristiwa memilih nombor perdana.

$A = \{23, 29\}$

$n(S) = 9$

$n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{2}{9}$$

3. Sebuah beg berisi 3 biji bola merah, 4 biji bola hijau dan 2 biji bola kuning. Sebilai guli dipilih secara rawak daripada beg itu. Cari kebarangkalian memilih sebilai bola merah.
A bag contains 3 red, 4 green and 2 yellow balls. A ball is chosen at random from the bag. Calculate the probability of choosing a red ball.

$S = \{M_1, M_2, M_3, H_1, H_2, H_3, H_4, K_1, K_2\}$

Katakan $B =$ Peristiwa memilih bola merah.

$n(S) = 9$

$n(B) = 3$

$$P(B) = \frac{3}{9}$$

$$= \frac{1}{3}$$

87

- B. Selesaikan setiap yang berikut. Solve each of the following.

1. 24 orang murid daripada sebuah kelas ialah ahli Kelab Catur. 16 orang daripada ahli itu ialah murid perempuan. Seorang murid dipilih secara rawak daripada ahli kelab itu. Hitung kebarangkalian murid yang dipilih itu ialah lelaki.
24 students of a class are the members of a Chess Club. 16 of the members are girls. A student is picked at random from the club members. Calculate the probability that the student picked is a boy.

$$n(S) = 24$$

$$\text{Bilangan murid lelaki} = 24 - 16$$

$$= 8$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{8}{24}$$

$$= \frac{1}{3}$$

2. Sebuah kotak mengandungi 8 keping kad hijau dan beberapa keping kad berwarna lain. Sekeping kad dipilih secara rawak daripada kotak itu. Kebarangkalian memilih sekeping kad hijau ialah $\frac{2}{7}$. 4 keping kad hijau ditambah lagi ke dalam kotak itu. Sekeping kad dipilih secara rawak. Cari kebarangkalian sekeping kad hijau dipilih.
There are 8 green cards and a number of other coloured cards in a box. A card is picked at random from the box. The probability of picking a green card is $\frac{2}{7}$. Another 4 green cards are added into the box. A card is picked at random. Find the probability that a green card is picked.

The probability of picking a green card is $\frac{2}{7}$. Another 4 green cards are added into the box. A card is picked at random. Find the probability that a green card is picked.

$$\frac{8}{n(S)} = \frac{2}{7} \quad \text{Kebarangkalian} = \frac{8 + 4}{28 + 4}$$

$$n(S) = 8 \times \frac{7}{2}$$

$$= 28$$

$$= \frac{12}{32}$$

$$= \frac{3}{8}$$

3. Dalam sekumpulan murid, 12 orang murid suka bermain tenis, m orang murid suka berenang dan 8 orang murid suka bermain hoki. Seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan itu. Kebarangkalian memilih seorang murid yang suka bermain tenis ialah $\frac{2}{9}$. Cari nilai m .

In a group of students, 12 students like to play tennis, m students like swimming and 8 students like to play hockey. A student is chosen at random from the group. The probability of choosing a student who likes to play tennis is $\frac{2}{9}$. Find the value of m .

$$\frac{12}{12 + m + 8} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{12}{20 + m} = \frac{2}{9}$$

$$20 + m = 12 \times \frac{9}{2}$$

$$= 54$$

$$m = 54 - 20$$

$$= 34$$

4. Kelas Tingkatan 5A mempunyai 18 orang murid yang memakai jam tangan. Jika seorang murid dipilih secara rawak daripada kelas itu, kebarangkalian memilih seorang murid yang memakai jam tangan ialah $\frac{3}{5}$. 6 orang murid baru yang memakai jam tangan dari sekolah lain menyertai kelas itu. Seorang murid dipilih secara rawak. Hitung kebarangkalian memilih seorang murid yang memakai jam tangan.

In Form 5A class, 18 of the students wear watches. If a student is chosen at random from the class, the probability of choosing a student who wears watch is $\frac{3}{5}$. 6 new students who wear watches from another school joined the class. A student is chosen at random. Calculate the probability of choosing a student who wears watch.

$$\frac{18}{n(S)} = \frac{3}{5} \quad \text{Kebarangkalian} = \frac{18 + 6}{30 + 6}$$

$$n(S) = 18 \times \frac{5}{3}$$

$$= 30$$

$$= \frac{24}{36}$$

$$= \frac{2}{3}$$

88

7.2 Kebarangkalian Pelengkap Suatu Peristiwa

FAKTA UTAMA

Pelengkap bagi suatu peristiwa A ialah satu set semua kesudahan sampel, S, yang bukan kesudahan peristiwa A. The complement of an event A is the set of all outcomes in the sample space, S, that are not outcomes of event A.

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Selesaikan setiap yang berikut.

Solve each of the following.

7.2 (B) (M)

- Diberi P ialah peristiwa mendapat satu huruf vokal daripada perkataan 'MALAYSIA'. Senaraikan kesudahan bagi P.
Given P is an event of obtaining a vowel from the word 'MALAYSIA'. List the outcomes of P.
- Diberi A ialah peristiwa memilih satu nombor perdana daripada {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}. Senaraikan kesudahan bagi A.
Given A is an event of choosing a prime number from {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}. List the outcomes of A.

$$P' = \{M, L, Y, S\}$$

$$A' = \{10, 12, 14, 15, 16\}$$

- Sebuah kelas ada 36 orang murid. Kebarangkalian memilih seorang murid lelaki secara rawak ialah $\frac{4}{9}$. Cari bilangan murid perempuan dalam kelas itu.
A class has 36 students. The probability of choosing a boy at random is $\frac{4}{9}$. Find the number of girls in the class.
- Sebuah kotak mengandungi 120 biji epal. Sebiji epal dipilih secara rawak daripada kotak itu. Kebarangkalian memilih sebiji epal yang busuk ialah $\frac{2}{5}$. Cari bilangan epal yang tidak busuk di dalam kotak itu.
A box contains 120 apples. An apple is chosen at random from the box. The probability of choosing a rotten apple is $\frac{2}{5}$. Find the number of apples which are not rotten in the box.

$$P(\text{murid perempuan}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\text{Bilangan murid perempuan} = \frac{5}{9} \times 36 = 20$$

$$P(\text{epal yang tidak busuk}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Bilangan epal yang tidak busuk} = \frac{3}{5} \times 120 = 72$$

- Dalam satu sesi latihan bola sepak, kebarangkalian Sam menjaringkan gol ialah $\frac{7}{20}$. Dalam 60 percubaan yang dipilih secara rawak, berapa kalikah dia gagal menjaringkan gol?
In a football training session, the probability that Sam scores a goal in a trial is $\frac{7}{20}$. In 60 trials chosen randomly, how many times does he fail to score a goal?
- Sebuah beg mengandungi 15 biji guli putih dan beberapa biji guli merah. Sebiji guli dipilih secara rawak daripada beg itu. Kebarangkalian memilih sebiji guli merah ialah $\frac{5}{8}$. Cari jumlah bilangan guli di dalam beg itu.
A bag contains 15 white marbles and a number of red marbles. A marble is picked at random from the bag. The probability of picking a red marble is $\frac{5}{8}$. Find the total number of marbles in the bag.

$$P(\text{gagal menjaringkan gol}) = 1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

$$\text{Bilangan kali dia gagal menjaringkan gol} = \frac{13}{20} \times 60 = 39$$

$$P(\text{guli putih}) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Jumlah bilangan guli} = 15 \times \frac{8}{3} = 40$$

89

- Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan 'FAVOURITE'. Senaraikan semua kesudahan yang mungkin dan hitung kebarangkalian memilih A.
A letter is picked at random from the word 'FAVOURITE'. List all the possible outcomes of the event and calculate the probability of choosing A.

- (a) satu huruf vokal atau huruf F,
a vowel or the letter F,

- (b) huruf A atau satu huruf konsonan,
the letter A or a consonant.

$$n(S) = 9$$

$$(a) \{F, A, O, U, I, E\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$(b) \{F, A, V, R, T\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{5}{9}$$

- Dua biji dadu dilambungkan. Senaraikan semua kesudahan peristiwa yang mungkin dan cari kebarangkalian bahawa...

Two dice are rolled. List all the possible outcomes of the event and find the probability that

- (a) hasil tambah dua nombor itu ialah 4 atau 7,
the sum of the two numbers is 4 or 7,

- (b) nombor pada dadu yang pertama adalah kurang daripada 3 dan nombor pada dadu yang kedua ialah nombor genap.
the number on the first dice is less than 3 and the number on the second dice is an even number.

$$n(S) = 36$$

$$(a) \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$(b) \{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- Sebuah beg mengandungi lima keping kad yang dilabel 5, 6, 7, 8 dan 9. Apabila sekeping kad dipilih secara rawak, nombor pada kad itu direkod dan dimasukkan semula ke dalam beg sebelum kad kedua dipilih.
A bag contains five cards labelled with 5, 6, 7, 8 and 9. When a card is picked at random, the number on the card is recorded and the card is returned into the bag before the second card is picked.

Senaraikan semua kesudahan peristiwa yang mungkin dan cari kebarangkalian bahawa

List all the possible outcomes of the event and find the probability that

- (a) nombor pada kad pertama ialah nombor genap dan nombor pada kad kedua ialah nombor ganjil,
the number on the first card is an even number and the number on the second card is an odd number,

- (b) beza nombor pada kedua-dua kad itu ialah 2.
the difference between the numbers on the two cards is 2.

$$n(S) = 25$$

$$(a) \{(6, 5), (6, 7), (6, 9), (8, 5), (8, 7), (8, 9)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{6}{25}$$

$$(b) \{(5, 7), (6, 8), (7, 5), (7, 9), (8, 6), (9, 7)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{6}{25}$$

91

7.3 Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

FAKTA UTAMA

$$1. P(A \text{ atau/ or } B) = P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)}$$

$$2. P(A \text{ dan/ and } B) = P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

Selesaikan setiap yang berikut.

Solve each of the following.

CONTOH

Diberi bahawa set $P = \{A, D, O, R, E\}$ dan set $Q = \{1, 2\}$. Satu unsur dipilih secara rawak daripada setiap set P dan set Q.

It is given that set $P = \{A, D, O, R, E\}$ and set $Q = \{1, 2\}$. An element is picked at random from each set P and set Q.

Senaraikan semua kesudahan peristiwa yang mungkin dan cari kebarangkalian bahawa

List all the possible outcomes of the event and find the probability that

- (a) satu huruf vokal atau satu nombor genap dipilih,
a vowel or an even number is picked,

- (b) satu huruf vokal dan satu nombor genap dipilih.
a vowel and an even number are picked.

$$S = \{(A, 1), (A, 2), (D, 1), (D, 2), (O, 1), (O, 2), (R, 1), (R, 2), (E, 1), (E, 2)\}$$

$$n(S) = 10$$

$$(a) \{(A, 1), (A, 2), (D, 2), (O, 1), (O, 2), (R, 2), (E, 1), (E, 2)\}$$

$$(b) \{(A, 2), (O, 2), (E, 2)\}$$

$$\text{Kebarangkalian/Probability} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Kebarangkalian/Probability} = \frac{3}{10}$$

- Rajah di bawah menunjukkan tiga kad nombor di dalam kotak P dan empat kad huruf di dalam kotak Q.
The diagram shows three number cards in box P and four cards labelled with letters in box Q.



Satu kad dipilih secara rawak daripada kotak P dan kemudian satu kad pula dipilih secara rawak daripada kotak Q.

A card is picked at random from box P and then a card is picked at random from box Q.

Dengan menyenaraikan sampel bagi semua kesudahan peristiwa yang mungkin, cari kebarangkalian bahawa

By listing the sample of all the possible outcomes of the event, find the probability that

- (a) satu kad nombor ganjil dan satu kad berhuruf vokal dipilih,
a card with an odd number and a card with a vowel are picked,

- (b) satu kad nombor 4 atau satu kad berhuruf konsonan dipilih.
a card with the number 4 or the card labelled with a consonant is picked.

$$S = \{(3, A), (3, B), (3, D), (3, E), (4, A), (4, B), (4, D), (4, E), (9, A), (9, B), (9, D), (9, E)\}$$

$$n(S) = 12$$

$$(a) \{(3, A), (3, E), (9, A), (9, E)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$(b) \{(3, B), (3, D), (4, A), (4, B), (4, D), (4, E), (9, B), (9, D)\}$$

$$\text{Kebarangkalian} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

90

PRAKTIS FORMATIF Kertas 1

SKOR

Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan sahaja daripada pilihan A, B, C dan D.
Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options, A, B, C and D.

Subtopik	2013	2014	2015	2016
7.1	S 35	S 35	S 36	-
7.2	S 35, 34	S 36	S 37	S 34, 35
	-	-	-	-

- Diberi bahawa set $P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set P. Cari kebarangkalian nombor yang dipilih itu ialah gandaan 3.

It is given that set $P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$. A number is chosen at random from the elements of set P. Find the probability that the number chosen is a multiple of 3.

A $\frac{1}{5}$

B $\frac{3}{10}$

C $\frac{2}{5}$

D $\frac{1}{2}$

- Jadual di bawah menunjukkan taburan sekumpulan 60 orang murid dalam satu permainan.
The table shows the distribution of a group of 60 students in a game.

	Pasukan P Team P	Pasukan Q Team Q
Lelaki/Boys	22	18
Perempuan/Girls	8	12

Seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan itu untuk memulakan permainan. Apakah kebarangkalian seorang murid lelaki daripada Pasukan Q akan dipilih?

A student is chosen at random from the group to start the game. What is the probability that a boy from Team Q will be chosen?

A $\frac{2}{5}$

B $\frac{3}{10}$

C $\frac{9}{20}$

D $\frac{11}{30}$

- Sebuah kelab badminton mempunyai 18 ahli lelaki dan beberapa ahli perempuan. Seorang ahli dipilih secara rawak daripada kelab itu. Kebarangkalian memilih seorang ahli lelaki ialah $\frac{3}{5}$. Cari bilangan ahli perempuan dalam kelab itu.

A badminton club has 18 male members and a number of female members. A member is chosen at random from the club. The probability of choosing a male member is $\frac{3}{5}$. Find the number of female members in the club.

A 12

B 15

C 30

D 36

- Sebuah kotak mengandungi 24 batang pen hitam dan 12 batang pen biru. Sebatiang pen dipilih secara rawak daripada kotak itu. Apakah kebarangkalian sebatiang pen biru akan dipilih?

A box contains 24 black pens and 12 blue pens. A pen is chosen at random from the box. What is the probability of choosing a blue pen?

A $\frac{1}{8}$

B $\frac{1}{5}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{4}{7}$

- Jadual di bawah menunjukkan kesudahan apabila sebuah dadu tidak adil dilontarkan 10 000 kali dalam suatu uji kaji.

The table shows the outcomes when an unfair dice was thrown 10 000 times in an experiment.

Nombor Number	1	2	3	4	5	6
Kesudahan Outcomes	1 646	1 640	1 673	1 720	2 485	836

Berdasarkan kesudahan itu, ramalkan bilangan peluang untuk mendapat nombor 5 jika dadu dilontarkan sebanyak 100 kali.

Based on the outcomes, predict the number of chances to get number 5 if the same dice is thrown 100 times.

A 10

B 15

C 20

D 25

- Sebuah kotak mengandungi 9 biji guli merah dan beberapa biji guli biru. Sebiji guli dipilih secara rawak daripada kotak itu. Kebarangkalian memilih sebiji guli biru ialah $\frac{2}{5}$. Cari bilangan guli biru di dalam kotak itu.

A box contains 9 red marbles and a number of blue marbles. A marble is chosen at random from the box. The probability of choosing a blue marble is $\frac{2}{5}$. Find the number of blue marbles in the box.

A 6

B 8

C 12

D 16

92

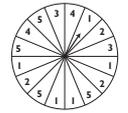
7. Terdapat 60 buah buku Matematik dan beberapa buah buku Geografi di sebuah rak buku. Kebarangkalian bahawa sebuah buku Geografi dipilih secara rawak daripada rak itu ialah $\frac{3}{5}$. Berapakah bilangan buku Geografi di rak itu?
There are 60 Mathematics books and a number of Geography books on a book rack. The probability that a Geography book is chosen at random from the rack is $\frac{3}{5}$. How many Geography books are there on the rack?
 A 84 B 90
 C 100 D 150

8. Sebuah kotak mengandungi 90 keping kad yang terdiri daripada kad merah dan kad biru. Sekeping kad dipilih secara rawak daripada kotak itu. Kebarangkalian memilih sekeping kad merah ialah $\frac{2}{5}$. Berapakah bilangan kad merah yang perlu ditambah ke dalam kotak itu supaya kebarangkalian memilih sekeping kad merah menjadi $\frac{2}{3}$?
A box contains 90 cards. There are red cards and blue cards. A card is chosen at random from the box. The probability of choosing a red card is $\frac{2}{5}$. How many red cards need to be added so that the probability of choosing a red card becomes $\frac{2}{3}$?
 A 30 B 48
 C 60 D 72

9. Sebuah kotak mengandungi 8 biji guli merah dan 27 biji guli hijau. Johan memasukkan lagi 7 biji guli merah dan 3 biji guli hijau ke dalam kotak itu. Sebilangan guli dipilih secara rawak daripada kotak itu. Apakah kebarangkalian sebilangan guli merah akan dipilih?
A box contains 8 red marbles and 27 green marbles. Johan puts another 7 red marbles and 3 green marbles into the box. A marble is chosen at random from the box. What is the probability that a red marble is chosen?
 A $\frac{3}{20}$ B $\frac{7}{20}$
 C $\frac{8}{15}$ D $\frac{1}{3}$

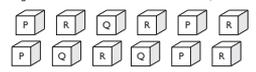
10. Diberi bahawa set $A = \{31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39\}$. Satu nombor dipilih secara rawak daripada set A. Cari kebarangkalian nombor yang dipilih itu bukan nombor perdana.
It is given that set $A = \{31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39\}$. A number is chosen at random from the elements of set A. Find the probability that the number chosen is not a prime number.
 A $\frac{2}{9}$ B $\frac{1}{3}$
 C $\frac{7}{9}$ D $\frac{8}{9}$

11. Rajah di bawah menunjukkan sekeping papan bulatan yang dibahagi kepada 16 sektor yang sama besar dan dilabel dengan nombor.
The diagram shows a circular board which is divided into 16 equal sectors and labelled with numbers.



Satu jarum penunjuk diletakkan di pusat papan itu. Jarum penunjuk itu diputar pada pusat papan itu dan akan berhenti di mana-mana sektor dengan kemungkinan yang sama. Apakah kebarangkalian bahawa jarum penunjuk itu tidak akan berhenti dalam sektor yang berlabel 4?
A pointer is placed at the centre of the board. The pointer is rotated about the centre of the board and will equally likely stop at any sector. What is the probability that the pointer will not stop in the sectors labelled 4?
 A $\frac{1}{16}$ B $\frac{1}{4}$
 C $\frac{5}{16}$ D $\frac{7}{8}$

12. Rajah di bawah menunjukkan 12 kubus yang serupa berlabel P, Q dan R.
The diagram shows 12 identical cubes labelled P, Q and R.



Sebuah kubus dipilih secara rawak. Nyatakan kebarangkalian bahawa kubus yang dipilih itu bukan berlabel P.
A cube is chosen at random. State the probability that the cube chosen is not labelled P.
 A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{3}$
 C $\frac{1}{2}$ D $\frac{2}{3}$

13. Sekumpulan 48 orang murid telah mengambil suatu ujian. Seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan itu. Kebarangkalian memilih murid yang gagal dalam ujian itu ialah $\frac{1}{8}$. Cari bilangan murid yang lulus dalam ujian itu.
A group of 48 students took a test. A student is chosen at random from the group. The probability of choosing a student who failed in the test is $\frac{1}{8}$. Find the number of students who passed the test.
 A 6 B 9
 C 40 D 42

14. Sebuah beg mengandungi 13 manik hijau, 8 manik putih dan x manik merah. Sebilangan manik dipilih secara rawak daripada beg itu. Kebarangkalian memilih sebilangan manik merah ialah $\frac{5}{12}$. Cari kebarangkalian memilih sebilangan manik bukan putih.
A bag contains 13 green beads, 8 white beads and x red beads. A bead is chosen at random from the bag. The probability of choosing a red bead is $\frac{5}{12}$. Find the probability of choosing a bead which is not white.
 A $\frac{5}{9}$
 B $\frac{16}{21}$
 C $\frac{7}{9}$
 D $\frac{19}{21}$

15. Dalam sekumpulan 40 orang murid, terdapat 20 orang murid Melayu, beberapa orang murid Cina dan beberapa orang murid India. Kebarangkalian memilih seorang murid India ialah $\frac{1}{5}$. Jika seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan itu, cari kebarangkalian bahawa dia bukan seorang murid Cina.
In a group of 40 students, there are 20 Malay students, some Chinese students and some Indian students. The probability of choosing an Indian student is $\frac{1}{5}$. If a student is chosen from the group, find the probability that the student is not Chinese.
 A $\frac{3}{10}$
 B $\frac{5}{9}$
 C $\frac{7}{10}$
 D $\frac{4}{5}$

16. Seorang pekerja hendak membuat semakan bilangan mentol yang pecah di dalam setiap kotak. Jadual di bawah menunjukkan bilangan mentol yang pecah di dalam setiap kotak.
A worker wants to check the number of broken lightbulbs in each box. The table shows the number of broken lightbulbs in each box.

Bilangan mentol yang pecah Number of broken lightbulbs	1	2	3	4	5	6
Bilangan kotak Number of boxes	3	7	4	1	3	2

Diberi bahawa terdapat 60 kotak mentol. Jika sebuah kotak dipilih secara rawak, apakah kebarangkalian bahawa kotak itu tidak mengandungi mentol yang pecah?
It is given that there were 60 boxes of lightbulbs. If a box is selected at random, what is the probability that the box does not contain broken lightbulbs?
 A $\frac{5}{12}$ B $\frac{7}{12}$
 C $\frac{2}{3}$ D $\frac{4}{4}$

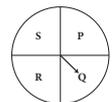
17. Kelab Matematik mempunyai 90 ahli dan Kelab Sains mempunyai 50 ahli. Seorang ahli dipilih secara rawak daripada kedua-dua kelab itu. Kebarangkalian memilih seorang ahli perempuan ialah $\frac{3}{7}$. Cari jumlah bilangan ahli lelaki dalam kedua-dua kelab itu.
There are 90 members in Mathematics Club and 50 members in Science Club. A member is chosen at random from both clubs. The probability of choosing a girl member is $\frac{3}{7}$. Find the total number of boy members in both clubs.
 A 85
 B 80
 C 75
 D 70

18. Dalam sebuah syarikat, seramai 120 orang pekerja menaiki kereta, 30 orang pekerja menunggang motosikal dan selebihnya menaiki bas ke tempat kerja. Seorang pekerja dipilih secara rawak. Kebarangkalian memilih seorang pekerja yang menaiki kereta ke tempat kerja ialah $\frac{3}{4}$. Cari kebarangkalian memilih seorang pekerja yang tidak menaiki bas untuk ke tempat kerja itu.
In a company, 120 workers go to work by car, 30 workers go by motorcycle and the rest go by bus. A worker is chosen at random. The probability of choosing a worker who goes to work by car is $\frac{3}{4}$. Find the probability of choosing a worker who does not go to work by bus.
 A $\frac{1}{15}$
 B $\frac{1}{16}$
 C $\frac{13}{16}$
 D $\frac{15}{16}$

PRAKTIS FORMATIF Kertas 2

Jawab semua soalan.
 Answer all the questions.

1. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah piring yang telah dibahagikan kepada empat sektor yang sama, P, Q, R dan S. Piring itu diletakkan pada sebuah dinding. Sebatang penunjuk diletakkan di tengah-tengah piring tersebut. Penunjuk itu diputar dua kali. Selepas setiap putaran, sektor di mana penunjuk itu berhenti akan dicatatkan. (Anggap penunjuk itu akan berhenti pada mana-mana satu sektor.)
The diagram shows a disc which is divided into four equal sectors, P, Q, R and S. The disc is fixed on the wall. A pointer is fixed at the centre of the disc. The pointer is spun twice. After each spin, the sector in which the pointer stops is recorded. (Assume that the pointer will stop at any one of the sectors.)



(a) Rajah di ruang jawapan menunjukkan kesudahan peristiwa yang mungkin dalam rajah itu.
The diagram in the answer space shows the incomplete possible outcomes of the event. Complete the possible outcomes in the diagram.

(b) Menggunakan senarai lengkap kesudahan di (a), cari kebarangkalian bahawa penunjuk itu berhenti dua kali pada sektor yang sama, penunjuk itu berhenti sekurang-kurangnya sekali pada sektor Q.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:
 (a)

Putaran pertama First spin	Putaran kedua Second spin	Kesudahan Outcomes
P	P	PP
P	Q	PQ
P	R	PR
P	S	PS
Q	P	QP
Q	Q	QQ
Q	R	QR
Q	S	QS
R	P	RP
R	Q	RQ
R	R	RR
R	S	RS
S	P	SP
S	Q	SQ
S	R	SR
S	S	SS

(b) (i) {PP, QQ, RR, SS}
 Kebarangkalian = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(ii) {PQ, QP, QQ, QR, QS, RQ, SQ}
 Kebarangkalian = $\frac{7}{16}$

2. Rajah di sebelah menunjukkan tiga kad berlabel di dalam kotak P dan lima kad berlabel di dalam kotak Q. Dua kad dipilih secara rawak, satu kad daripada kotak P dan satu kad lagi daripada kotak Q.
The diagram shows three labelled cards in box P and five labelled cards in box Q. Two cards are picked at random, one card from box P and another card from box Q.



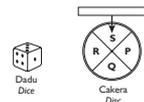
(a) Senaraikan ruang sampel.
 List the sample space.

(b) Senaraikan semua kesudahan peristiwa yang mungkin dan cari kebarangkalian bagi peristiwa tersebut bahawa kad-kad yang dipilih itu berlabel dengan huruf yang sama, berlabel dengan huruf yang sama, berlabel dengan N atau berlabel dengan huruf vokal.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:
 (a) $S = \{(N, H), (N, O), (N, U), (N, S), (N, E), (E, H), (E, O), (E, U), (E, S), (E, E), (W, H), (W, O), (W, U), (W, S), (W, E)\}$
 (b) (i) {(E, E)} Kebarangkalian = $\frac{1}{15}$
 (ii) {(N, H), (N, O), (N, U), (N, S), (N, E), (E, H), (E, O), (E, U), (E, S), (E, E), (W, O), (W, U), (W, E)}
 Kebarangkalian = $\frac{13}{15}$

3. Rajah di sebelah menunjukkan satu dadu dan satu cakera dengan empat sektor yang sama besar dan satu penunjuk yang tetap. Setiap satu sektor masing-masing dilabel dengan huruf P, Q, R dan S.
The diagram shows a fair dice and a disc with equal four sectors and a fixed pointer. Each sector is labelled with letter P, Q, R and S respectively.



Peter membalik dadu itu sekali dan kemudian memutar cakera itu sekali.
 Peter rolled the dice once and then he spun the disc once.

(a) Lengkapkan kesudahan yang mungkin dalam jadual di ruang jawapan.
 Complete the possible outcomes in the table in the answer space.

(b) Dengan menyenaraikan kesudahan yang mungkin bagi peristiwa itu, cari kebarangkalian bahawa dadu itu menunjukkan nombor genap atau penunjuk itu menunjukkan sektor Q.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:
 (a)

Kesudahan bilangan dadu Outcomes of dice rolled	Kesudahan putaran cakera Outcomes of disc spinned			
	P	Q	R	S
1	(1, P)	(1, Q)	(1, R)	(1, S)
2	(2, P)	(2, Q)	(2, R)	(2, S)
3	(3, P)	(3, Q)	(3, R)	(3, S)
4	(4, P)	(4, Q)	(4, R)	(4, S)
5	(5, P)	(5, Q)	(5, R)	(5, S)
6	(6, P)	(6, Q)	(6, R)	(6, S)

(b) (i) {(1, R), (2, R), (3, R), (4, R), (5, R), (6, R)}
 Kebarangkalian = $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

(ii) {(1, Q), (2, P), (2, Q), (2, R), (2, S), (3, Q), (4, P), (4, Q), (4, R), (4, S), (5, Q), (6, P), (6, Q), (6, R), (6, S)}
 Kebarangkalian = $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

4. Sebilu dadu yang adil dilambung. Kemudian, sebilu bola dipilih secara rawak daripada sebuah kotak yang mengandungi sebilu bola putih, sebilu bola hitam dan sebilu bola kuning.
- 14 A fair dice is tossed. Then, a ball is picked at random from a box containing a white, a black and a yellow ball.
- (a) Dengan menggunakan huruf W untuk mewakili bola putih, huruf B untuk mewakili bola hitam dan huruf Y untuk mewakili bola kuning, lengkapkan ruang sampel di ruang jawapan.
By using the letter W to represent the white ball, the letter B to represent the black ball and letter Y to represent the yellow ball, complete the sample space in the answer space.
- (b) Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin bagi peristiwa itu, cari kebarangkalian bahawa
- (i) satu nombor yang kurang daripada lima dan satu bola putih dipilih,
a number less than five and a yellow ball are chosen,
- (ii) satu nombor lebih daripada dua atau satu bola putih dipilih.
a number greater than two or a white ball is chosen.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) Putih/White (W)	(1, W)	(2, W)	(3, W)	(4, W)	(5, W)	(6, W)
Hitam/Black (B)	(1, B)	(2, B)	(3, B)	(4, B)	(5, B)	(6, B)
Kuning/Yellow (Y)	(1, Y)	(2, Y)	(3, Y)	(4, Y)	(5, Y)	(6, Y)

(b) (i) $\{(1, Y), (2, Y), (3, Y), (4, Y)\}$
Kebarangkalian = $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

(ii) $\{(1, W), (2, W), (3, W), (4, W), (5, W), (6, W), (3, B), (4, B), (5, B), (6, B), (3, Y), (4, Y), (5, Y), (6, Y)\}$
Kebarangkalian = $\frac{13}{18} = \frac{7}{9}$

5. Pada hari kuin sekolah, ahli pasukan pengepak dan ahli kadet polis terlibat dalam jawatankuasa keselamatan. Ahmad, Ryan, Clifford dan Danny daripada pasukan pengepak manakala Juan, Kim dan Lenny daripada kadet polis bertugas bagi acara larian 800 m. Mereka bertugas secara berpasangan, seorang pengepak dan seorang kadet polis.
- During a school sport day, members of scouts troop and police cadets were involved in the safety committee. Ahmad, Ryan, Clifford and Danny from scouts troop while Juan, Kim and Lenny are from police cadets were in charge of the 800 m race. They worked in pairs, a scout and a police cadet.

(a) Berdasarkan maklumat di atas, senaraikan semua pasangan yang mungkin bagi acara itu.
Based on the above information, list all the possible pairings of the race.

(b) Hitung kebarangkalian Clifford atau Danny berpasangan dengan Juan.
State the probability of Ali or Ben paired with Ken.

(c) Nyatakan kebarangkalian bahawa Ahmad dan Ryan bertugas bersama. Beri alasan anda.
State the probability of Ahmad and Ryan on duty together. Give your reason.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $\{(Ahmad, Juan), (Ahmad, Kim), (Ahmad, Lenny), (Ryan, Juan), (Ryan, Kim), (Ryan, Lenny), (Clifford, Juan), (Clifford, Kim), (Clifford, Lenny), (Danny, Juan), (Danny, Kim), (Danny, Lenny)\}$

(b) $\{(Clifford, Juan), (Danny, Juan)\}$
Kebarangkalian = $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

(c) Kebarangkalian bahawa Ahmad dan Ryan bertugas bersama ialah tidak mungkin kerana hanya pasukan yang berlainan bertugas bersama.

97

6. Rajah 6.1 menunjukkan satu cakera dengan empat sektor yang sama besar dan satu penunjuk tetap. Setiap satu sektor masing-masing dilabel dengan cerek, kipas angin, periuk nasi dan peti sejuk. Rajah 6.2 menunjukkan sebuah kotak yang mengandungi tiga keping bawcer tunai RM20, RM50 dan RM100.
- Diagram 6.1 shows a disc with four equal sectors and a fixed pointer. Each sector is labelled with kettle, fan, rice cooker and refrigerator respectively. Diagram 6.2 shows a box which contains three cash vouchers, RM20, RM50 and RM100.



Rajah 6.1/Diagram 6.1



Rajah 6.2/Diagram 6.2

Seorang pelanggan bertuah di sebuah pasar raya diberi peluang untuk memutar cakera sekali dan kemudian membuat satu cubatan bawcer tunai daripada kotak itu.

A lucky customer in a supermarket is given a chance to spin the disc once and then draw a cash voucher from the box.

(a) Senaraikan ruang sampel bagi gabungan hadiah yang boleh dimenangi.
List the sample space for the combination of prizes that can be won.

(b) Dengan menyenaraikan semua kesudahan yang mungkin bagi peristiwa itu, cari kebarangkalian bahawa

(i) pelanggan itu memenangi sebuah kipas angin atau bawcer tunai bernilai RM100.

(ii) pelanggan itu tidak memenangi peti sejuk dan bawcer tunai bernilai RM50.
the customer does not win the refrigerator and the cash voucher worth RM50.

[6 markah/6 marks]

Jawapan/Answer:

(a) $\{(I, 20), (I, 50), (I, 100), (K, 20), (K, 50), (K, 100), (L, 20), (L, 50), (L, 100), (M, 20), (M, 50), (M, 100)\}$

(b) (i) $\{(K, 20), (K, 50), (K, 100), (L, 100), (M, 100)\}$

Kebarangkalian = $\frac{6}{12}$
= $\frac{1}{2}$

(ii) $\{(M, 50)\}$

Kebarangkalian = $1 - \frac{6}{12}$
= $\frac{11}{12}$

98

FOKUS KBAT



Emas PK23

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Mengaplikasi, Menilai/Applying, Evaluating
Konteks/Context: Kebarangkalian/Probability

Encik Amran merancang untuk bercuti bersama isterinya ke sebuah pulau di Malaysia. Encik Amran mencadangkan 6 buah pulau kepada isterinya, iaitu Pulau Redang, Pulau Perhentian, Pulau Kapas, Pulau Tioman, Pulau Langkawi dan Pulau Pangkor. Dia turut mencadangkan pakej yang boleh diambil semasa bercuti, iaitu pakej Santai, Ekstrem, Ekonomi, Mewah dan Romantik.

Encik Amran is planning for a vacation with his wife to an island in Malaysia. Encik Amran proposes six islands to his wife, which are Pulau Redang, Pulau Perhentian, Pulau Kapas, Pulau Tioman, Pulau Langkawi and Pulau Pangkor. He also proposes a package for the vacation, which are Relax, Extreme, Economy, Luxurious and Romantic packages.

(a) Lengkapkan jadual di bawah untuk menunjukkan ruang sampel itu.
Complete the table to show the sample space.

Pakej Package	Pulau Island					
	Kapas (K)	Langkawi (L)	Perhentian (P)	Pangkor (Q)	Redang (R)	Tioman (T)
Santai Relax (S)	(S, K)	(S, L)	(S, P)	(S, Q)	(S, R)	(S, T)
Ekstrem Extreme (E)	(E, K)	(E, L)	(E, P)	(E, Q)	(E, R)	(E, T)
Ekonomi Economy (N)	(N, K)	(N, L)	(N, P)	(N, Q)	(N, R)	(N, T)
Mewah Luxurious (M)	(M, K)	(M, L)	(M, P)	(M, Q)	(M, R)	(M, T)
Romantik Romantic (C)	(C, K)	(C, L)	(C, P)	(C, Q)	(C, R)	(C, T)

(b) Isterinya ingin pergi ke Pulau Langkawi atau Pulau Redang tetapi dia tidak menggemari pakej Ekstrem dan pakej Mewah.

His wife wants to go to Pulau Langkawi or Pulau Redang but she does not like the Extreme and Luxurious packages.

(i) Hitung kebarangkalian bahawa Encik Amran memilih percutian yang digemari oleh isterinya.
Calculate the probability that Encik Amran chooses the vacation that his wife likes.

(ii) Encik Amran memilih untuk bercuti di pulau yang terletak di Selat Melaka. Hitung kebarangkalian bahawa pulau atau pakej yang dipilihnya tidak digemari oleh isterinya.
Encik Amran chooses to have a vacation on an island located in Selat Melaka. Calculate the probability that he chooses an island or a package that his wife does not like.

Jawapan/Answer:

(b) (i) $\{(S, L), (N, L), (C, L), (S, R), (N, R), (C, R)\}$

Kebarangkalian = $\frac{6}{30}$
= $\frac{1}{5}$

(ii) Pulau yang terletak di Selat Melaka ialah Pulau Langkawi dan Pulau Pangkor.
 $\{(E, L), (M, L), (S, Q), (E, Q), (N, Q), (M, Q), (C, Q)\}$

Kebarangkalian = $\frac{7}{10}$

99

BAB 8

BEARING

8.1 Bearing

FAKTA UTAMA

Bearing suatu titik B dari suatu titik A ialah sudut yang diukur ikut arah jam di antara garis arah utara dari A dengan garis lurus AB.

Bearing ditulis dalam bentuk digit tiga dari 000° hingga 360°.

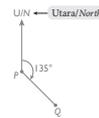
The bearing of point B from point A is the angle at A measured clockwise from the north direction to the straight line AB. Bearing is written in a three-digit form from 000° to 360°.

A. Berdasarkan setiap bearing Q dari P yang diberikan, lukis satu rajah untuk menunjukkan kedudukan P dan Q.

Based on each bearing of Q from P given, draw a diagram to show the positions of P and Q.

CONTOH

Bearing Q dari P = 135°
Bearing of Q from P = 135°



1. Bearing Q dari P = 045°
Bearing of Q from P = 045°



2. Bearing Q dari P = 165°
Bearing of Q from P = 165°



3. Bearing Q dari P = 320°
Bearing of Q from P = 320°



4. Bearing Q dari P = 245°
Bearing of Q from P = 245°



5. Bearing Q dari P = 110°
Bearing of Q from P = 110°



6. Bearing Q dari P = 075°
Bearing of Q from P = 075°



7. Bearing Q dari P = 102°
Bearing of Q from P = 102°



8. Bearing Q dari P = 295°
Bearing of Q from P = 295°



100

FAKTA UTAMA

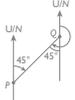
Jika bearing Q dari P ialah θ , maka bearing P dari Q ialah θ .
If the bearing of Q from P is θ , then the bearing of P from Q is θ .
(a) $180^\circ + \theta$, dengan keadaan $\theta < 180^\circ$
 $180^\circ + \theta$, where $\theta < 180^\circ$

(b) $\theta - 180^\circ$, dengan keadaan $\theta > 180^\circ$
 $\theta - 180^\circ$, where $\theta > 180^\circ$

B. Berdasarkan bearing Q dari P yang diberikan, cari bearing P dari Q.
Based on the given bearing of Q from P, find the bearing of P from Q.

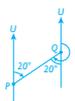
CONTOH

Bearing Q dari P = 045°
Bearing of Q from P = 045°



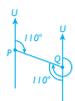
Bearing P dari Q
Bearing of P from Q
= $180^\circ + 45^\circ$
= 225°

1. Bearing Q dari P = 020°
Bearing of Q from P = 020°



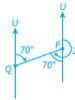
Bearing P dari Q
= $180^\circ + 20^\circ$
= 200°

2. Bearing Q dari P = 110°
Bearing of Q from P = 110°



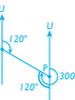
Bearing P dari Q
= $180^\circ + 110^\circ$
= 290°

3. Bearing Q dari P = 250°
Bearing of Q from P = 250°



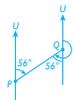
$250^\circ - 180^\circ = 70^\circ$
Bearing P dari Q = 070°

4. Bearing Q dari P = 300°
Bearing of Q from P = 300°



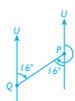
$300^\circ - 180^\circ = 120^\circ$
Bearing P dari Q = 120°

5. Bearing Q dari P = 056°
Bearing of Q from P = 056°



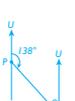
Bearing P dari Q
= $180^\circ + 56^\circ$
= 236°

6. Bearing Q dari P = 196°
Bearing of Q from P = 196°



$196^\circ - 180^\circ = 16^\circ$
Bearing P dari Q = 016°

7. Bearing Q dari P = 138°
Bearing of Q from P = 138°



Bearing P dari Q
= $180^\circ + 138^\circ$
= 318°

8. Bearing Q dari P = 340°
Bearing of Q from P = 340°



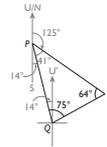
$340^\circ - 180^\circ = 160^\circ$
Bearing P dari Q = 160°

101

C. Selesaikan masalah berikut.
Solve the following problems.

CONTOH

Dalam rajah di bawah, P, Q dan R ialah tiga titik pada suatu satah mengufuk.
In the diagram, P, Q and R are three points on a horizontal plane.

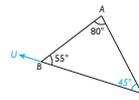


Diberi bearing R dari P ialah 125° . Cari bearing R dari Q.
Given the bearing of R from P is 125° . Find the bearing of R from Q.

$\angle QPR = 180^\circ - 75^\circ - 64^\circ = 41^\circ$
 $\angle SPQ = 180^\circ - 125^\circ - 41^\circ = 14^\circ$
 $\angle UQR = 75^\circ - 14^\circ = 61^\circ$

Bearing R dari Q = 061°
Bearing of R from Q = 061°

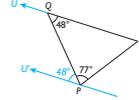
2. Dalam rajah di bawah, A, B dan C ialah tiga titik pada suatu satah mengufuk.
In the diagram, A, B and C are three points on a horizontal plane.



Diberi bahawa B berada ke utara C. Cari bearing A dari C.
It is given that B is due north of C. Find the bearing of A from C.

$\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ$
= 45°
Bearing A dari C = 045°

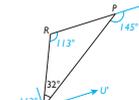
1. Rajah di bawah menunjukkan tiga titik, P, Q dan R, pada suatu satah mengufuk.
The diagram shows three points, P, Q and R, on a horizontal plane.



Diberi bahawa Q berada ke utara R. Cari bearing R dari P.
It is given that Q is due north of R. Find the bearing of R from P.

$\angle UPQ = \angle RQP = 48^\circ$
Bearing R dari P = $48^\circ + 77^\circ$
= 125°

3. Rajah di bawah menunjukkan tiga titik, P, Q dan R, pada suatu satah mengufuk.
The diagram shows three points, P, Q and R, on a horizontal plane.



Diberi bearing Q dari P ialah 145° . Cari bearing R dari Q.
Given the bearing of Q from P is 145° . Find the bearing of R from Q.

$\angle PRQ = 145^\circ - 32^\circ = 113^\circ$
 $\angle RQS = \angle PRQ = 113^\circ$
Bearing R dari Q = $180^\circ + 113^\circ$
= 293°

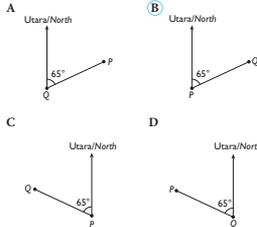
102

PRAKTIS FORMATIF Kertas 1

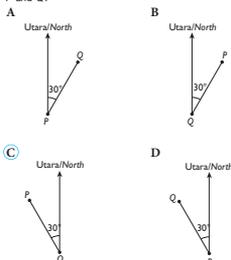
Jawab semua soalan. Bagi setiap soalan, pilih satu jawapan sahaja daripada pilihan A, B, C dan D.
Answer all the questions. For each question, choose only one answer from the options, A, B, C and D.

ANALISIS SOALAN SPM				
Subtopik	2013	2014	2015	2016
8.1	S. 17	S. 17	S. 17	S. 16

1. Diberi bahawa P dan Q ialah dua titik yang terletak pada satu satah mengufuk. Bearing Q dari P ialah 065° . Rajah manakah yang menunjukkan kedudukan yang betul bagi P dan Q?
It is given that P and Q are two points on a horizontal plane. The bearing of Q from P is 065° . Which diagram shows the correct locations of P and Q?

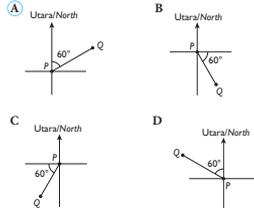


2. Titik P dan titik Q terletak pada suatu satah mengufuk. Bearing P dari Q ialah 330° . Rajah manakah yang menunjukkan kedudukan bagi P dan Q?
Point P and point Q lie on a horizontal plane. The bearing of P from Q is 330° . Which diagram shows the positions of P and Q?

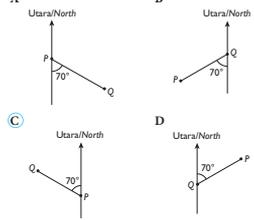


3. Diberi bearing Q dari P ialah 020° . Cari bearing P dari Q.
Given the bearing of Q from P is 020° . Find the bearing of P from Q.
(A) 200° (B) 220°
(C) 290° (D) 340°

4. Titik P dan titik Q terletak pada suatu satah mengufuk. Bearing P dari Q ialah 240° . Antara rajah berikut, yang manakah menunjukkan kedudukan P dan Q?
Points P and Q lie on a horizontal plane. The bearing of P from Q is 240° . Which of the following diagrams shows the positions of P and Q?



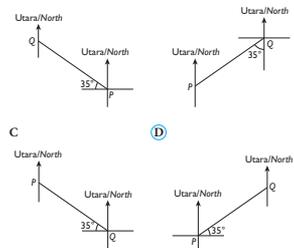
5. Titik P dan titik Q terletak pada suatu satah mengufuk. Bearing P dari Q ialah 110° . Rajah manakah yang menunjukkan kedudukan P dan Q?
Points P and Q lie on a horizontal plane. The bearing of P from Q is 110° . Which diagram shows the positions of P and Q?



103

6. Diberi bearing P dari Q ialah 328° . Cari bearing Q dari P.
Given the bearing of P from Q is 328° . Find the bearing of Q from P.
A 032° B 122°
C 148° D 302°

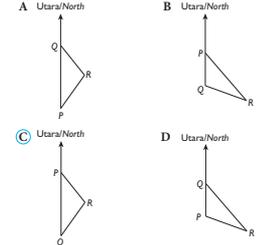
7. Bearing P dari Q ialah 235° . Antara rajah berikut, yang manakah menunjukkan kedudukan P dan Q?
The bearing of P from Q is 235° . Which of the following diagrams shows the locations of P and Q?



8. Sebuah kapal belayar 12 km arah ke utara, kemudian 7 km arah ke barat. Cari bearing kedudukan akhir kapal itu dari titik permulaan kepada darjah terhampir.
A boat sailed 12 km due north, then 7 km due west. Find the bearing of the boat from the starting point to the nearest degree.
A 030° B 150°
C 210° D 330°

9. Dalam suatu pencarian harta karun, seorang peserta bergerak 500 m dari titik permulaan pada bearing 138° untuk mencari petunjuk. Setelah itu, dia bergerak 200 m pada bearing 048° untuk mendapatkan peti harta karun. Cari bearing titik permulaan dari peti harta karun.
In a treasure hunt, a participant moved 500 m from a starting point at a bearing of 138° to find a clue. Then he moved 200 m at a bearing of 048° to the treasure chest. Find the bearing of the starting point from the treasure chest.
A $284^\circ 48'$ B $296^\circ 12'$
C $304^\circ 48'$ D $321^\circ 12'$

10. P, Q dan R ialah tiga titik pada satah mengufuk. Q berada di selatan P. Bearing R dari P ialah 140° dan bearing R dari Q ialah 050° . Rajah manakah yang menunjukkan kedudukan P, Q dan R?
P, Q and R are three points on a horizontal plane. Q is due south of P. The bearing of R from P is 140° and the bearing of R from Q is 050° . Which diagram shows the positions of P, Q and R?

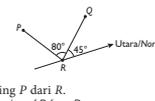


11. Rajah di bawah menunjukkan dua titik, P dan Q, pada suatu satah mengufuk.
The diagram shows two points, P and Q, on a horizontal plane.



Cari bearing titik P dari titik Q.
Find the bearing of point P from point Q.
A 065° B 115°
C 245° D 305°

12. Rajah di bawah menunjukkan tiga titik, P, Q dan R, pada suatu satah mengufuk.
The diagram shows three points, P, Q and R, on a horizontal plane.



Cari bearing P dari R.
Find the bearing of P from R.
A 125° B 225°
C 235° D 260°

104

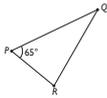
13. Gopal bertolak dari P ke Q dengan bearing 150° dari P. Kemudian, dia meneruskan perjalanannya ke R yang berada pada bearing 240° dari Q. Diberi $\angle PRQ = 25^\circ$, cari bearing R dari P.

Gopal leaves from P to Q which is at a bearing of 150° from P. Then, he continues his journey to R which is at a bearing of 240° from Q. Given $\angle PRQ = 25^\circ$, find the bearing of R from P.

A 175° B 215°
C 255° D 265°

14. Rajah di bawah menunjukkan tiga titik, P, Q dan R, pada satu satah mengufuk. R terletak ke selatan Q dan bearing Q dari P ialah 055°.

The diagram shows three points, P, Q and R, on a horizontal plane. R lies due south of Q and the bearing of Q from P is 055°.

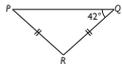


Cari bearing P dari R.
Find the bearing of P from R.

A 095° B 120°
C 245° D 300°

15. Rajah di bawah menunjukkan tiga titik, P, Q dan R, pada satu satah mengufuk.

The diagram shows three points, P, Q and R, on a horizontal plane.



Diberi bahawa Q berada ke utara R. Cari bearing R dari P.
It is given that Q is due north of R. Find the bearing of R from P.

A 048° B 084°
C 096° D 138°

16. Dalam rajah di bawah, P, Q dan R ialah tiga titik pada satu satah mengufuk.

In the diagram, P, Q and R are three points on a horizontal plane.



Diberi Q berada di barat R. Cari bearing R dari P.
Given Q is due west of R. Find the bearing of R from P.

A 016° B 048°
C 076° D 104°

FOKUS KBAT

Kemahiran Kognitif/Cognitive Skills: Mengaplikasi/Applying
Konteks/Context: Bearing/Bearings

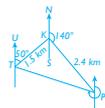
Seorang pengakap bergerak dari tapaknya, T, menuju ke sebuah kem, K, sejauh 1.5 km pada bearing 050°. Kemudian, dia meneruskan perjalanannya ke pantai, P, sejauh 2.4 km pada bearing 140°. Cari bearing T dari P.

A scout left his base, T, heading to a camp, K, of distance 1.5 km on a bearing of 050°. Then, he continued his journey to the beach, P, of distance 2.4 km on a bearing of 140°. Find the bearing of T from P.

A 58° B 62°
C 288° D 295°

Jawapan/Answer:

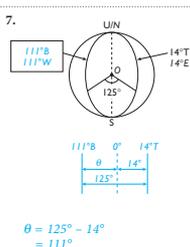
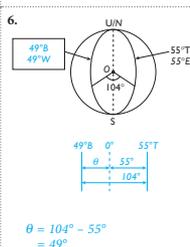
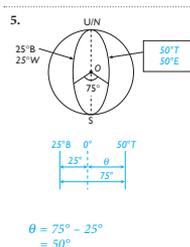
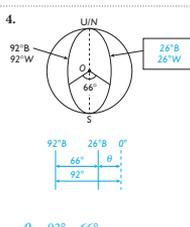
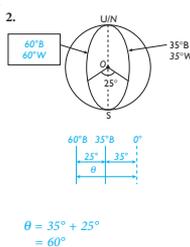
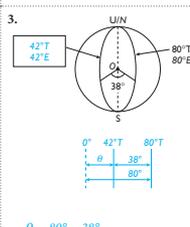
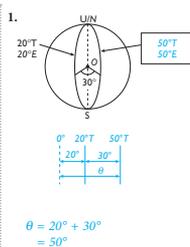
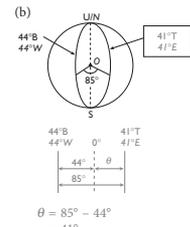
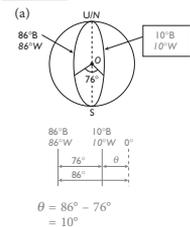
$$\begin{aligned} \angle UTK &= \angle TKS = 50^\circ \\ \angle SKP &= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \\ \angle TKP &= 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ \\ \tan \angle KTP &= \frac{2.4}{1.5} \\ \angle KTP &= \tan^{-1} \frac{2.4}{1.5} \\ &= 58^\circ \\ \angle UTP &= 50^\circ + 58^\circ = 108^\circ \\ \text{Bearing T dari P} &= 180^\circ + 108^\circ \\ &= 288^\circ \quad (\text{C}) \end{aligned}$$



B. Dalam setiap rajah, O ialah pusat bumi dan UOS ialah paksi bumi. Cari dan label longitud bagi setiap meridian.

In each diagram, O is the centre of the earth and NOS is the axis of the earth. Find and label the longitude of each meridian.

CONTOH



BAB 9

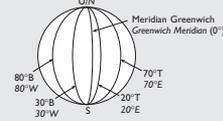
BUMI SEBAGAI SFERA
EARTH AS A SPHERE



9.1 Longitud

FAKTA UTAMA

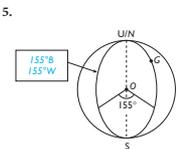
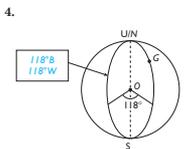
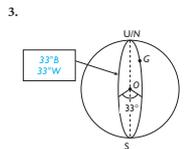
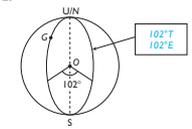
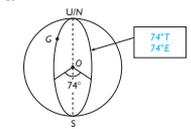
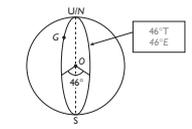
- Meridian ialah setengah bulatan agung yang menyambungkan Kutub Utara dan Kutub Selatan.
A meridian is half of a great circle that passes through the North Pole and the South Pole.
- Longitud suatu meridian ditandakan oleh sudut di antara satah meridian itu dengan satah Meridian Greenwich. Kedudukannya sama ada arah ke timur atau ke barat Meridian Greenwich.
The longitude of a meridian is determined by the angle between the plane of the meridian plane and the plane of the Greenwich Meridian (0°). Its position is either to the east or west of the Greenwich Meridian.
- Semua titik yang terletak pada suatu meridian mempunyai longitud yang sama.
All the points on a meridian have the same longitude.



A. Dalam setiap rajah, O ialah pusat bumi dan UGS ialah Meridian Greenwich. Cari dan label longitud bagi setiap meridian.

In each diagram, O is the centre of the earth and NGS is the Greenwich Meridian. Find and label the longitude of each of the following meridians.

CONTOH

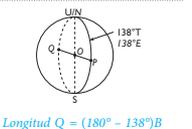
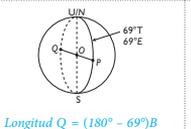
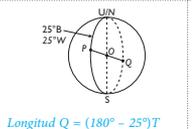
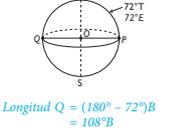
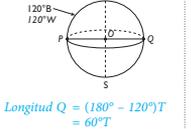
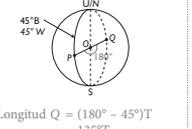


FAKTA UTAMA

- Jika PQO ialah diameter bumi dan longitud P ialah $\theta^\circ T$, maka longitud Q ialah $(180^\circ - \theta)^\circ B$ dan begitu juga sebaliknya.
If PQO is the diameter of the earth and the longitude P is $\theta^\circ T$, then the longitude of Q is $(180^\circ - \theta)^\circ B$ and vice versa.
- Apabila dua meridian berada pada sebelah yang sama dari Meridian Greenwich, beza di antara dua longitud itu = beza sudut dua longitud itu.
When two meridians are in the same direction from the Greenwich Meridian, difference between the two longitudes = difference in angles of the two longitudes.
- Apabila dua meridian berada pada sebelah yang bertentangan dari Meridian Greenwich, beza di antara dua longitud itu = hasil tambah sudut dua longitud itu.
When two meridians are in the opposite directions from the Greenwich Meridian, difference between the two longitudes = sum of angles of the two longitudes.

C. Dalam setiap rajah di bawah, O ialah pusat bumi dan POQ ialah diameter bumi. Nyatakan longitud titik Q. In each diagram below, O is the centre of the earth and POQ is the diameter of the earth. State the longitude of point Q.

CONTOH



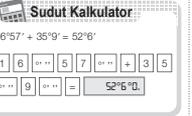
D. Cari beza di antara dua longitud yang diberikan. Find the difference between the two given longitudes.

CONTOH

16°57' T dan 35°9' B
16°57' E dan 35°9' W
Beza/Difference = $16^\circ 57' + 35^\circ 9' = 52^\circ 6'$

1. 14°T dan 80°T
14°E dan 80°E
Beza = $80^\circ - 14^\circ = 66^\circ$

2. 41°20' B dan 8°50' B
41°20' W dan 8°50' W
Beza = $41^\circ 20' - 8^\circ 50' = 32^\circ 30'$



3. 25°T dan 55°B
25°E dan 55°W
Beza = $25^\circ + 55^\circ = 80^\circ$

4. 57°38' B dan 45°29' T
57°38' W dan 45°29' E
Beza = $57^\circ 38' + 45^\circ 29' = 103^\circ 7'$